

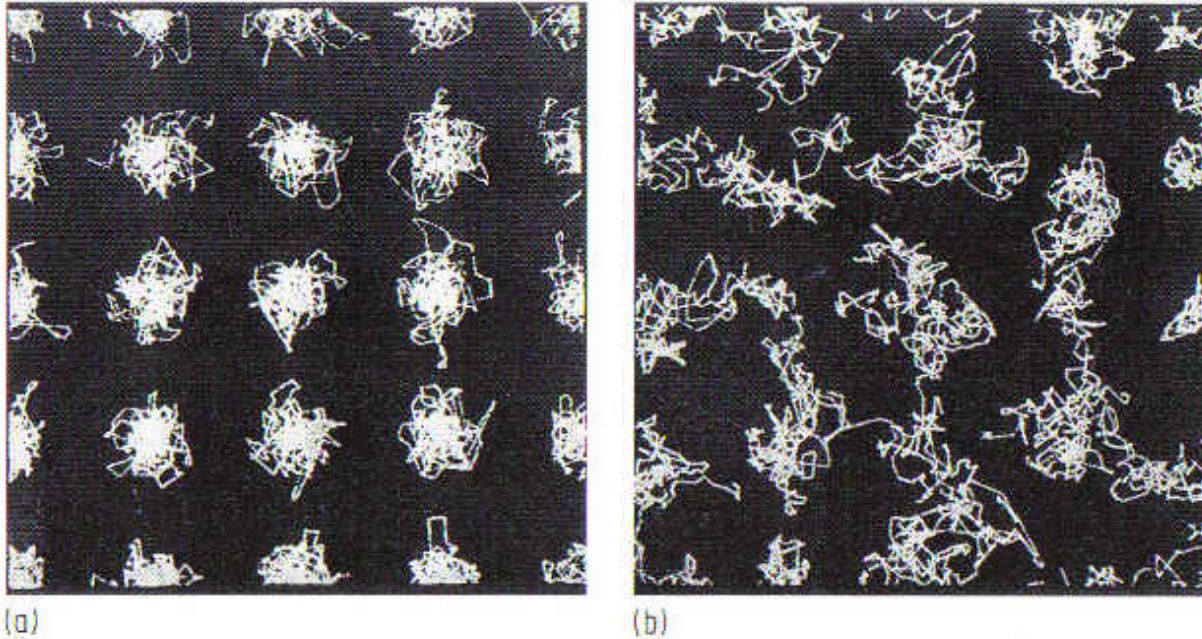
Kapitel 8

Hydromechanik (Mechanik der Flüssigkeiten und Gase)

Flüssigkeiten unterscheiden sich von festen Körpern dadurch, dass ihre Moleküle nicht an eine raumfeste Gleichgewichtslage gebunden sind, sondern sich relativ frei gegeneinander verschieben können. Es sind aber anziehende Kräfte zwischen den Molekülen oder Atomen vorhanden, die zu einer gewissen Nahordnung führen und zu einer Dichte, die im Allgemeinen nur um wenige Prozente geringer ist, als jene des gleichen Stoffes im festen Aggregatzustand. Im Schwerfeld nimmt eine Flüssigkeit die Gestalt ihres Behälters an.

Bei Gasen ist der mittlere Abstand zwischen den Molekülen gross im Vergleich zu ihrem Durchmesser, so dass Kräfte im Wesentlichen nur bei Stößen auftreten. Jedes zur Verfügung stehende Volumen wird vollständig ausgefüllt.

Struktur von Flüssigkeiten



Computersimulation der Molekülbewegungen unterhalb
und oberhalb des Schmelzpunktes

(B.J. Alder et al. J.Chem. Phys. 31, 459 (1959))

Flüssigkeiten im Schwerfeld



Flüssigkeiten nehmen Form des Behälters an
Moleküle sind leicht gegeneinander verschiebbar



Flüssigkeit im Weltall



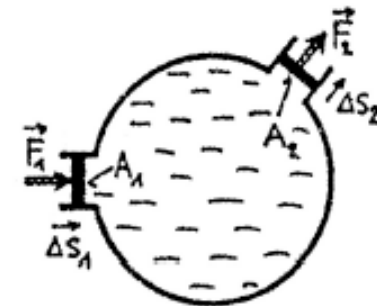
Schwerfrei schwebende Flüssigkeit nimmt die Kugelform an (Spacelab 1986)

8.1 Hydrostatik idealer Flüssigkeiten

Wir nennen eine Flüssigkeit **ideal**, wenn sie **inkompressibel** und **reibunglos** ist. Keine Reibung bedeutet, dass in Grenzflächen zwischen Flüssigkeitsteilen verschiedener Geschwindigkeit keine Reibkräfte und somit auch **keine Schubspannungen** auftreten können. Jedes Flächenelement, das wir uns im Innern einer Flüssigkeit durch einen Punkt gelegt denken, steht unter einer Normalspannung, dem **Druck p** .

Der Stempeldruck:

Ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäß sei an zwei beliebigen Stellen je mit einem Stempel der Fläche A_1 bzw. A_2 verschlossen. Wird nun eine auf den ersten Stempel wirkende Kraft F_1 um Δs_1 verschoben, so wird wegen dem Energieerhaltungssatz die an der Flüssigkeit geleistete Arbeit $F_1 \cdot \Delta s_1$ durch den zweiten Stempel wieder nach aussen abgegeben, indem die nach aussen wirkende Kraft F_2 um Δs_2 verschoben wird.



$$F_1 \cdot \Delta s_1 = F_2 \cdot \Delta s_2$$

Wegen der Inkompressibilität der Flüssigkeit müssen die Volumina $A_1 \cdot \Delta s_1$ und $A_2 \cdot \Delta s_2$ gleich sein. Infolgedessen gilt auch

$$F_1/A_1 = F_2/A_2.$$

Exp: Schuss in Becher

Der von der Flüssigkeit auf die Stempel ausgeübte Druck ist an beiden Stellen gleich gross. Was für den zweiten Stempel gilt, gilt auch für jedes Flächenelement der Gefässwand und für jedes Oberflächenelement eines in die Flüssigkeit gebrachten Körpers. Es gilt daher der Satz:

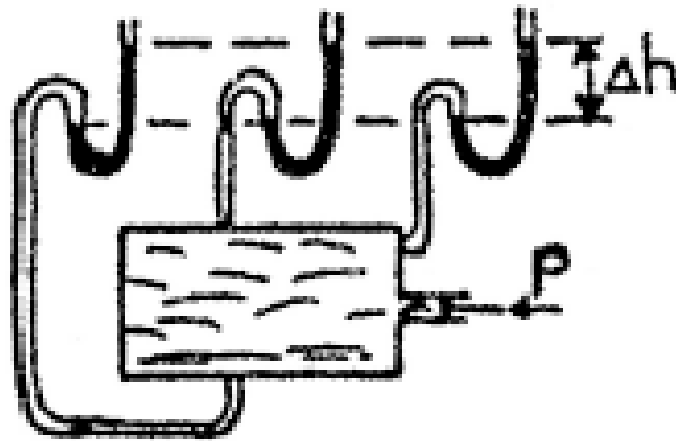
Ein auf eine Flüssigkeit ausgeübter Stempeldruck verteilt sich durch die ganze Flüssigkeit nach allen Seiten mit gleicher Stärke.

Technische Anwendungen dieses Sachverhalts sind zum Beispiel die hydraulische Presse oder die Kraftübertragung vom Bremspedal auf die Bremsklötze bei der hydraulischen Bremse.

$$\Rightarrow p_1 = p_2$$

Exp: Stempeldruck

Stempeldruck

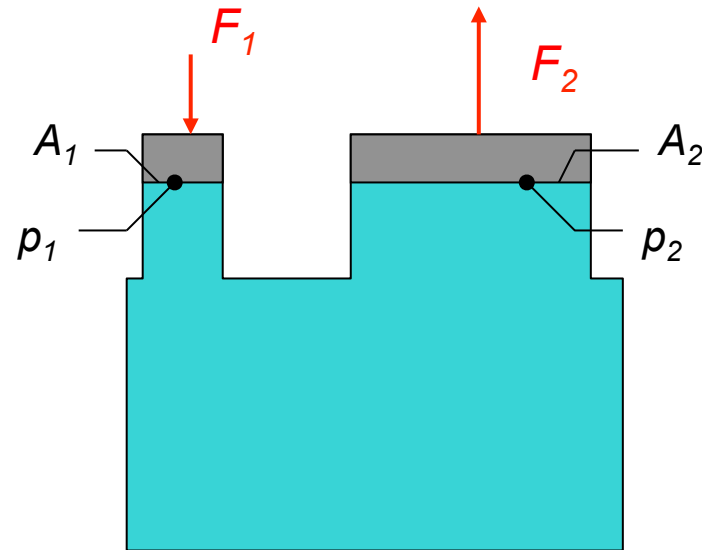


Hydraulische Presse

$$p_1 = p_2$$

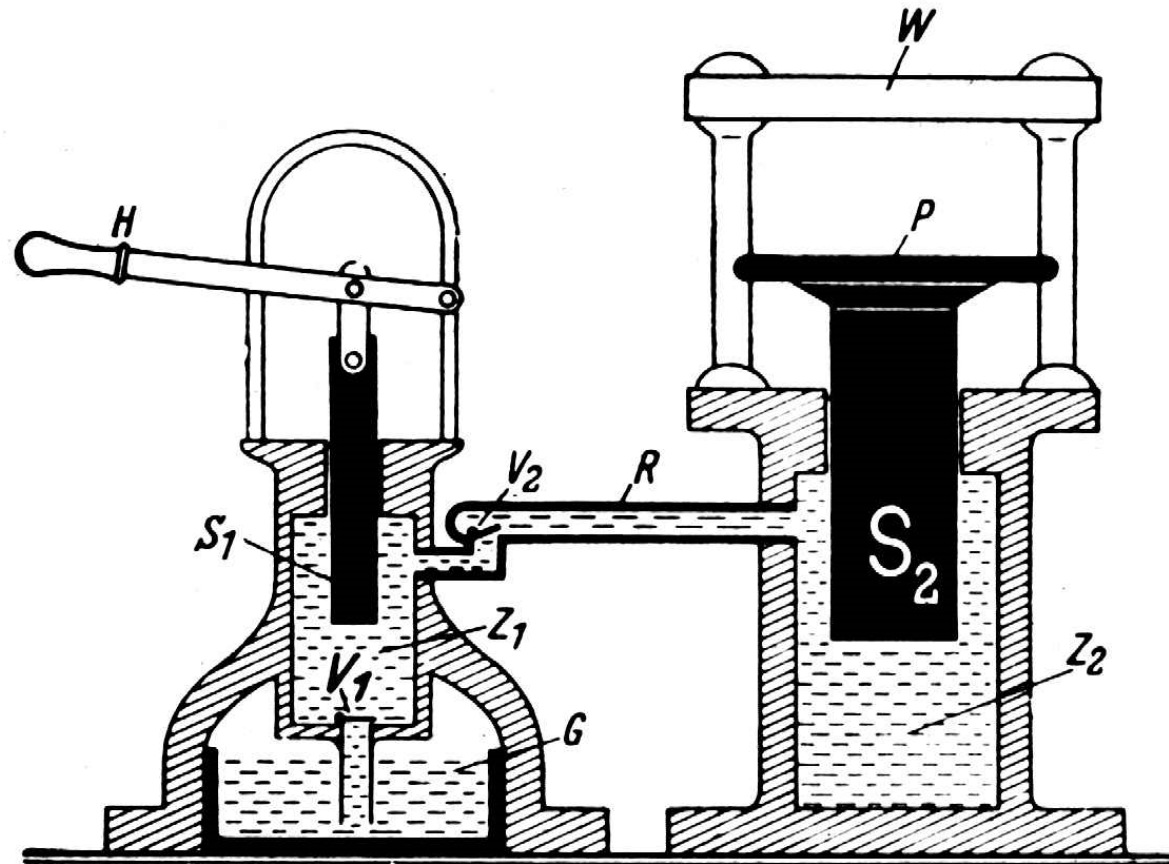
$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$



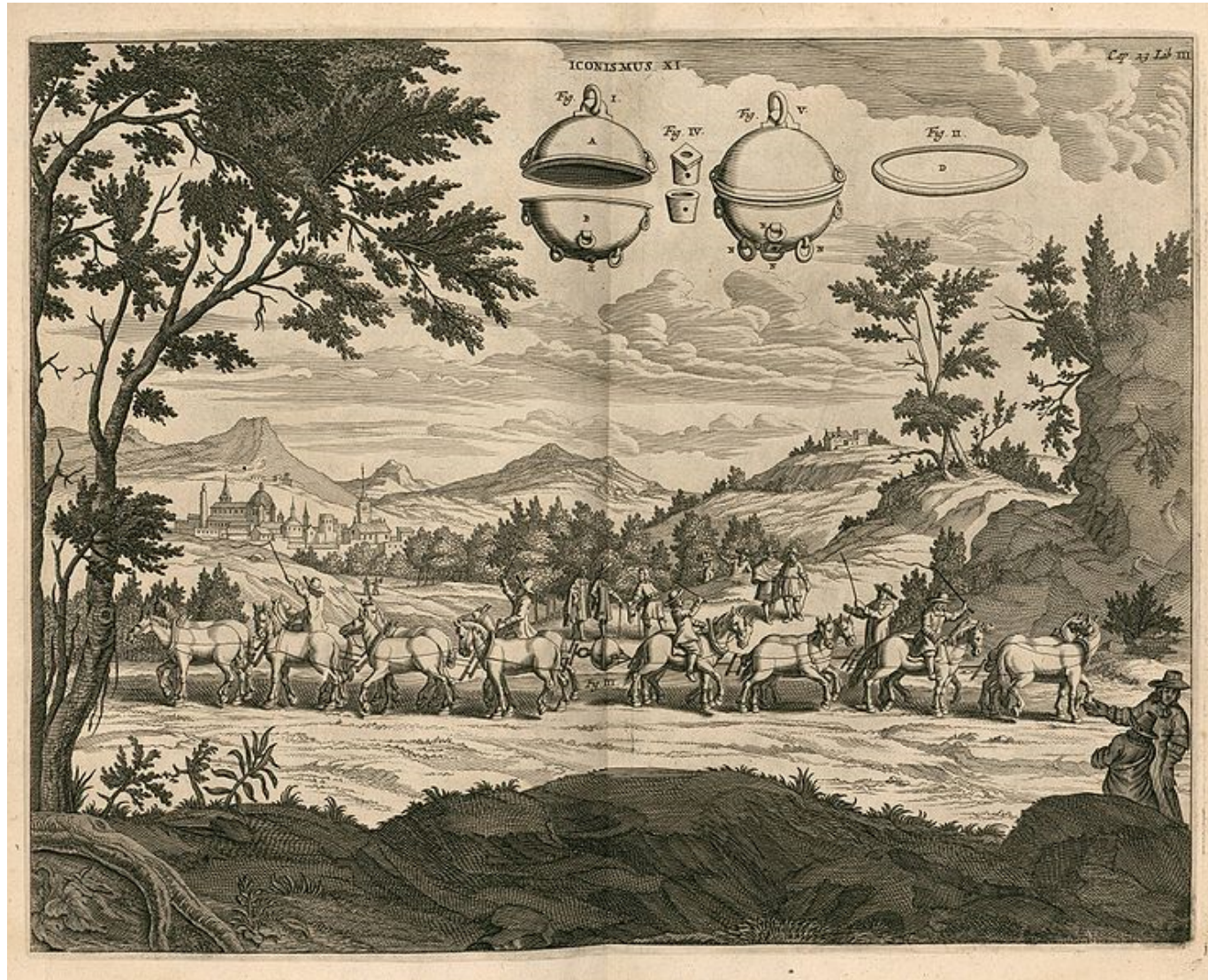
Exp: Zahnarzt-Stuhl

Hydraulische Presse



Längsschnitt durch eine hydraulische Presse

Magdeburger Kugeln



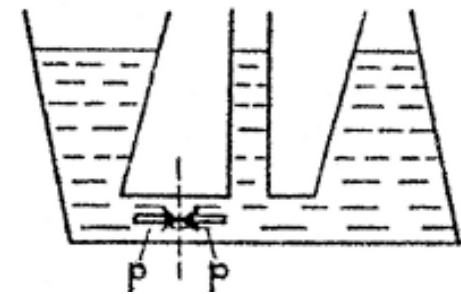
Der Schweredruck:

Befindet sich eine Flüssigkeit in einem äusseren Kraftfeld und besitzt sie eine freie Oberfläche, so steht diese stets senkrecht zur wirkenden Kraft, weil jede tangentielle Kraft zu einer Bewegung der Flüssigkeitsteilchen führen würde (siehe Demonstration 4 auf S.56). Im Schwerefeld steht daher jede freie Flüssigkeitsoberfläche horizontal.

