



Übungen und Ergänzungen zur Einführung in die Physik I
für Studierende
der Biologie, Pharmazie und Geowissenschaften

Serie 6 / 26.10.2020

Lösungen

Aufgabe 26.

(a) Es gelten die Gesetze des elastischen Stosses und für die Geschwindigkeit gilt:
 $v'_1 = -v'_2$. Das negative Vorzeichen zeigt an, dass sich die beiden Körper in unterschiedliche Richtung
wegbewegen. Nach Gleichungen (4-5) und (4-6) in Trautwein S. 39 für v'_1 und v'_2 ergibt sich damit:

$$\begin{aligned}\frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} &= \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \\ \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 0}{m_1 + m_2} &= \frac{0 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \\ \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} &= \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2} \\ (m_1 + m_2)v_1 &= -2m_1v_1 \\ m_1v_1 - m_2v_1 &= -2m_1v_1 \\ -m_2v_1 &= -3m_1v_1 \\ m_2 &= 3m_1 \\ \Rightarrow m_2 &= 6 \text{ kg}\end{aligned}$$

(b) Nach obiger Formel gilt:

$$\begin{aligned}v'_1 &= \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \\ \Rightarrow v'_1 &= -3.35 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Da $v'_1 = -v'_2$ folgt $v'_2 = 3.35 \text{ m/s}$. Alternativ kann v'_2 direkt nach obiger Formel für v'_2 berechnet werden. Der Geschwindigkeitsbetrag für beide Körper ist 3.35 m/s .

Aufgabe 27.

Die richtige Antwort auf die erste Frage ist a) und auf die zweite b).

In beiden Fällen ändert sich der Impuls der Kugel beim Auftreffen auf den Block. Vor dem Auftreffen sind beide Impulse gleich, nach dem Auftreffen aber unterschiedlich, da die Gummikugel einen elastischen Stoss ausführt, also zurückprallt, während die Aluminiumkugel inelastisch den Klotz verformt. Der Impuls der Aluminiumkugel wird vollständig auf den Klotz übertragen, der den notwendigen Kraftstoss für das Anhalten liefert. Bei der Gummikugel ist der von dem Klotz übertragene Kraftstoss jedoch grösser, da der Klotz nicht nur den für das Anhalten der Kugel notwendigen Kraftstoss liefern muss, sondern auch noch einen zusätzlichen Kraftstoss für das Zurückwerfen der Kugel. Daher wirft die Gummikugel den Klotz sehr viel wahrscheinlicher um.

Im zweiten Teil der Frage überträgt die Gummikugel zwar den grössten Impuls auf den Klotz, liefert aber nicht die meiste Energie. Wenn die Kugel mit ziemlich hoher Geschwindigkeit zurückprallt, heisst das, dass sie sehr viel kinetische Energie behält, während die Aluminiumkugel anhält und daher die gesamte kinetische Energie als Verformungsarbeit abgibt.

Daher gibt die Gummikugel viel Impuls, aber wenig Energie an den Klotz ab, während die Aluminiumkugel sehr viel mehr Energie, aber weniger Impuls an den Klotz liefert.

Es ist also wesentlich, dass man zwischen dem Impuls und der Energie unterscheiden muss.

Aufgabe 28.

Die nach dem Fahrzeug-Crash (unelastischer Stoss) vorhandene gemeinsame Geschwindigkeit v' folgt aus dem Impulserhaltungssatz:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \quad \text{dann} \quad v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Die dabei in Wärme umgewandelte Energie ist

$$\Delta E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2}$$

(a) Es ist $m_1 = m_2 = m$, $v_1 = v$ und $v_2 = -v$. Damit wird $v' = 0$ und $\Delta E = mv^2$, d.h., die gesamte ursprünglich vorhandene kinetische Energie der Fahrzeuge $E_{kin} = 2 \cdot (mv^2/2)$ geht als solche verloren und wird für die Deformation der Fahrzeuge verbraucht.

(b) Jetzt ist $v_1 = 2v$ und $v_2 = 0$. Die ursprünglich vorhandene kinetische Energie $(m/2)(2v)^2 = 2mv^2$ ist hier doppelt so gross wie im Fall (a). Es folgt $v' = v$ und $\Delta E = mv^2$. Es wird also die gleiche Menge an Bewegungsenergie in Zerstörungsarbeit umgesetzt wie im Fall (a), jedoch erhält jedes Fahrzeug nach dem Zusammenstoss noch eine kinetische Energie von $mv^2/2$.

Aufgabe 29.

Wegen der Drehimpulserhaltung muss gelten, dass für ausgestreckte Arme $L_0 = J_0 \omega_0$ und angezogene Arme $L_1 = J_1 \omega_1$ der Impuls gleich ist, $L_0 = L_1$.

Nach Skript 105 – 11 gilt $\omega_1 = \omega_0 \cdot \frac{J_0}{J_1}$ Mit den Trägheitsmomenten

$$J_0 = J_P + J_S + 2mr_0^2 = 1.95 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.27 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot (0.75 \text{ m})^2$$

und

$$J_1 = J_P + J_S + 2mr_1^2 = 1.95 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.27 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot (0.1 \text{ m})^2$$

und $\omega_0 = 1 \frac{\pi}{\text{s}}$ ergibt sich ω_1 zu $\approx 2 \frac{\pi}{\text{s}}$.

Aufgabe 30.

(a) Die Zentrifugalkraft des Massenelements berechnet sich nach:

$$F_Z = mr\omega^2 = 4\pi^2 \cdot m \cdot r \cdot f^2 = 4\pi^2 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot 0.06 \text{ m} \cdot (100 \text{ Hz})^2 = 0.24 \text{ N}$$

(b) Die Rotationsenergie berechnet sich nach der Formel

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

Da die CD als flacher Zylinder angenommen werden soll, kann das Trägheitsmoment folgendermassen berechnet werden:

$$J_{CD} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$

Demnach berechnet sich E_{rot} aus:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot 4\pi^2 f^2 = mr^2\pi^2 f^2 = 5.33 \text{ J}$$

(c) Der Drehimpuls der CD berechnet sich aus:

$$L_{CD} = J\omega = \frac{1}{2}mr^2 \cdot 2\pi f = 0.015 \text{ kg} \cdot (0.06 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} = 0.02 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

(d) Aufgrund der Drehimpulserhaltung kann der Betrag des Drehimpulses der CD L_{CD} mit dem des Players L_{Player} gleichgesetzt werden:

$$L_{CD} = L_{Player}$$

Demnach folgt:

$$\frac{L_{CD}}{J_{Player}} = 2\pi f_{Player}$$

Das Trägheitsmoment des Players kann als Quader betrachtet werden:

$$J_{Player} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot (a^2 + b^2)$$

Dadurch folgt für die Frequenz des Players:

$$f_{Player} = \frac{L_{CD}}{2\pi \cdot \frac{1}{12} \cdot 0.5 \text{ kg} \cdot [(0.15 \text{ m})^2 + (0.15 \text{ m})^2]} = 1.44 \text{ Hz}$$