Infolge seines Gewichtes übt jedes Flüssigkeitselement eine nach unten gerichtete Kraft aus. In der Tiefe h unter der Oberfläche herrscht zusätzlich zum Stempeldruck p_0 (eventuell der atmosphärische Druck) ein hydrostatischer Druck $\varrho \cdot g \cdot h$, welcher dem Gewicht der Flüssigkeitssäule der Höhe h , mit der Dichte ϱ und mit dem Einheitsquerschnitt entspricht. Der Gesamtdruck in der Tiefe h wird dann

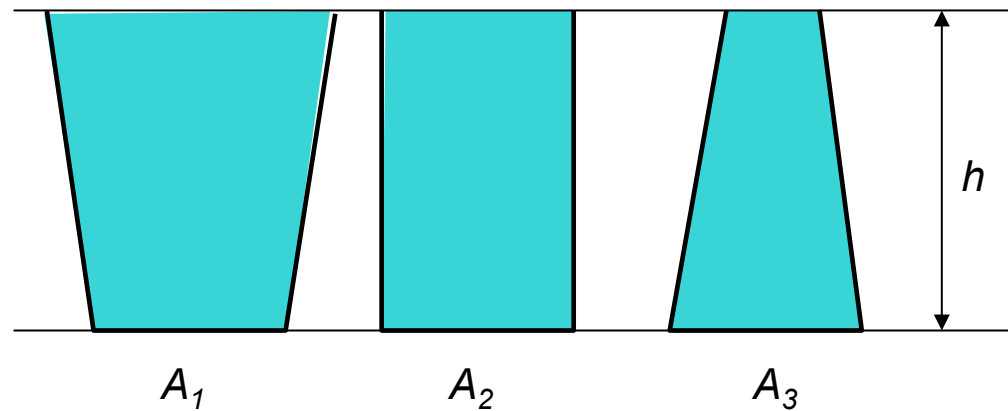
$$(86) \quad p = p_0 + \varrho \cdot g \cdot h, \quad \text{Schweredruck } \varrho \cdot g \cdot h.$$

Unter dem Bodendruck versteht man den von der Flüssigkeit auf den Gefässboden ausgeübten Druck, welcher nach (86) nur von der Flüssigkeitshöhe h und nicht von der Gestalt des Gefässes abhängt (hydrostatisches Paradoxon). Aus dem gleichen Grund ist die Höhe der Flüssigkeit in kommunizierenden Gefässen überall gleich gross.



Hydrostatisches Paradoxon

Die drei Gefässe besitzen dieselbe Bodenfläche $A_1=A_2=A_3$
Die Kraft, mit der die Flüssigkeit auf den Boden drückt, ist in allen drei Gefässen gleich gross.



$$A_1=A_2=A_3$$

Fassversuch von Blaise Pascal (1623-1662)

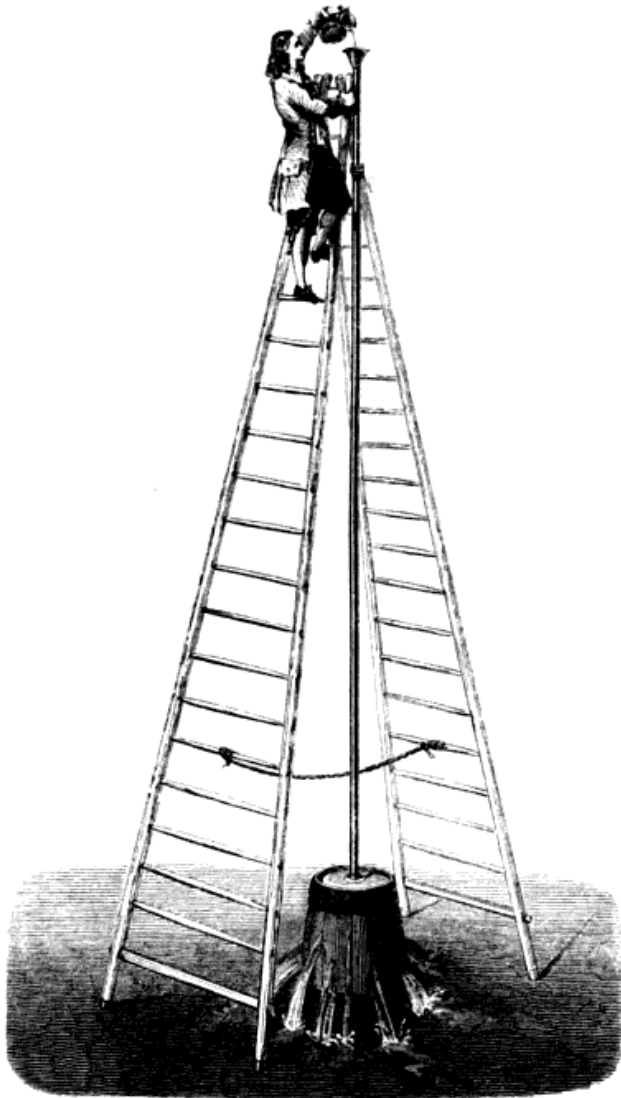
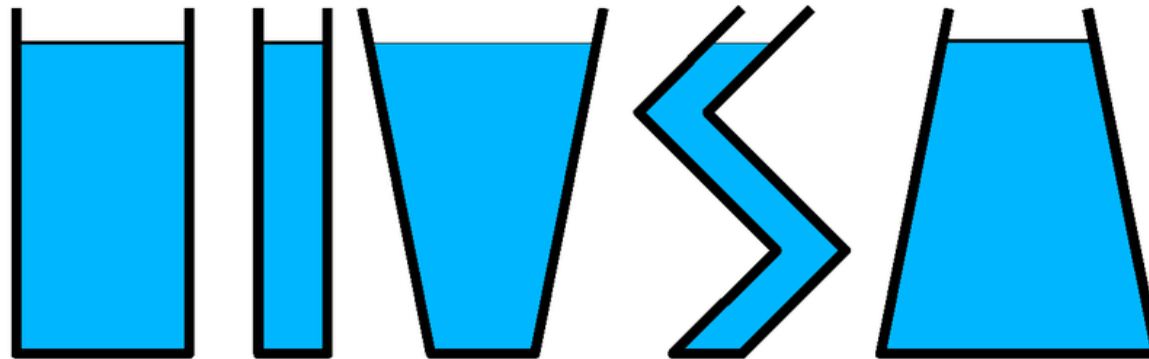


FIG. 45.—Hydrostatic paradox. Pascal's experiment.

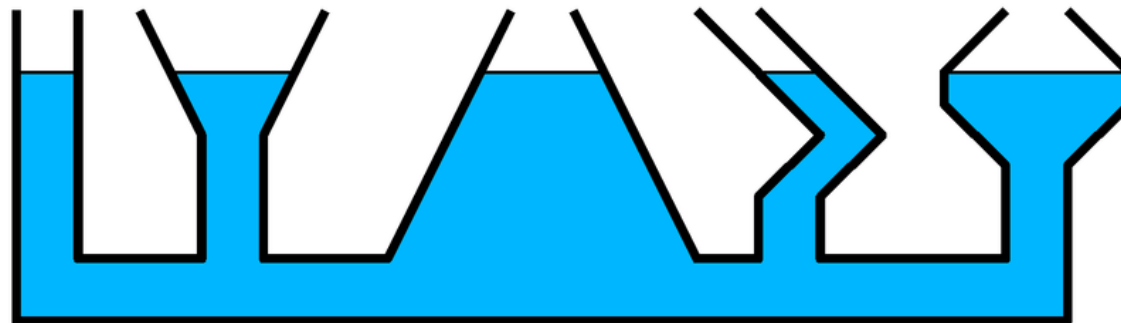
Kann mit dem Inhalt einer Weinflasche ein
Holzfass zu Platzen gebracht werden?



Hydrostatisches Paradoxon

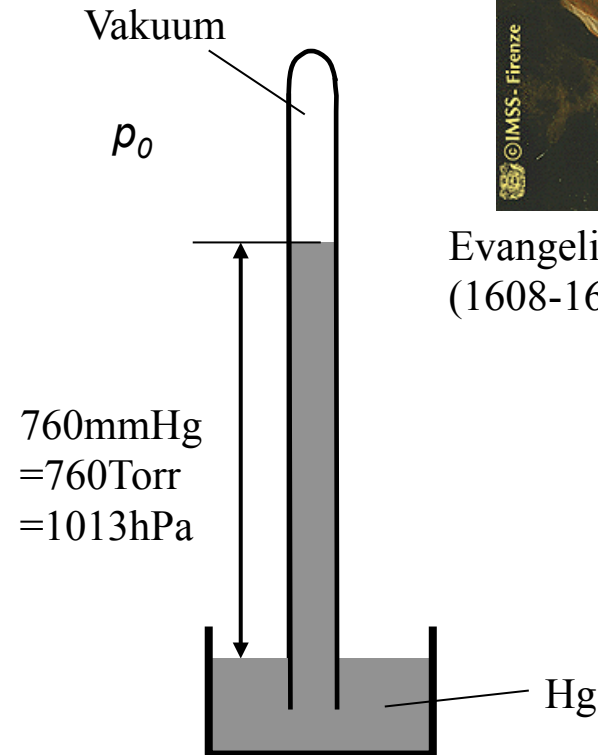
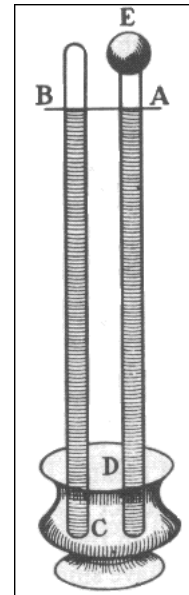


Der Bodendruck ist nur von der Flüssigkeitshöhe abhängig nicht von der Gestalt



Bei Kommunizierenden Röhren stellt sich derselbe Wasserpegel ein, unabhängig von der Röhrenform.

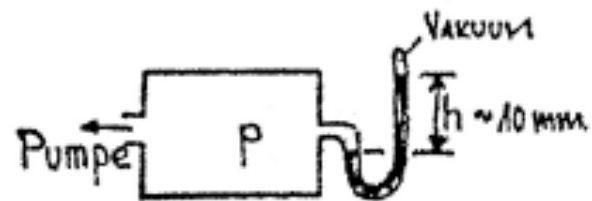
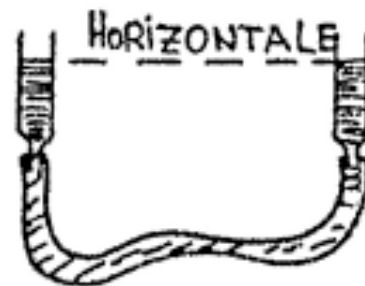
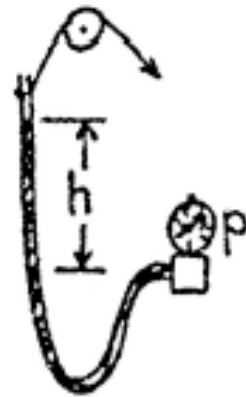
Barometer



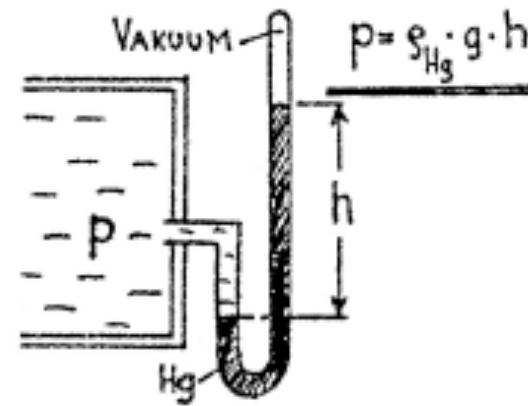
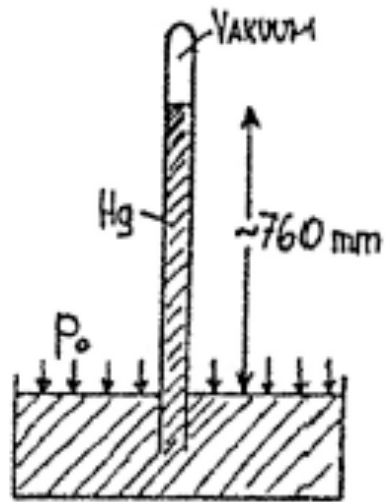
Evangelista Torricelli
(1608-1647)

Der Luftdruck wird auch heute noch oftmals in Torr angegeben. 1 Torr = 133 Pa, wobei 1 Torr einem Millimeter Quecksilbersäule entspricht. Der Normdruck ist 760 mmHg = 760 Torr = 1013 mBar = 101'325 Pa = 1013 hPa. Dieser Druck entspricht einem typischen Luftdruck. Allgemein hängt der Luftdruck vom Wetter und von der Höhe ab. Das Torr geht auf den Wissenschaftler Evangelista Torricelli zurück, welcher zum ersten Mal beobachtete, dass das Quecksilberniveau von einfach geschlossenen Glasröhren gleich ist. Nach dem Senken des Quecksilbers aus dem oberen Teil des Rohres entsteht ein luftleerer Raum. Torricelli hat deshalb das Vakuum postuliert, was nach der damals gängigen Lehre von Aristoteles nicht existieren konnte.

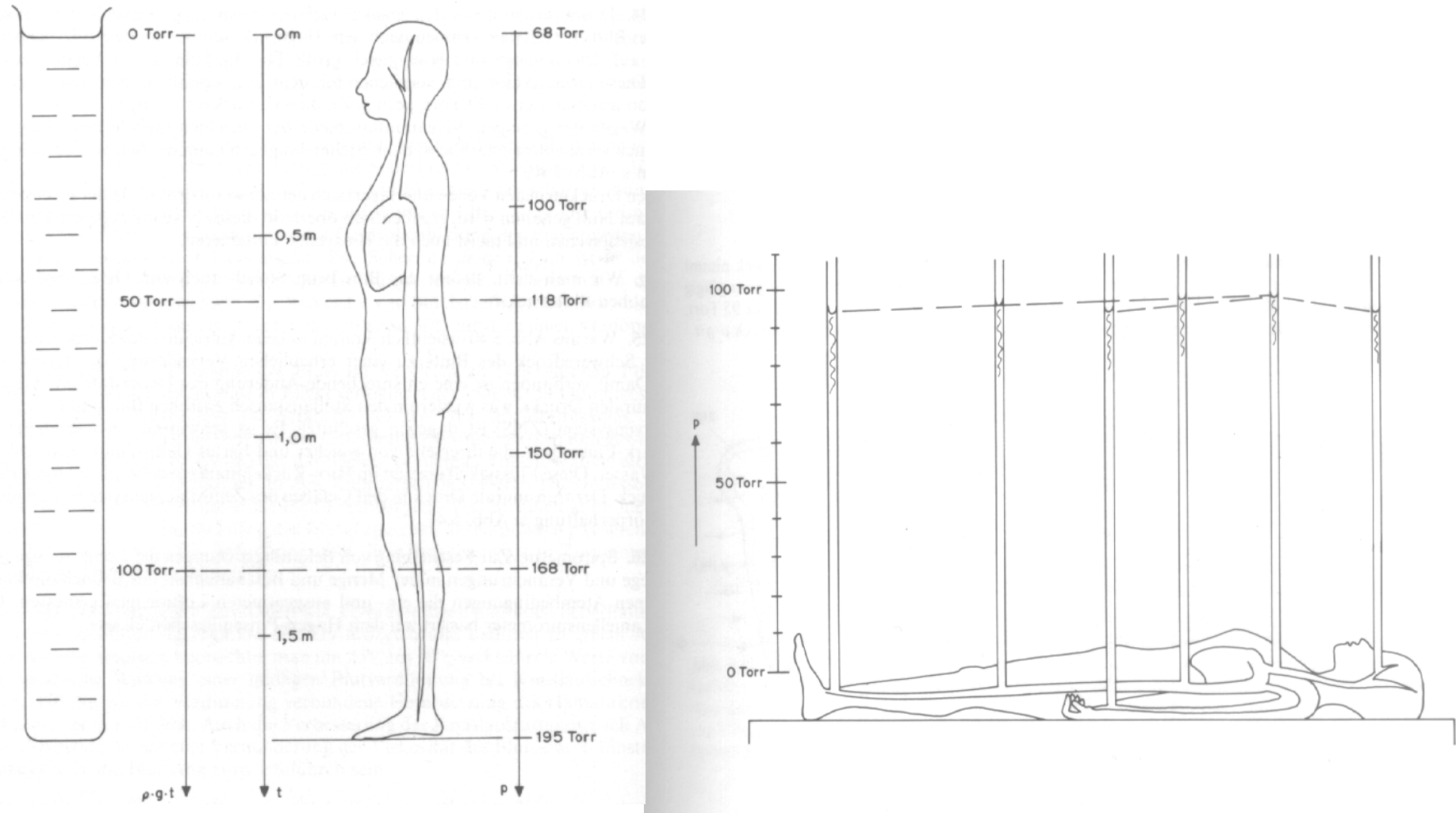
Schweredruck



Quecksilber-Barometer



Druckverteilung beim Menschen

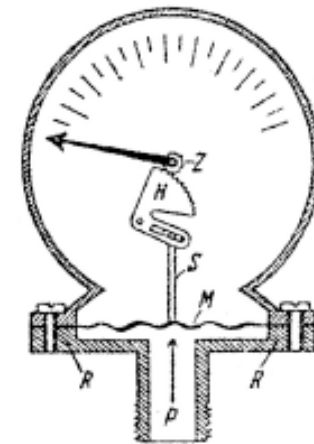


Beim Liegen ist die Druckverteilung in den grossen Arterien relativ homogen (ca. 100Torr=133mbar).
Beim Stehen ist die Druckverteilung aufgrund des Schweredruckes des Blutes inhomogen.

Druckmessung:

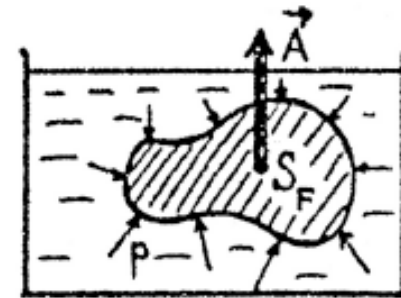
Ein oft verwendetes Messinstrument ist das **Membranmanometer**. Hier biegt der zu messende Druck eine wellenförmige Stahlmembran durch. Diese Durchbiegung wird mit Hilfe einer mechanischen Übersetzung in eine Drehbewegung des Zeigers umgewandelt, so dass der Druck auf einer geeichten Skala abgelesen werden kann.

Im Labor findet häufig das **Quecksilbermanometer** Verwendung. Es besteht aus einem mit Quecksilber gefüllten U-Rohr, dessen einer Schenkel luftleer und abgeschlossen ist. Das andere Ende wird mit dem Druckgefäß verbunden, so dass der Niveau-Unterschied h des Quecksilbers den Druck p in mmHg angibt. Zur Messung kleinerer Drücke kann das Quecksilber durch eine leichtere Messflüssigkeit ersetzt werden.



Der Auftrieb:

Taucht ein Körper in eine Flüssigkeit ein, so erzeugt der hydrostatische Druck der umgebenden Flüssigkeit auf die Körperoberfläche eine resultierende Kraft, welche nach oben gerichtet und gleich dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeit ist (Archimedes 250 v. Chr.). Der Angriffspunkt dieser **Auftriebskraft** \vec{A} liegt im Schwerpunkt S_F des verdrängten Flüssigkeitsvolumens (nicht notwendigerweise im Schwerpunkt S_K des Körpers). Um dies einzusehen, denke man sich den Körper aus dem Material der Flüssigkeit selbst aufgebaut. Dies ändert einerseits nichts an den Auftriebskräften und andererseits kompensieren diese genau das Körpergewicht. Damit ein Körper schwimmt, muss somit seine mittlere Dichte geringer als jene der Flüssigkeit sein.

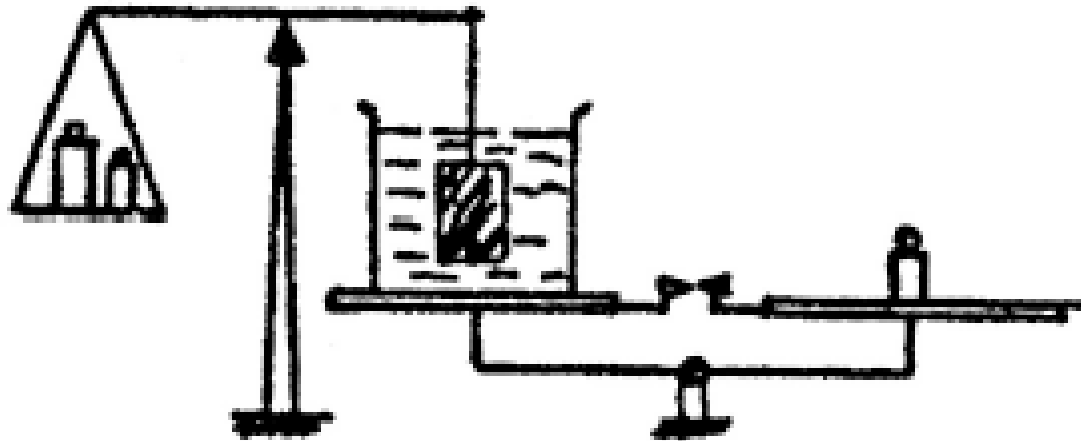


Prinzip von Archimedes



Versuch des Archimedes. Um 250 v. Chr. sollte Archimedes prüfen, ob die Krone von König Hiero aus reinem Gold oder nur aus einer Gold-Silber-Legierung gefertigt wurde. Dazu hängte er die Krone und einen gleich schweren Gold-Klumpen an eine Balkenwaage. Dann tauchte er beide Körper in Wasser. Da nun die Waage aus dem Gleichgewicht kam, konnte er mit Hilfe des Auftriebes nachweisen, daß der Goldschmied seinen König betrogen hatte.

Auftrieb

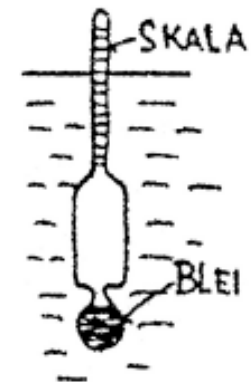


Der Auftrieb führt zu einer reduzierten Gewichtskraft des Schwimmenden Körpers. Die Reaktionskraft, welche durch die Flüssigkeit übertragen wird, führt zu einer Erhöhung der Bodenkraft.

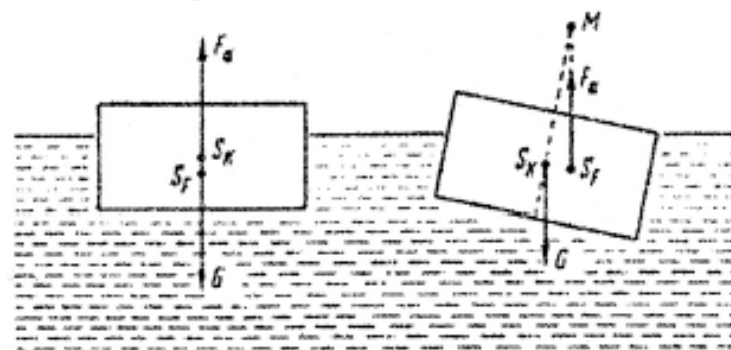
Das Archimedische Prinzip erlaubt die präzise Bestimmung des Volumens unregelmässiger Körper aus einer Auftriebsmessung in einer Flüssigkeit bekannter Dichte.

Beachte, dass bei Präzisionswägungen der Luftauftrieb berücksichtigt werden muss (Luftdichte = 1.293 Milligramm pro cm^3)

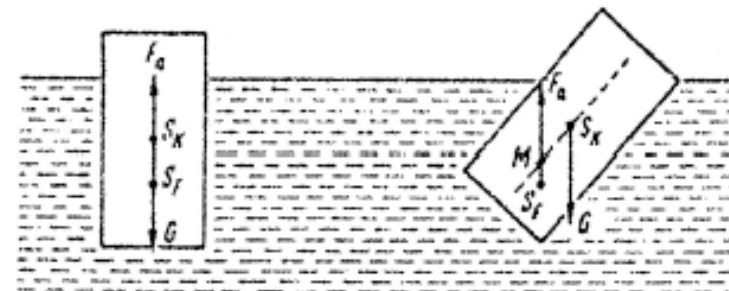
Da die von einem Körper verdrängte Flüssigkeitsmenge genau so viel wiegt wie der Körper, wird dieser um so tiefer eintauchen, je geringer deren Dichte ist. Darauf beruht das Prinzip des **Aräometers**. Im Handel gibt es Aräometer, deren Skala für einen bestimmten Stoff geeicht ist, dessen Gehalt in der Flüssigkeit man untersuchen will (Alkoholometer, Säuremesser etc.).



Wenn ein Körper nicht homogen ist oder nicht vollständig in die Flüssigkeit eintaucht (schwimmender Körper), fallen die Angriffspunkte von Gewicht und Auftrieb nicht zusammen, so dass sie ein Kräftepaar bilden, welches den Körper so lange zu drehen versucht, bis die Wirkungslinien zusammenfallen. Am Beispiel eines quaderförmigen Holzklotzes sehen wir, dass er in „flacher“ Lage stabil schwimmt, „hochkant“ aber umkippt. In beiden Fällen liegt der Angriffspunkt der Auftriebskraft unter dem Körperschwerpunkt. Entscheidend für die Stabilität ist die Lage des Kräftepaars, die bei einer kleinen Verdrehung des Körpers aus der Schwimmlage entsteht. Ziehen wir in der Schwimmlage eine Gerade durch die beiden Angriffspunkte (sie ist eine Symmetrieachse des Körpers), so wird diese bei der Kippung des Körpers von der Wirkungslinie des Auftriebs im Punkt M geschnitten. M ist das **Metazentrum** des Körpers. Nur wenn das Metazentrum über dem Schwerpunkt des Körpers liegt, ist die Schwimmlage stabil.



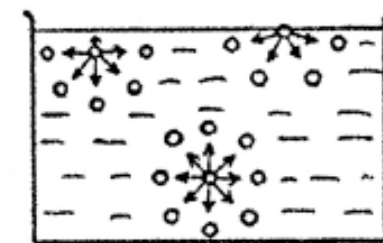
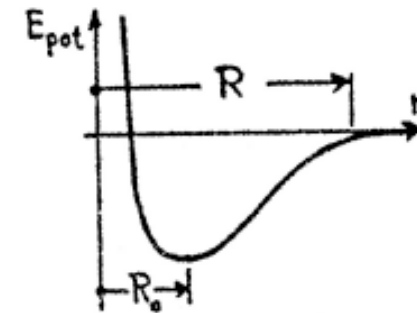
STABIL



INSTABIL

8.2 Statik realer Flüssigkeiten; Oberflächen-Spannung

Zwischen den Molekülen realer Flüssigkeiten wirken Kräfte, die für Abstände $r < R_0$ abstossend und für $r > R_0$ anziehend sind. R_0 ist der Gleichgewichtsabstand. Die Reichweite R dieser **Kohäsionskräfte** beträgt typischerweise etwa 10 Å (1 nm). Für die geringe Kompressibilität der Flüssigkeiten ist die stark ansteigende Flanke des Potentials für kleine r verantwortlich (für Wasser bei 0° C ist $\chi = 5.1 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$).



Im Innern der Flüssigkeit wirken die Kohäsionskräfte auf ein herausgegriffenes Molekül isotrop nach allen Seiten, d.h. die resultierende Kraft ist null. Ist jedoch die Distanz eines Moleküls von der Oberfläche kleiner als die Reichweite R der Kohäsionskräfte, so überwiegt die Wirkung der ins Innere ziehenden Kräfte. Um ein Molekül an die Oberfläche zu bringen, muss Arbeit aufgewendet werden. Anders ausgedrückt: An der Oberfläche ist die mittlere potentielle Energie eines Moleküls grösser als im Innern; je grösser die Oberfläche, desto grösser die gesamte potentielle Energie der Flüssigkeit. Man bezeichnet die Arbeit, welche erforderlich ist, um die Oberfläche um die Flächeneinheit zu vergrössern, als

Oberflächenspannung σ .

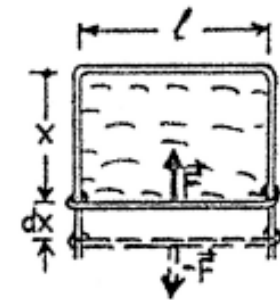
Dimension: Arbeit/Fläche oder Kraft/Länge

Einheit: J/m^2 oder N/m

σ als Kraft pro Länge der Oberflächenberandung:

Eine Flüssigkeitslamelle, welche einen rechteckigen Drahtrahmen bespannt, zieht den unteren, beweglich gestalteten Bügel wegen der Oberflächenspannung nach oben. Ausziehen des Bügels um dx vergrößert die Oberfläche um $2 \cdot l \cdot dx$, wozu die Arbeit $F \cdot dx = \sigma \cdot 2 \cdot l \cdot dx$ erforderlich ist. Somit gilt

$$\sigma = F/(2 \cdot l) \text{ N/m, Kraft/Berandungslänge.}$$

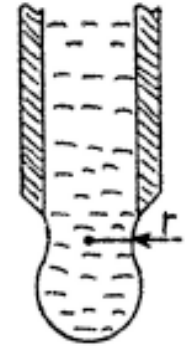


Exp: Seifenlamelle
Faden auf Seifenhaut
Minimalflächen

Tropfenbildung:

Beim Austropfen einer Flüssigkeit aus einer Rohröffnung reißt der Tropfen dann ab, wenn sein Gewicht G die Bedingung $G = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \sigma$ erfüllt.

Aus Messung von G und dem Einschnürradius r kann σ bestimmt werden.



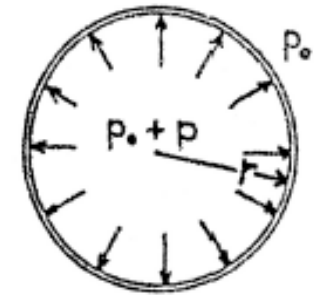
Überdruck in einer Seifenblase:

Eine Seifenblase reduziert ihren Radius nach der Entstehung so lange, bis der innen dadurch entstehende Überdruck den Oberflächenkräften das Gleichgewicht hält. Die Oberfläche ist $A = 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2$ und somit $dA/dr = 16 \cdot \pi \cdot r$. Bei Vergrößerung des Gleichgewichtsradius um dr muss die vom inneren Überdruck geleistete Arbeit $p \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot dr$ gleich der Zunahme $\sigma \cdot 16 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$ der Oberflächenenergie sein. Folglich ist

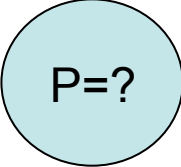
$$p = 4 \cdot \sigma / r,$$

der Überdruck der Seifenblase.

Mit zunehmender Grösse nimmt der Innendruck ab, grosse Seifenblasen sind weicher als kleine.



Exp: Seifenblasen
Faden auf Seifenhaut
Minimalflächen



P=?

Entsprechend wird im Innern eines kugelförmigen Tropfens durch die Oberflächenspannung ein Druck

$$p = 2 \cdot \sigma / r$$

erzeugt. (Gegenüber der Seifenblase um den Faktor 2 kleiner, weil nur eine Kugelfläche vorhanden ist).

Oberflächenspannung

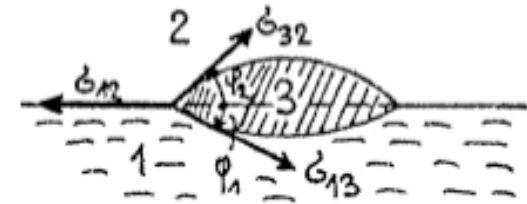


Roboter läuft über Wasser



Nature, Aug 03

Molekularkräfte wirken auch zwischen Molekülen verschiedener Körper. Man nennt sie darum **Adhäsionskräfte**. Sie geben Anlass zur **Grenzflächen-Spannung**. Betrachten wir z.B. einen Fetttropfen auf Wasser, und bezeichnen wir die Medien Wasser, Luft und Fett mit



1, 2 und 3, so sind die drei Grenzflächenspannungen σ_{12} , σ_{32} und σ_{13} massgebend für die Entstehung eines bestimmten Gleichgewichtszustandes. Die Kräfte auf den Tropfenrand ziehen in Richtung der entsprechenden Grenzflächen, deren Winkel φ_1 und φ_2 sich so einstellen, dass das Kräfterdreieck sich schliesst. Dies ist nur möglich, wenn jede Grenzflächenspannung kleiner ist, als die Summe der beiden andern. Diese Bedingung ist für einen Öltropfen auf Wasser nicht erfüllt, weil die Grenzflächenspannungen von Öl gegen Wasser und gegen Luft zu klein sind, um jene von Wasser gegen Luft zu kompensieren. Öl breitet sich auf Wasser in einer zusammenhängenden, monomolekularen Schicht aus.

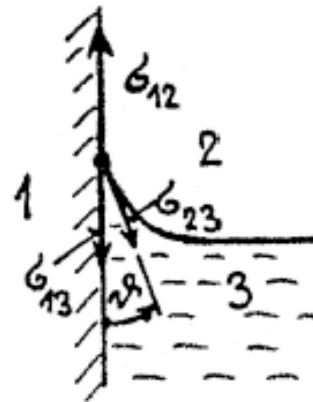
Auf analoge Weise entsteht der Randwinkel ϑ einer Flüssigkeit (3), die an einen festen Körper (1) und an Luft (2) grenzt (siehe Abbildung unten links). Am Flüssigkeitsrand greifen pro Längeneinheit die Kräfte σ_{12} , σ_{13} und σ_{23} an. Im Gleichgewicht muss gelten:

$$\sigma_{13} + \sigma_{23} \cdot \cos \vartheta = \sigma_{12}, \quad \text{also} \quad \cos \vartheta = (\sigma_{12} - \sigma_{13}) / \sigma_{23}.$$

Young 's Gleichung

Exp: Fettsäuretropfen auf Wasser
Wasser auf Russ

Es muss immer $\sigma_{23} > 0$ sein, weil sonst die Flüssigkeit laufend verdampfen würde. Man nennt $\sigma_{12} - \sigma_{13}$ die **Haftspannung**. Ist diese negativ, so wird $\vartheta > 90^\circ$ (z.B. 138° für Glas-Hg). Wenn die Haftspannung Werte $> \sigma_{23}$ annimmt, erhalten wir die Situation **vollständiger Benetzung** (hochkriechen der Flüssigkeit).



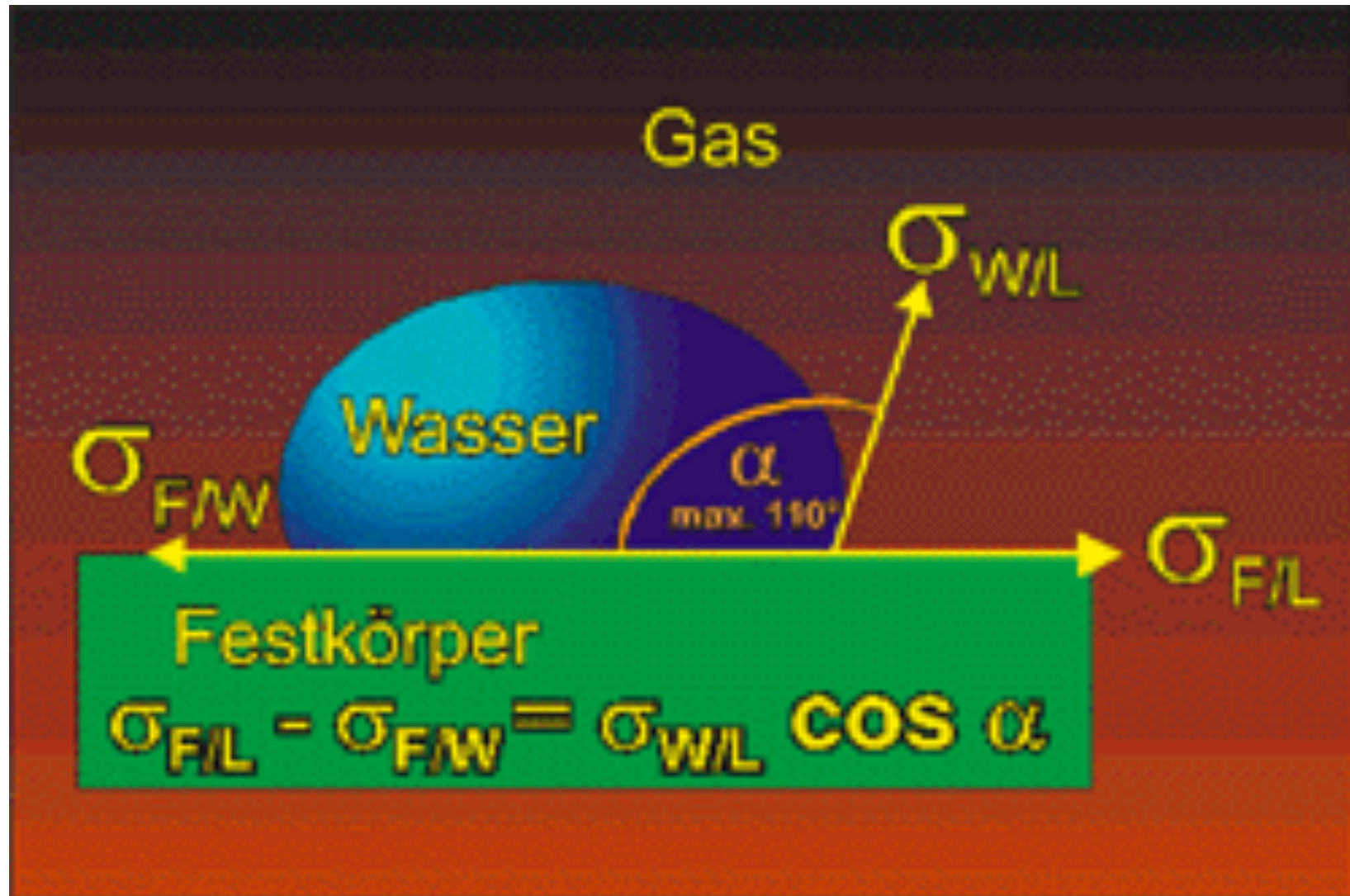
Wasser auf Oberflächen:

$\vartheta=0^\circ$ benetzend, hydrophil

$\vartheta>90^\circ$ wasserabstossend, hydrophob

$\vartheta>150^\circ$ superhydrophob (Rauigkeit vergrößert Kontaktwinkel)

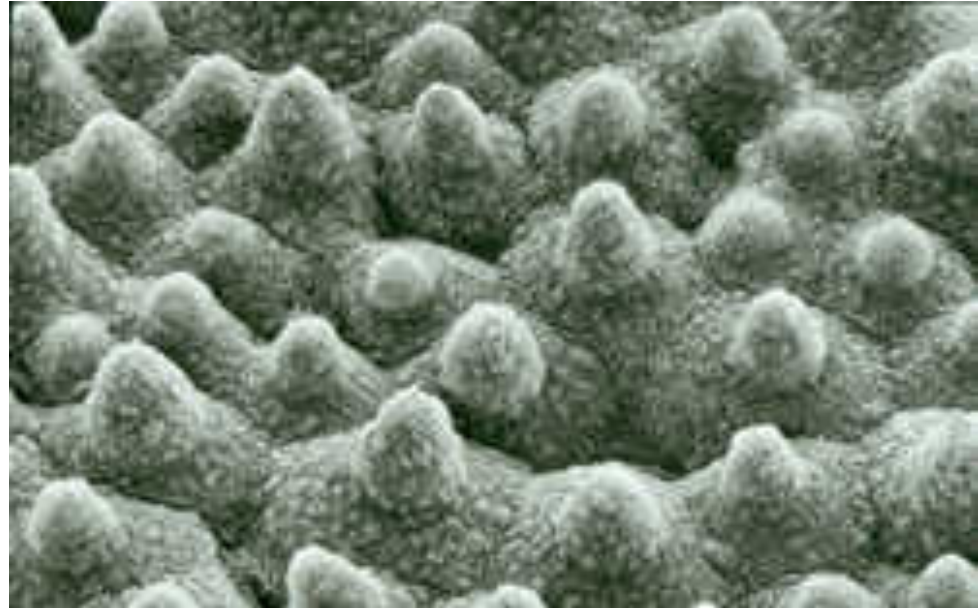
Young 's Gleichung



Lotus-Effekt



Lotus-Blume

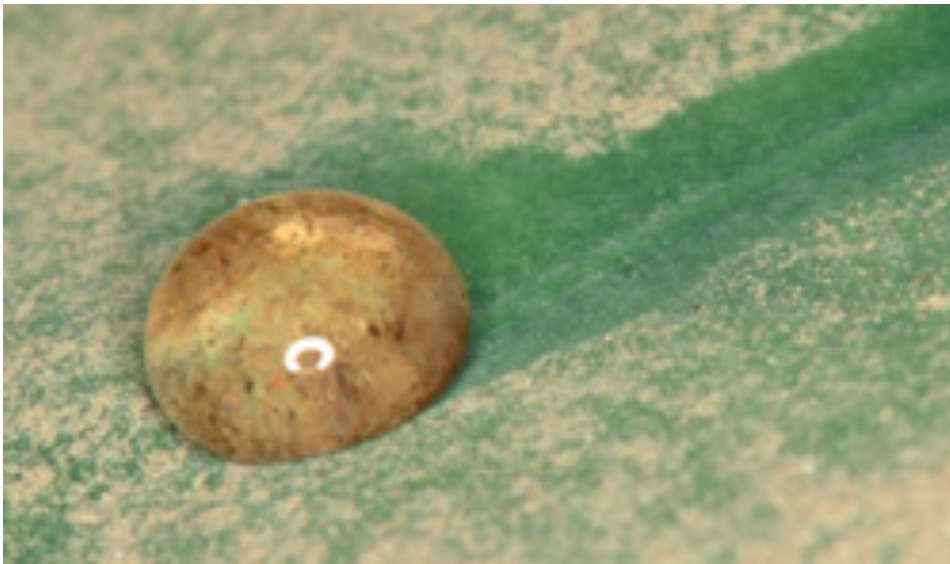


Oberfläche der Lotus-Blume

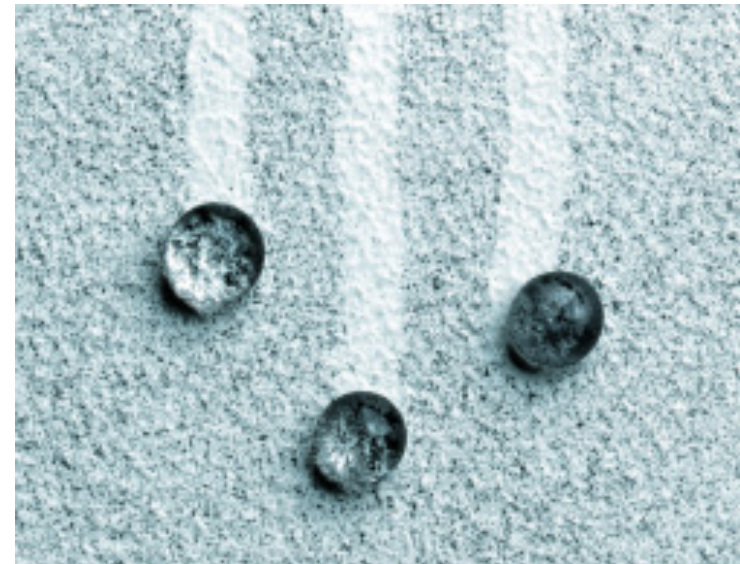
Lotus-Effekt



Lotus-Effekt



Staubpartikel werden mitgerissen

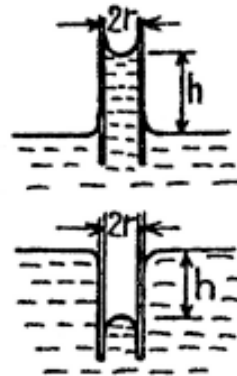


Selbstreinigende Farbe

Kapillarität:

Taucht man eine enge Glasröhre (Kapillarrohr) vertikal in Wasser, so steigt dieses in die Kapillare empor. Der Höhenunterschied gegenüber dem Wasserspiegel des Gefäßes ist umso grösser, je enger die Kapillare. Tut man dasselbe mit Quecksilber, so liegt das Niveau in der Kapillare tiefer als im Gefäß (Depression). In beiden Fällen wird die Flüssigkeit im engen Rohr durch einen **Meniskus** begrenzt, benetzend beim Wasser, nicht benetzend beim Quecksilber (siehe Abbildung oben rechts). Nehmen wir der Einfachheit halber an, die Flächen der Menisken seien halbkugelförmig, so erzeugt die Oberflächenspannung den Druck

$$p = 2 \cdot \sigma / r.$$



Ist die Flüssigkeit benetzend, ergibt sich eine Zugspannung nach oben, benetzt sie nicht, eine Druckspannung nach unten. Die Flüssigkeitssäule wirkt wie ein Manometer, welches die Druckdifferenz zwischen konkaver und konvexer Meniskusseite misst. Daraus ergibt sich der Höhenunterschied

$$h = 2 \cdot \sigma / (r \cdot \rho \cdot g).$$

Exp: Kapillaren und Hyperbolische Steighöhe eines Flüssigkeitskeils

Kompressibilität von Gasen:

Gase unterscheiden sich von Flüssigkeiten hauptsächlich durch ihre hohe Kompressibilität. Mit den idealen Flüssigkeiten teilen sie die Eigenschaft, dass auftretende Schubspannungen oft vernachlässigbar klein sind.

Wir wollen hier nach der Kompressibilität χ eines idealen Gases bei konstanter Temperatur fragen, für welches das **Boyle-Mariotte'sche Gesetz** gilt. Dieses besagt, dass für eine feste Gasmenge das Produkt aus Druck p und Volumen V konstant ist (siehe Kap. III, Wärmelehre), also

$$(87) \quad p \cdot V = \text{const.}, \quad \text{Boyle-Mariotte'sches Gesetz.}$$

Dafür kann auch $d(p \cdot V) = 0$ oder $p \cdot dV + V \cdot dp = 0$ und somit $dp/p = -dV/V$ geschrieben werden. Ersetzen wir nun in der Definitionsgleichung für die Kompressibilität (82) den dortigen Druck p durch unseren Druckanstieg dp , so erhalten wir

$$(88) \quad \begin{aligned} &-(dV/V) = \chi \cdot dp \quad \text{oder} \quad dp/p = \chi \cdot dp \quad \text{und} \\ &\chi = 1/p, \quad \text{Kompressibilität des idealen Gases.} \end{aligned}$$

Barometerformel:

Die Gleichung (86) für den Schweredruck ist auf ein Gas nicht anwendbar, weil die Voraussetzung der Inkompressibilität ja nicht erfüllt ist. Von besonderem Interesse ist die Frage nach dem Schweredruck $p(h)$ der Erdatmosphäre als Funktion der Höhe h . Unter der Annahme einer konstanten Erdbeschleunigung g und einer höhenunabhängigen Lufttemperatur (nur grobe Näherung zur Realität), berechnet sich die gesuchte Funktion $p(h)$ folgendermassen:

Nach (87) ist der Druck p einer Gasmenge dem Volumen V umgekehrt proportional. Das gleiche gilt für die Dichte $\varrho = m/V$. Das Verhältnis $\varrho(h)/p(h)$ ist deshalb eine Konstante. Bezeichnen wir Dichte und Luftdruck an der Erdoberfläche mit $\varrho(0)$ und $p(0)$, bekommen wir

$$(88) \quad \varrho(h) = (\varrho(0)/p(0)) \cdot p(h).$$

Vergrössert man die Höhe an der Stelle h um dh , so ändert der Druck gerade um $dp = -\varrho(h) \cdot g \cdot dh$, d.h. er nimmt um das Gewicht des Luftelementes der Höhe dh und dem Einheits-Querschnitt ab. Mit (88) schreiben wir

$$dp = -(\varrho(0)/p(0)) \cdot p(h) \cdot g \cdot dh \quad \text{und} \quad dp/p(h) = -(\varrho(0)/p(0)) \cdot g \cdot dh.$$

Integrieren liefert:

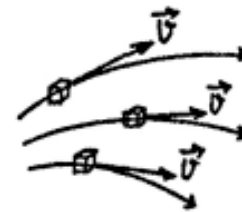
$$(89) \quad \left. \begin{array}{l} \ln(p(h)/p(0)) = -(\varrho(0)/p(0)) \cdot g \cdot h \quad \text{oder} \\ p(h) = p(0) \cdot \exp(-(\varrho(0)/p(0)) \cdot g \cdot h), \quad \text{Barometer-Formel.} \end{array} \right\}$$

8.3 Hydrodynamik der idealen Flüssigkeit

In der idealen Flüssigkeit existieren **keine Schubspannungen**, ferner ist sie **inkompressibel**. Die wirksamen Kräfte werden durch den Druck oder durch die Schwerkraft erzeugt.

8.3.1 Die stationäre Strömung

Eine Strömung heisst stationär, wenn das zugehörige Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(x, y, z)$ nicht von der Zeit abhängt. Im Allgemeinen unterscheidet man in einer Strömung Bahnlinien und Stromlinien. Die **Bahnlinie** ist eine Linie, die ein bestimmtes Flüssigkeitselement im Laufe der Zeit überstreicht. Als **Stromlinie** bezeichnet man eine Kurve, deren Tangenten mit den Geschwindigkeiten zusammenfallen, welche in einem festen Zeitpunkt entlang der Kurve vorhanden sind (es sind also die Feldlinien des momentan vorhandenen Geschwindigkeitsfeldes).

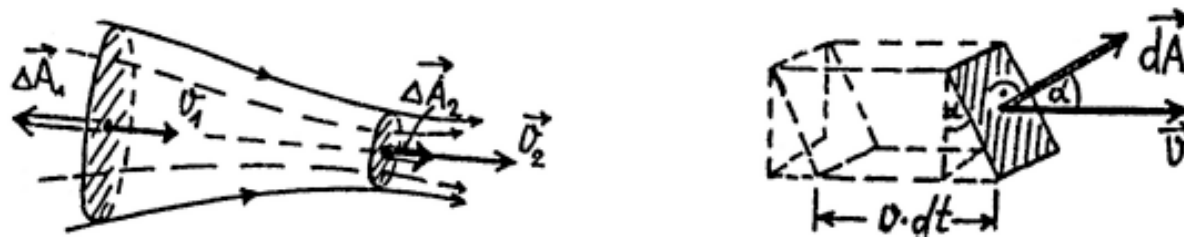


Für die stationäre Strömung gilt: Das Stromlinienbild ist zeitlich konstant. Bahnlinien und Stromlinien sind identisch

Die Kontinuitätsgleichung:

Zieht man durch den Rand eines Flächenelementes in einer stationären Strömung alle Stromlinien, so grenzen diese eine **Stromröhre** ab. Durch den Rand einer Stromröhre dringt keine Flüssigkeit. Die Flüssigkeit in der Stromröhre heisst **Stromfaden**. Legen wir das Flächenelement $d\vec{A}$ in die Strömung $\vec{v}(x, y, z)$, wobei der Vektor $d\vec{A}$ normal zur Fläche dA stehen soll, so tritt pro Zeiteinheit gerade das Flüssigkeitsvolumen $dV = \vec{v} \cdot d\vec{A}$ hindurch.

$$dV/dt = \vec{v} \cdot d\vec{A}, \quad \text{Fluss von } \vec{v} \text{ durch } d\vec{A}.$$



Wenn wir in einem Stromfaden durch zwei Querschnittsflächen ΔA_1 und ΔA_2 ein Volumen abgrenzen, so enthält dieses zu jeder Zeit dieselbe Flüssigkeitsmenge, denn wegen der Inkompressibilität ist ja die Dichte konstant. Es muss folglich der Fluss durch jede Querschnittsfläche gleich gross sein.

$$\Delta \vec{A} \cdot \vec{v} = \text{const.}$$

Wir treffen die Konvention, dass die Vektoren $\Delta \vec{A}$ der Flächenelemente, welche ein Volumen abgrenzen, immer nach aussen gerichtet sind. Dann können wir schreiben:

$$(90) \quad \Delta \vec{A}_1 \cdot \vec{v}_1 + \Delta \vec{A}_2 \cdot \vec{v}_2 = 0, \quad \text{Kontinuitätsgleichung für Stromfaden.}$$

Das Gesetz von Bernoulli (Daniel Bernoulli, 1700-1782):

Aus einem Stromfaden greifen wir jetzt ein Flüssigkeitsvolumen heraus, welches durch die differentiell kleinen, zur Geschwindigkeit \vec{v} normal stehenden Querschnittsflächen A_1 und A_2 begrenzt wird. Um wie viel wird der Energieinhalt dieses Volumens während der Zeit dt ändern? A_1 und A_2 werden sich um $v_1 \cdot dt$, respektive $v_2 \cdot dt$ entlang den Stromlinien verschieben. Dabei wird durch den Druck p_1 die Arbeit $p_1 \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot dt$ am Flüssigkeitselement geleistet, und gleichzeitig gibt dieses die Arbeit $p_2 \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot dt$ nach aussen ab. Die Energieänderung beträgt also

$$(91) \quad dE = (p_1 \cdot A_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot A_2 \cdot v_2) \cdot dt.$$

Weil es sich um eine stationäre Strömung handelt, können wir die Energieänderung auch folgendermassen interpretieren: gegenüber dem Anfangszustand fehlt das Massenelement $dm_1 = \rho \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot dt$, dafür gehört das Element $dm_2 = \rho \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot dt$ zum neuen Zustand. Unter Berücksichtigung von kinetischer und potentieller Energie dieser Massenelemente können wir auch sagen:

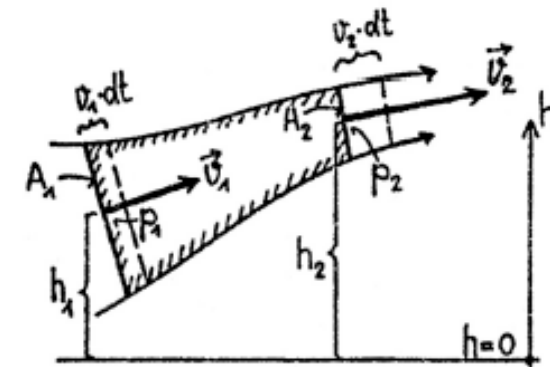
$$(92) \quad dE = dm_2 \cdot v_2^2/2 + dm_2 \cdot g \cdot h_2 - dm_1 \cdot v_1^2/2 - dm_1 \cdot g \cdot h_1.$$

Gleichsetzen von (91) und (92), sowie Division durch das Volumenelement $A_1 \cdot v_1 \cdot dt = A_2 \cdot v_2 \cdot dt$ (Kontinuitätsgleichung) ergibt schliesslich

$$p_1 + \rho \cdot v_1^2/2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_2 + \rho \cdot v_2^2/2 + \rho \cdot g \cdot h_2 \quad \text{oder}$$

$$(93) \quad p + \rho \cdot v^2/2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{const.} \quad \text{Bernoulli'sches Gesetz.}$$

Die Bernoulli'sche Gleichung besagt, dass längs einer Stromlinie der



$$(93) \quad p + \rho \cdot v^2/2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{const.} \quad \text{Bernoulli'sches Gesetz.}$$

Die Bernoulli'sche Gleichung besagt, dass längs einer Stromlinie der

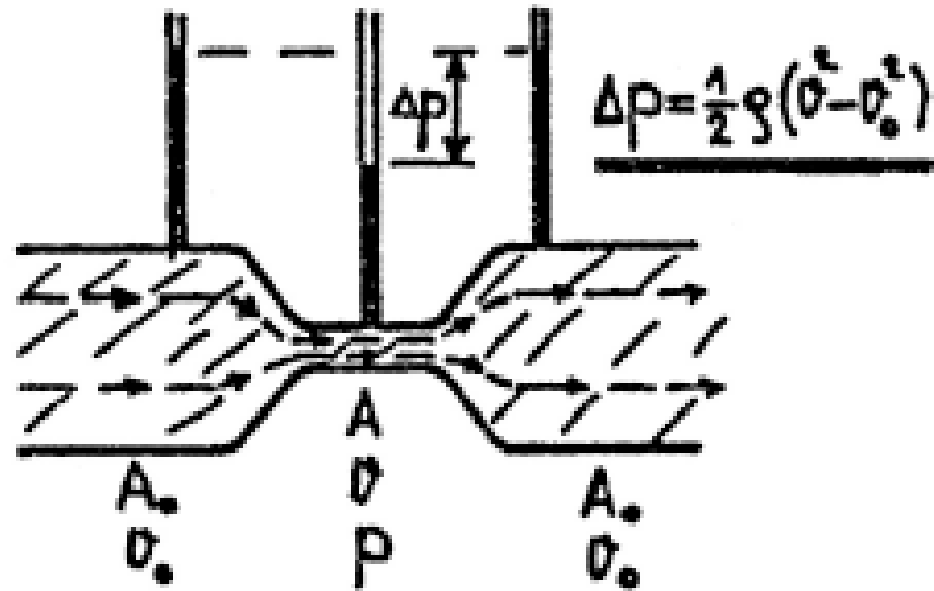
statische Druck p , der
dynamische Druck oder Staudruck $\rho \cdot v^2/2$ und die
potentielle Energie pro Volumeneinheit $\rho \cdot g \cdot h$

aufsummiert einen konstanten Wert ergeben. Im Allgemeinen ist die Konstante für verschiedene Stromlinien einer Strömung verschieden. Der statische Druck p ist der Druck, den ein mit der Flüssigkeit mitbewegter Beobachter mit einem Manometer messen würde. Ist die Strömung horizontal ($h = \text{const.}$), so ist

$$p + \rho \cdot v^2/2 = p_{TOT}, \quad \text{mit konstantem Gesamtdruck } p_{TOT}.$$

Der statische Druck p ist umso geringer, je grösser die Geschwindigkeit der Strömung, d.h. je kleiner der Querschnitt der Stromröhre ist, oder je mehr die Stromlinien zusammengedrängt werden.

Venturi-Rohr



Die Bernoulli-Familie



Jacob Bernoulli
1654-1705



Johann Bernoulli
1667-1748



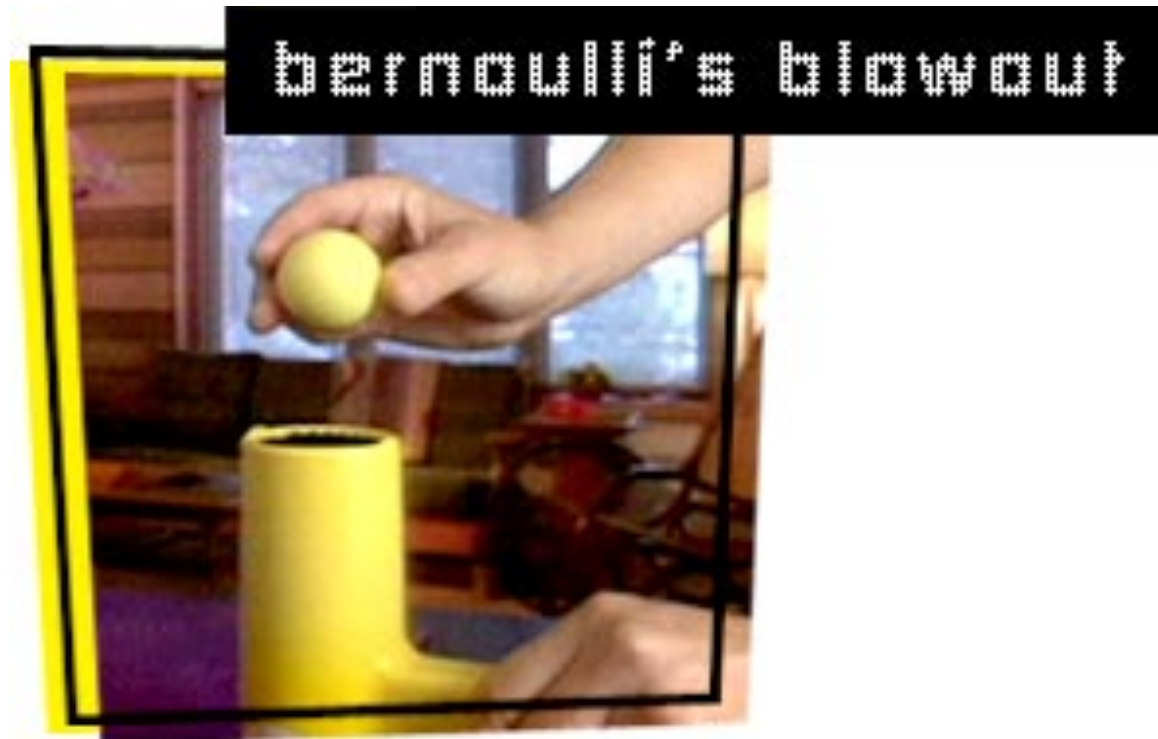
Daniel Bernoulli
1700-1782

Warum fliegt ein Flugzeug und was hat das mit den Bernoullis zu tun?



Daniel Bernoulli
1700-1782

Bernoulli-Effekt



Bernoulli-Gleichung

Statischer Druck + Dynamischer Druck = konst.



Bernoulligleichung

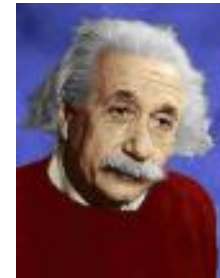
(Energiesatz für ideale Flüssigkeiten)
Daniel Bernoulli (1700-1782)

$$p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konstant}$$

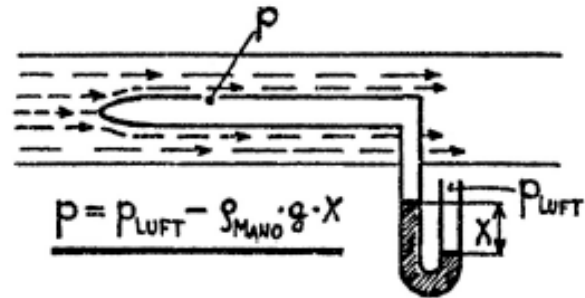
$p + \rho g h$: ‘statischer Druck’
(ist auch vorhanden wenn $v=0$)

$\frac{1}{2} \rho v^2$: ‘dynamischer Druck’

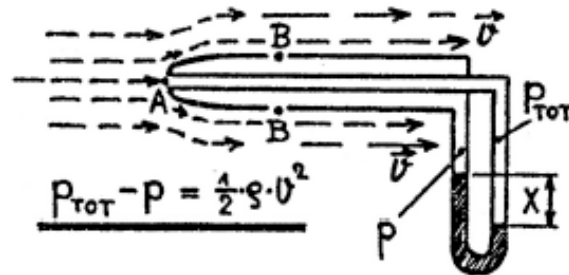
Neben Einsteins $E=mc^2$ und den Newtonschen Gleichungen
eine der bekanntesten physikalischen Gleichungen



Zur Messung des statischen Druckes im Innern einer Strömung dient die **Drucksonde**. Sie wird parallel zu den Stromlinien eingebracht und mit einem Manometer verbunden.



Der dynamische Druck $\rho \cdot v^2/2$ kann mit dem **Prandtl'schen Staurohr** festgestellt werden:



An der Messstelle A liegt der **Staupunkt** (bei A ist $v = 0$), wo der Gesamtdruck p_{TOT} gemessen wird. Im Punkt B, welcher zur gleichen Stromlinie gehört wie A, herrscht der statische Druck p . Aus $p_{TOT} - p = \rho \cdot v^2/2$ folgt:

$$\rho \cdot v^2/2 = \rho_{MANO} \cdot g \cdot x$$

In der Flugtechnik dient das Prandtl'sche Staurohr zur Messung der Relativgeschwindigkeit zwischen Flugzeug und Luft.

Prandtl'sches Staurohr

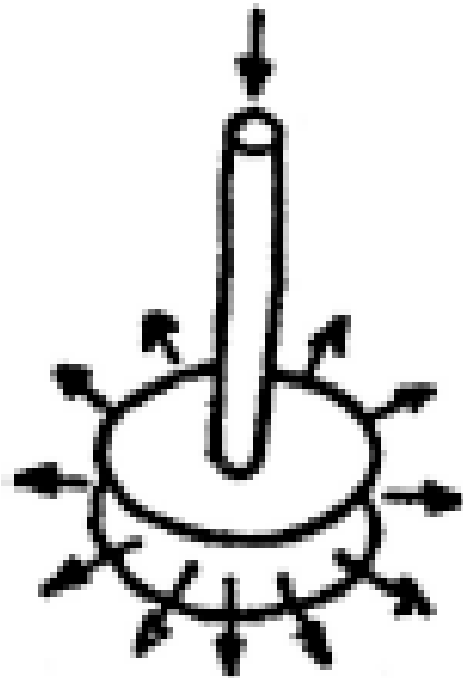


Prandtl'sches Rohr
von F/A 18

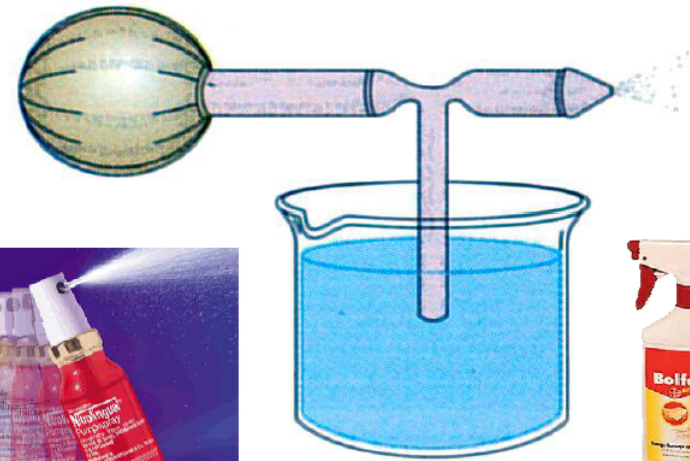
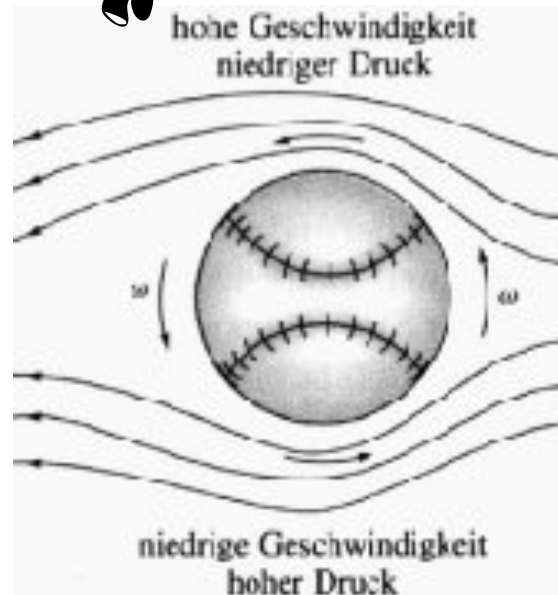


Pitot-Rohr von Kleinflugzeug

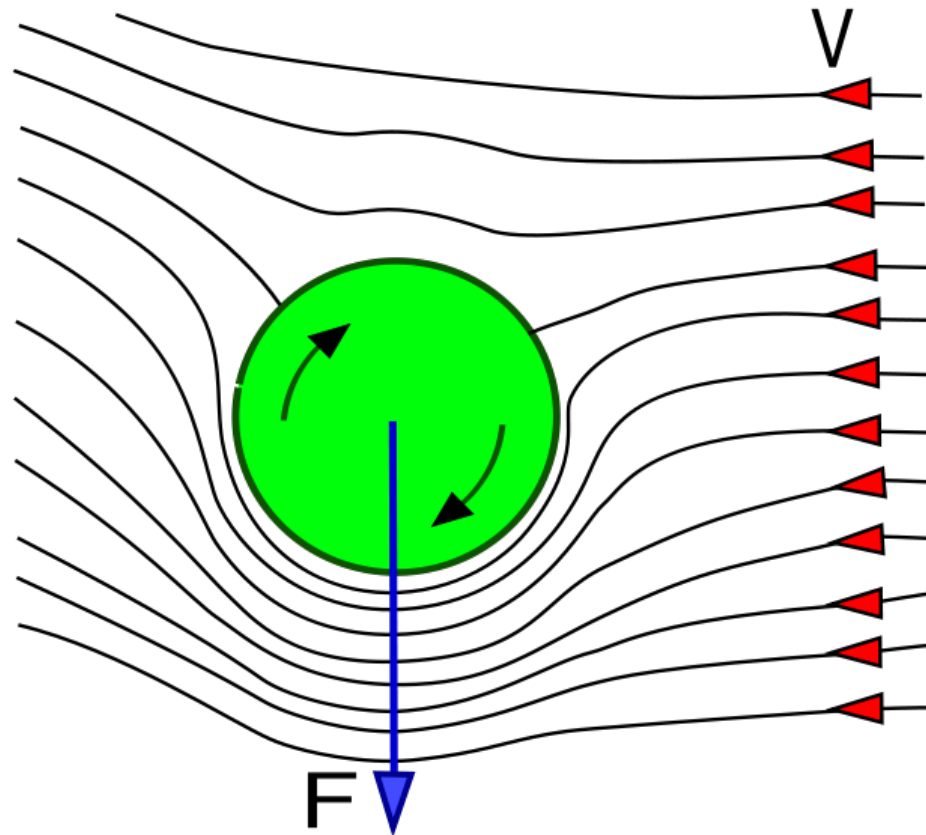
Hydrodynamisches Paradoxon

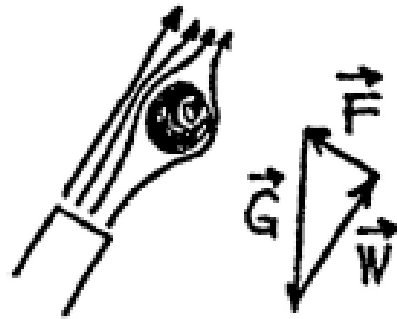


Fussball mit Effet und Zerstäuber

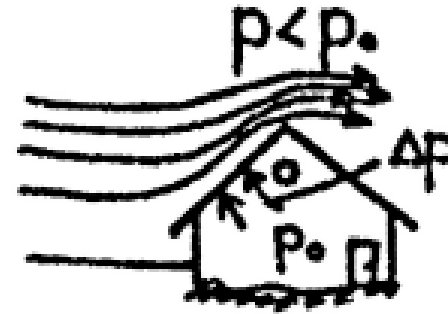


Ein Ball mit Effet

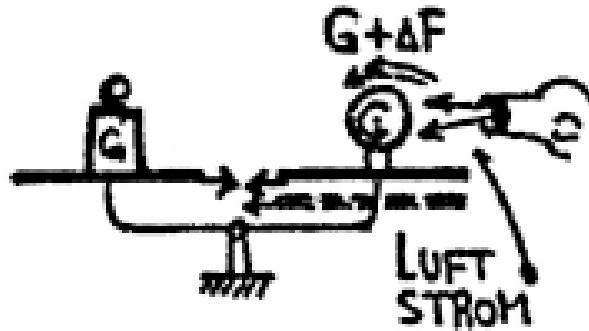




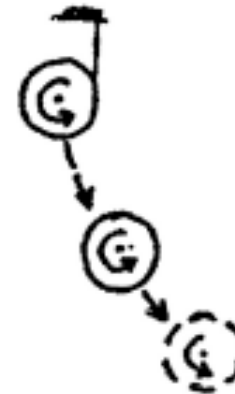
Ping-Pong Ball im Luftstrom



Hausdach im Sturm



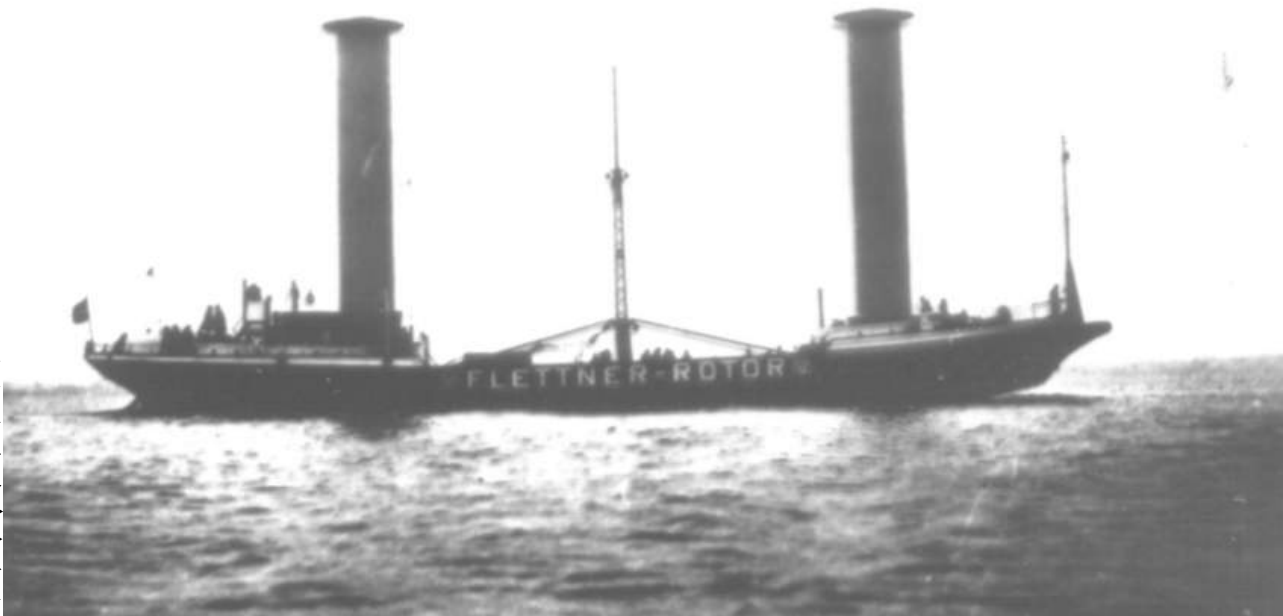
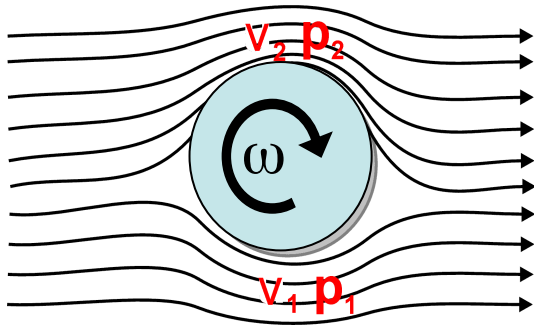
Flettner-Rotor



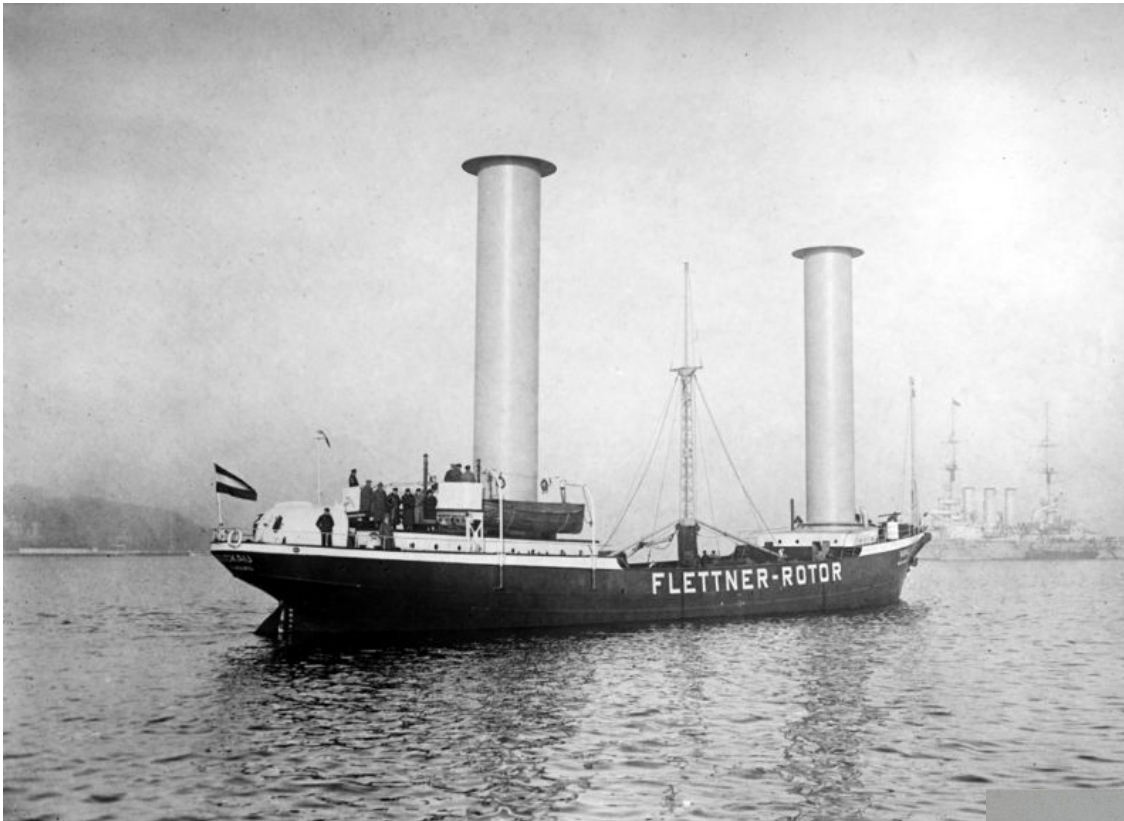
Fallender, rotierender Zylinder

Magnus-Effekt und Flettner-Rotor-Schiff

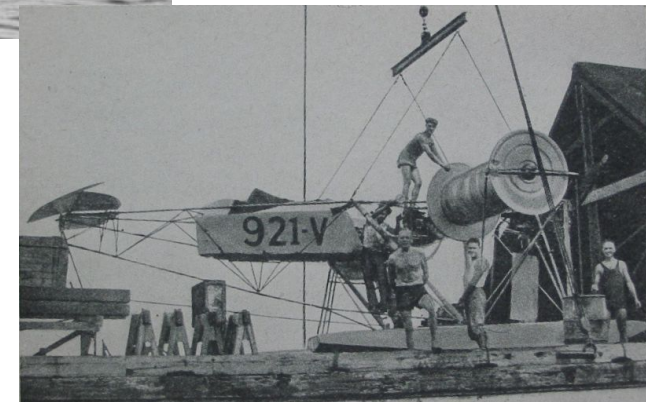
Wenn $v_1 < v_2$
dann ist $p_1 > p_2$



Magnus-Effekt und Flettner-Rotor-Schiff



Ein rotierender Zylinder hat einen bis zu zehnfach höheren Auftrieb als eine Flugzeugtragfläche.

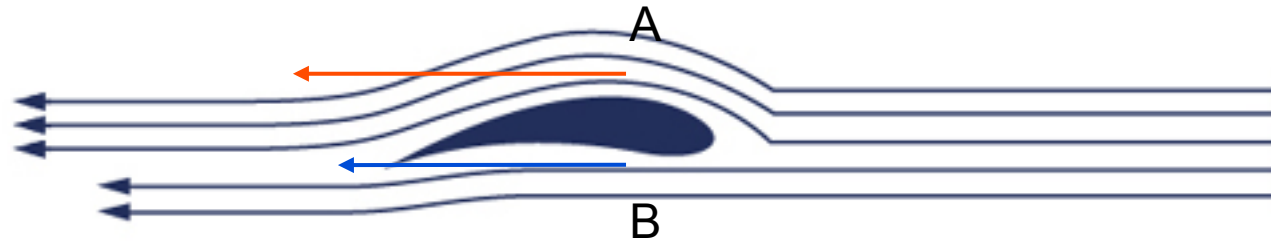


Flettner-Rotorschiff zum Transport von Windanlagen



E-Ship 1: Antrieb mit Diesel und Flettner-Rotor

Flugzeug- Flügelprofil



Bernoulligleichung für Punkt A und B

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

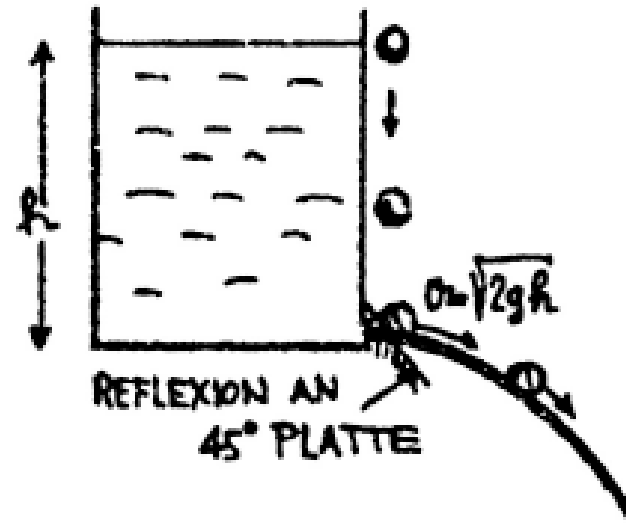
$$p_B - p_A = \frac{1}{2} \rho (v_A^2 - v_B^2)$$

Es resultiert eine
dynamische Auftriebskraft

$$A = 200\text{m}^2, v_A = 210\text{m/s} = 756\text{km/h}, v_B = 200\text{m/s}, \rho = 1\text{kg/m}^3$$

$$\Rightarrow F = 4 * 10^6 \text{N} \approx 40\text{t}$$

Gesetz von Torricelli



Gilt für reibungslose Flüssigkeit

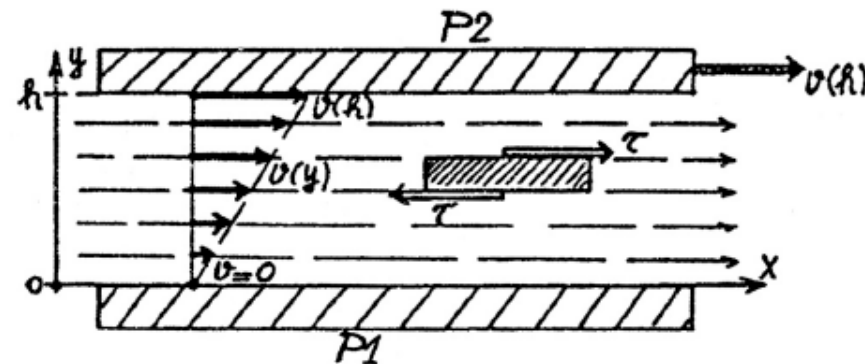
8.4 Hydrodynamik der realen Flüssigkeit

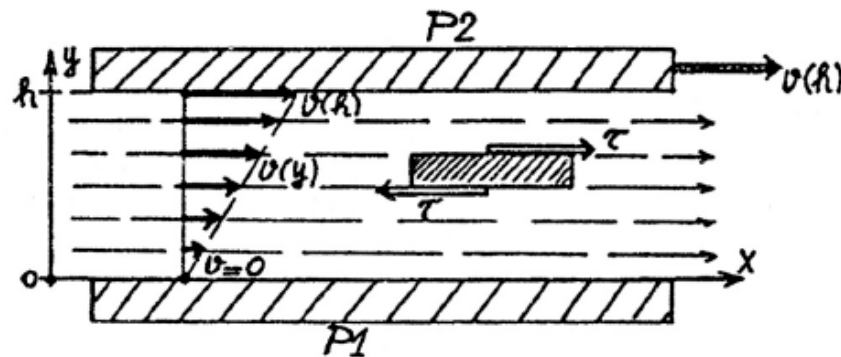
In der realen Flüssigkeit existieren **Schubspannungen**, ferner ist sie **kompribibel**. Die Kompressibilität hat in den meisten Fällen wenig Einfluss auf den Strömungszustand, hingegen kann die innere Reibung und die damit verbundene Schubspannung die Strömungsart entscheidend bestimmen.

8.4.1 Die laminare Strömung

Wird eine Strömung durch die **Reibkräfte dominiert**, bezeichnet man sie als **laminar**. Als einfaches Beispiel betrachten wir folgende Situation: zwischen zwei parallelen, ebenen Platten P_1 und P_2 im Abstand h , befindet sich eine Flüssigkeit. Während P_1 ruht, wird P_2 mit konstanter Geschwindigkeit $v(h)$ nach rechts (x-Richtung) bewegt. Weil eine dünne Grenzschicht der Flüssigkeit an den Platten haftet, stellt sich ein stationäres Geschwindigkeitsfeld $\vec{v} = (v(y), 0, 0)$ ein, wobei

$$v(y) = v(h) \cdot y/h \quad \text{und} \quad dv/dy = v(h)/h \quad \text{ist.}$$





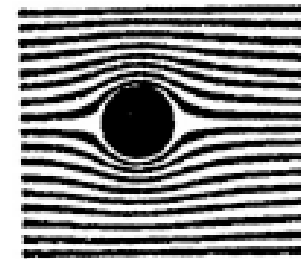
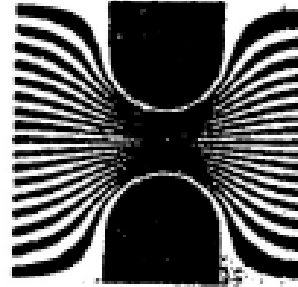
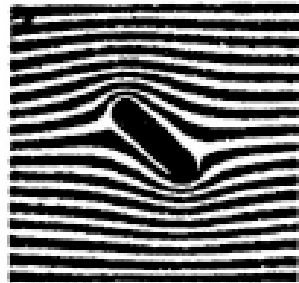
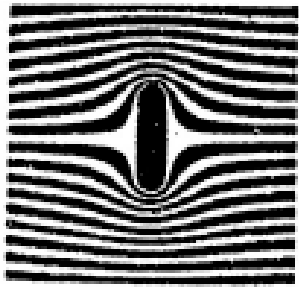
Jede zu den Platten parallele Schicht der Flüssigkeit erfährt infolge der Reibung mit den benachbarten Schichten Kräfte, welche an der Oberseite (schnellere Schicht) nach rechts, an der Unterseite (langsamere Schicht) nach links ziehen. Die Beträge beider Kräfte sind gleich, denn der Schwerpunkt der Schicht wird im stationären Zustand nicht beschleunigt. Es herrscht also in jeder Ebene parallel zu den Platten eine **Schubspannung** τ , welche umso grösser ist, je grösser die Reibung und je grösser der Unterschied der Geschwindigkeiten benachbarter Schichten ist. Die innere Reibung wird mikroskopisch durch zwischenmolekulare Kräfte verursacht. Makroskopisch charakterisiert man sie durch die **Viskosität** η (eine Materialkonstante). Sie ist als Proportionalitätskonstante zwischen Schubspannung τ und Geschwindigkeitsgefälle dv/dy definiert:

$$(94) \quad \tau = \eta \cdot dv/dy, \quad \text{Viskosität } \eta.$$

Dimension von η : Spannung · Zeit

Einheit: Pa · s

Laminare Strömung

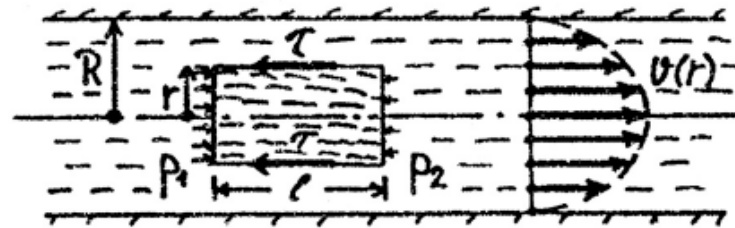


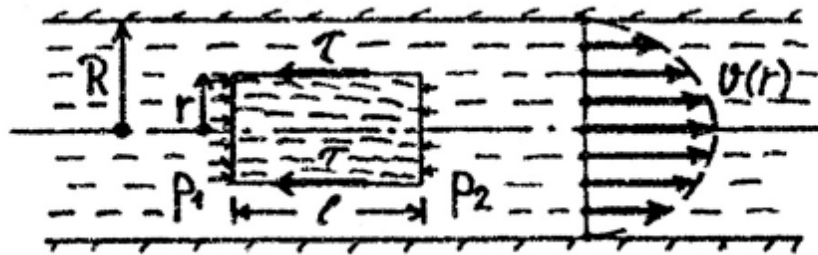
Gletscher: Beispiel für laminare Strömung



Nun wollen wir mit Hilfe von (94) die laminare Strömung durch ein gerades Rohr mit kreisförmigem Querschnitt studieren. Welches Geschwindigkeitsprofil wird sich in diesem Fall einstellen? Welche Grössen bestimmen die Durchflussmenge pro Zeiteinheit? Wir betrachten in einem bestimmten Moment die Flüssigkeit, die sich innerhalb eines Zylinders der Länge l und dem Radius r befindet, der Röhrenradius sei R . Damit trotz den vorhandenen Reibkräften eine stationäre Strömung aufrechterhalten wird, muss eine Druckdifferenz $p_1 - p_2$ zwischen den Stirnflächen des Zylinders vorhanden sein. Auf die betrachtete Flüssigkeit wirken jetzt als äussere Kräfte die Druckkraft $(p_1 - p_2) \cdot \pi \cdot r^2$ und die Reibkraft $2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \tau(r)$. Die Schubspannung $\tau(r)$ in der Mantelfläche des Zylinders ist nach Gleichung (94)

$$\tau(r) = \eta \cdot dv/dr, \quad \text{mit negativem } dv/dr, \text{ da } v(R) = 0 \text{ sein muss.}$$





Im stationären Strömungszustand muss die Summe dieser Kräfte

$$(p_1 - p_2) \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l \cdot \eta \cdot dv/dr = 0 \quad \text{sein.}$$

Aus $dv/dr = -(p_1 - p_2)/(2 \cdot l \cdot \eta) \cdot r$

folgt dann mit der Randbedingung $v(R) = 0$ das parabolische Geschwindigkeitsprofil

$$(95) \quad v(r) = (p_1 - p_2)/(4 \cdot \eta \cdot l) \cdot (R^2 - r^2).$$

Mit (95) lässt sich das pro Zeiteinheit durch den Rohrquerschnitt fließende Flüssigkeitsvolumen sofort berechnen, denn der Fluss durch einen Kreisring der Breite dr und dem Radius r beträgt:

$$v(r) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr = \pi \cdot (p_1 - p_2)/(2 \cdot \eta \cdot l) \cdot (R^2 - r^2) \cdot r \cdot dr.$$

Integration über den ganzen Querschnitt ergibt dann

$$(96) \quad dV/dt = \pi \cdot (p_1 - p_2)/(8 \cdot \eta \cdot l) \cdot R^4, \quad \text{Hagen-Poiseuille'sches Gesetz.}$$

Exp: Geschwindigkeitsprofil

Der Strömungswiderstand W :

Der Gesamtfluss dV/dt kann auch durch die mittlere Teilchengeschwindigkeit \bar{v} ausgedrückt werden, es ist

$$dV/dt = \pi \cdot R^2 \cdot \bar{v}, \quad \text{so dass (96) in der Form}$$

$$\pi \cdot R^2(p_1 - p_2) = 8 \cdot \pi \cdot \eta \cdot l \cdot \bar{v} \quad \text{geschrieben werden kann.}$$

Die linke Seite ist die durch den Druck erzeugte Kraft, welche dem Betrage nach gerade gleich der hemmenden Reibkraft W ist. Man kann sagen: Wenn die Strömung durch ein Rohr der Länge l die mittlere Geschwindigkeit \bar{v} hat, so erzeugt die Reibung eine Widerstandskraft

$$(97) \quad W = 8 \cdot \pi \cdot l \cdot \eta \cdot \bar{v}. \quad \text{Strömungswiderstand der Röhre.}$$

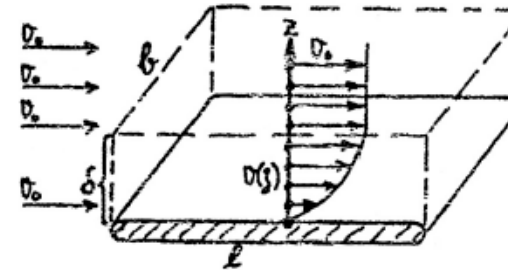
Ein anderes wichtiges Beispiel für den Reibungswiderstand durch eine viskose Strömung ist die **Stoke'sche Reibung**. Wenn sich eine Kugel in einer zähen Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit v bewegt, setzt die Flüssigkeit der Bewegung eine Reibkraft W entgegen.

$$(98) \quad W = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v, \quad \text{Stoke'sche Reibung.}$$

Die mathematische Herleitung von (98) übersteigt den Rahmen dieser Vorlesung. Beachte jedoch die Ähnlichkeit mit (97) (erinnere auch den Schauversuch auf S.24).

8.4.2 Prandtl'sche Grenzschicht und Reynoldszahl

Auf Grund der Beziehung (94), $\tau = \eta \cdot dv/dy$, könnte man zunächst meinen, dass Medien mit geringer Viskosität (z.B. Luft) als reibungsfrei betrachtet werden dürfen. Dies trifft aber nicht zu in Gebieten mit grossen Gradienten dv/dy der Geschwindigkeit. Betrachten wir etwa eine homogene Strömung \vec{v}_0 in der x-Richtung und legen wir nun eine Platte der Breite b und der Länge l in die xy-Ebene. An der Plattenoberfläche werden die anströmenden Teilchen vollständig abgebremst (sie haften), so dass Trägheitskräfte wirksam werden, die proportional der Grösse $\rho \cdot v^2/2$ sind (dieselben Kräfte sind in (93) für den Staudruck verantwortlich). Es wird sich ein Profil $v(z)$ der Geschwindigkeit einstellen, das innerhalb einer Schichtdicke δ von $v = 0$ auf $v = v_0$ monoton anwächst. Da der Zustand stationär ist, müssen die Schubkräfte in dieser Schicht den Trägheitskräften das Gleichgewicht halten. Näherungsweise nehmen wir an, dv/dz sei konstant, also



$$dv/dz = v_0/\delta \quad \text{und somit} \quad \tau = \eta \cdot v_0/\delta \quad \text{für } 0 < z < \delta.$$

Prandtl'sche Grenzschicht

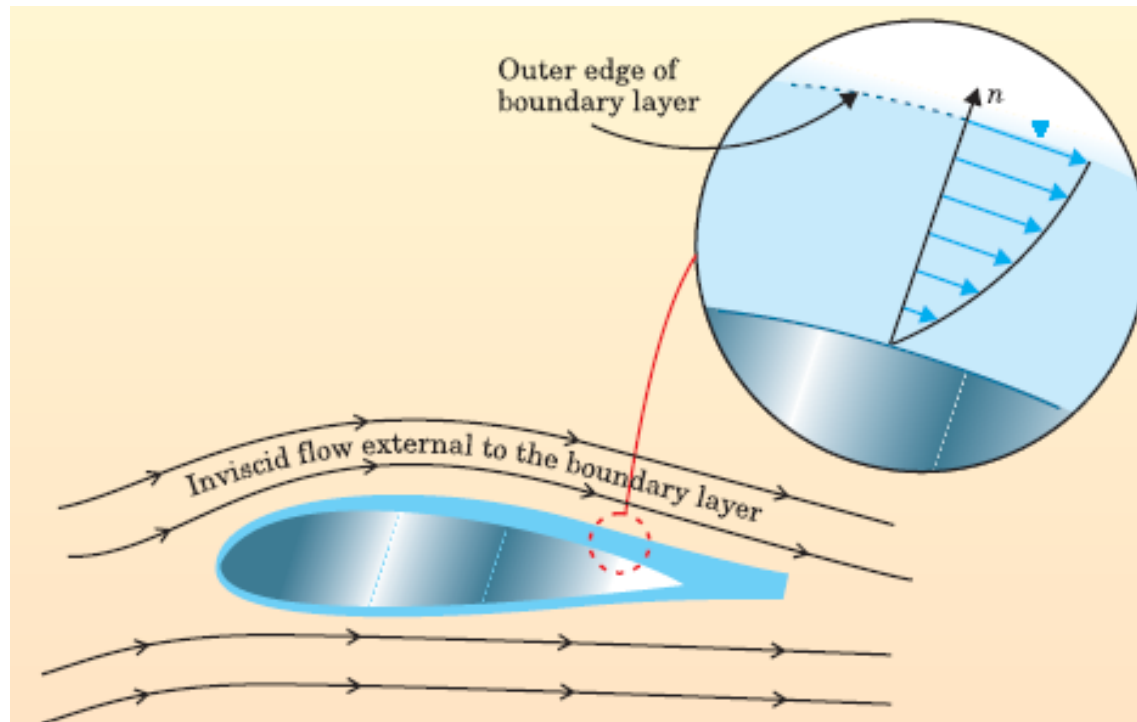
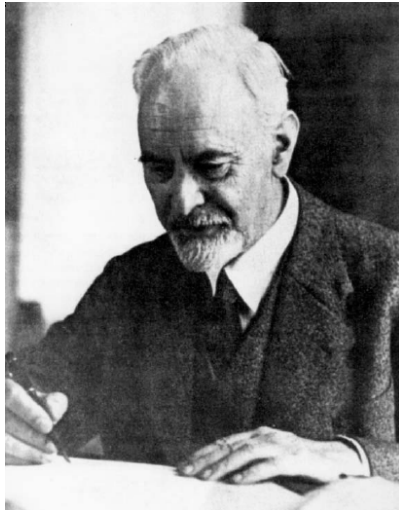


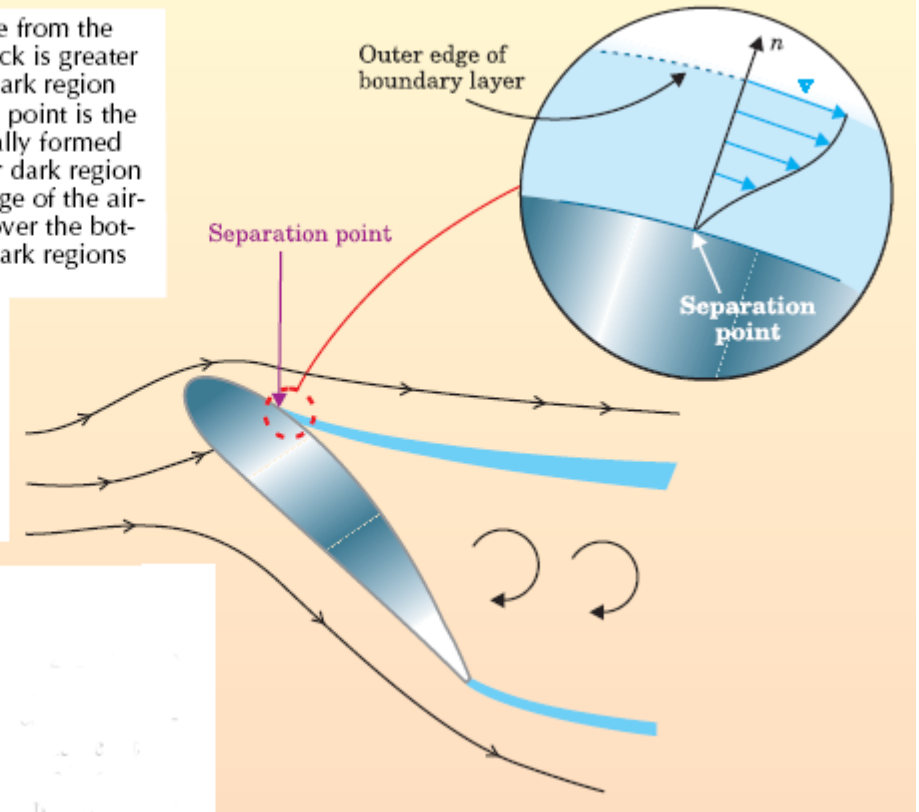
Figure 2. A fluid flow may be viewed as comprising two parts. In a thin boundary layer (blue) adjacent to the surface, the effects of friction are dominant. Outside the boundary layer, the flow is inviscid. The blowup of the boundary layer shows how the flow velocity v changes, as a function of the normal distance n , from zero at the surface to the full inviscid-flow value at the outer edge.

Prandtl'sche Grenzschicht (2)



L. Prandtl
(1875-1953)

Figure 3. The boundary layer can separate from the top surface of an airfoil if the angle of attack is greater than the so-called stall angle. The upper dark region that trails downstream from the separation point is the remnant of the boundary layer that originally formed on the top surface of the airfoil. The lower dark region that trails downstream from the trailing edge of the airfoil is the remnant of the boundary layer over the bottom surface. When separated, these two dark regions are called shear layers, and they form the upper and lower boundaries of the separated flow region. Between the shear layers is a dead-air region. Due to the considerable flow separation illustrated here, the lift of the airfoil is dramatically reduced—the airfoil is stalled. The blowup shows the flow's velocity profile above the separation point.



Wir setzen nun die auf den Schichtquerschnitt $b \cdot \delta$ wirkende Trägheitskraft $b \cdot \delta \cdot \rho \cdot v_0^2/2$ der Schubkraft $b \cdot l \cdot \eta \cdot v_0/\delta$ gleich und erhalten aus

$$b \cdot \delta \cdot \rho \cdot v_0^2/2 = b \cdot l \cdot \eta \cdot v_0/\delta \quad \text{für } \delta \text{ den approximativen Wert}$$

$$\delta \approx \sqrt{2} \cdot l / \sqrt{(\rho \cdot v_0 \cdot l/\eta)} \quad \text{oder} \quad \delta \approx \sqrt{2} \cdot l / \sqrt{\text{Re}} \quad \text{mit}$$

$$(99) \quad \text{Re} = \rho \cdot v \cdot l/\eta, \quad \text{Reynoldszahl.}$$

Die Reynoldszahl ist eine dimensionslose Grösse und spielt eine entscheidende Rolle in der Theorie der Strömungen. In viskosen Strömungen ist $\text{Re} \leq 1$, die Reibkräfte überwiegen, während bei grossen Reynoldszahlen die Trägheitskräfte dominieren. Insbesondere gilt für ideale Flüssigkeiten $\text{Re} \rightarrow \infty$ die Grenzschichten sind dann beliebig dünn.

Untersucht man im Windkanal Strömungen um Hindernisse, werden oft verkleinerte Modelle verwendet (z.B. im Flugzeugbau). Dann muss das **Ähnlichkeitsgesetz** beachtet werden:

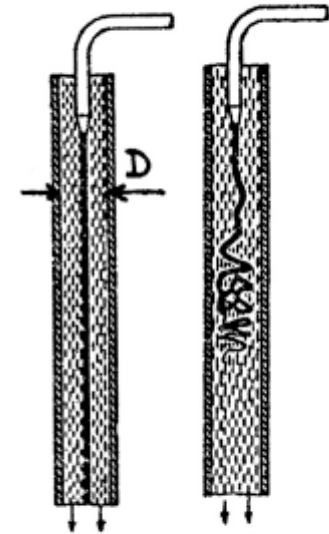
Die Strömungen an geometrisch ähnlichen Hindernissen sind gleich, wenn die Reynoldszahlen gleich sind. D.h. je kleiner das Modell, desto grösser muss die Windgeschwindigkeit im Kanal gewählt werden, damit das Produkt $v \cdot l$ in Re nicht ändert.

8.4.3 Die turbulente Strömung

Im Gegensatz zur Umströmung einer Kugel, wie beim Stoke'schen Fall, sind die Trägheitskräfte bei einer Strömung in einem geraden Rohr gering (geradlinige Stromlinien), so dass bei relativ hohen Reynoldszahlen $Re = \rho \cdot D \cdot v / \eta$ immer noch laminare Strömung möglich ist. Die Erfahrung zeigt, dass in einem Rohr die laminare Strömung plötzlich in eine turbulente umschlägt, wenn gilt:

$$Re > 1200, \quad \text{kritische Reynoldszahl.}$$

Der kritische Wert von Re kann wesentlich überschritten werden und hängt stark von den Einlaufbedingungen, der Wandrauigkeit, usw. ab. Die **turbulente Strömung** $v(x, y, z, t)$ ist **zeitabhängig**. An einem festen Ort ändert \vec{v} die Richtung ständig. Die Bahnlinie eines Teilchens ist nicht mehr voraus-sagbar.



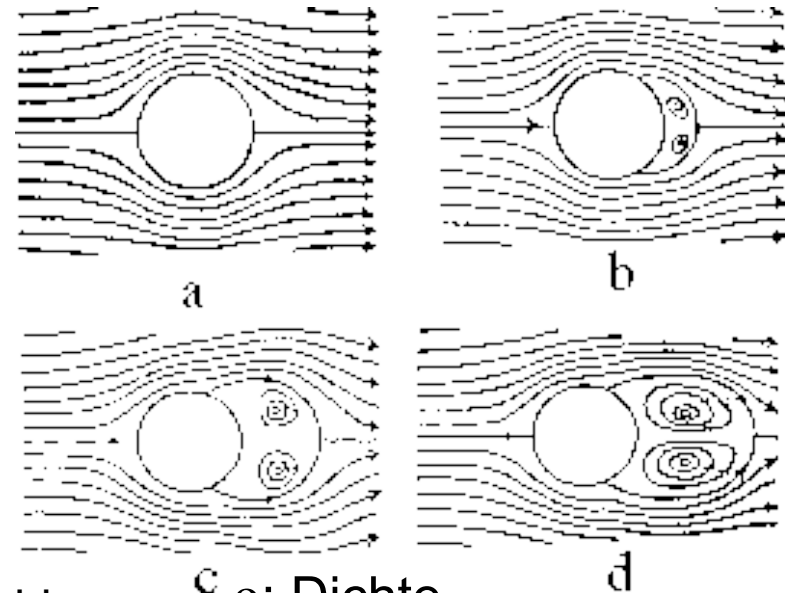
Exp: Übergang laminar / turbulent

Turbulent, laminar und die Reynolds Zahl



Osborne Reynolds
(1842-1912)

$$Re = \rho v L / \eta$$



Kritische Reynoldszahl:

$Re > 1000-100000$: Turbulent

ρ : Dichte

v : Geschwindigkeit

L : Länge

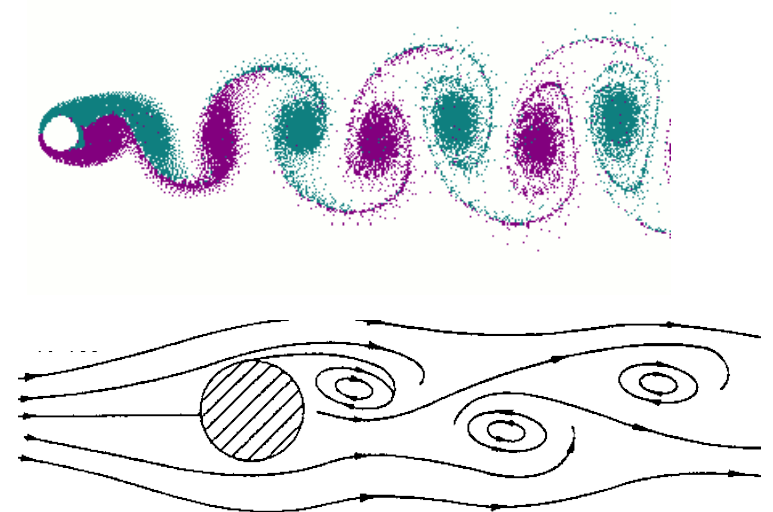
η : Viskosität

Gleiche Verhältnisse mit gleicher Reynolds-Zahl
Kleine Modelle (L) mit höheren Geschwindigkeiten v

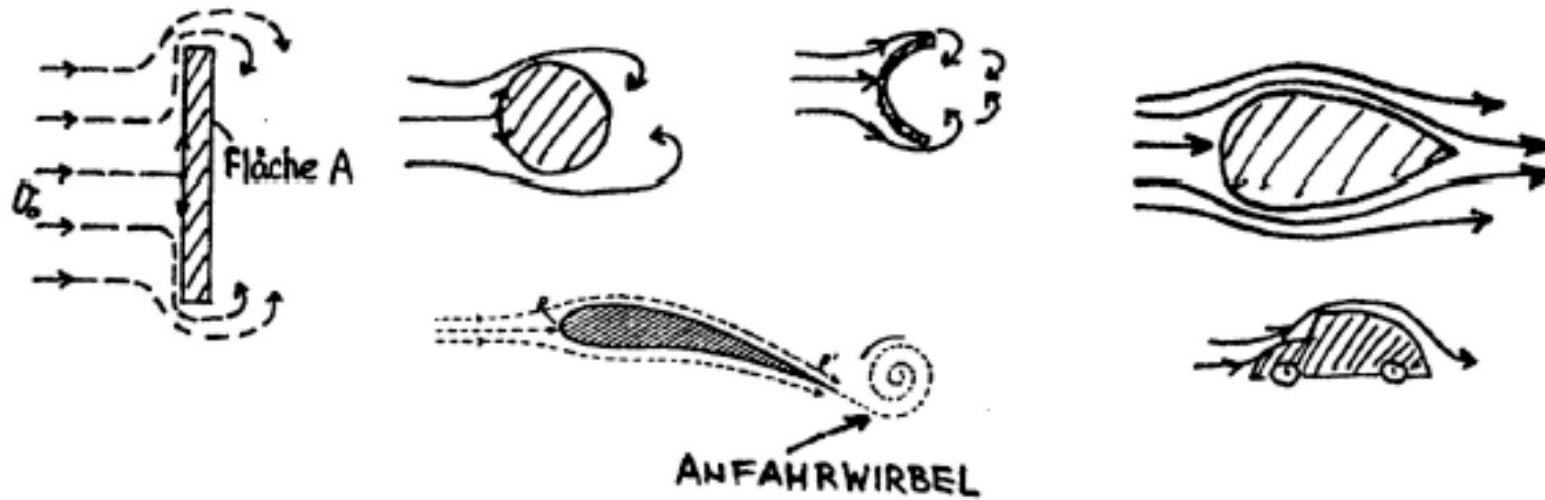
Karmansche Wirbelstrasse



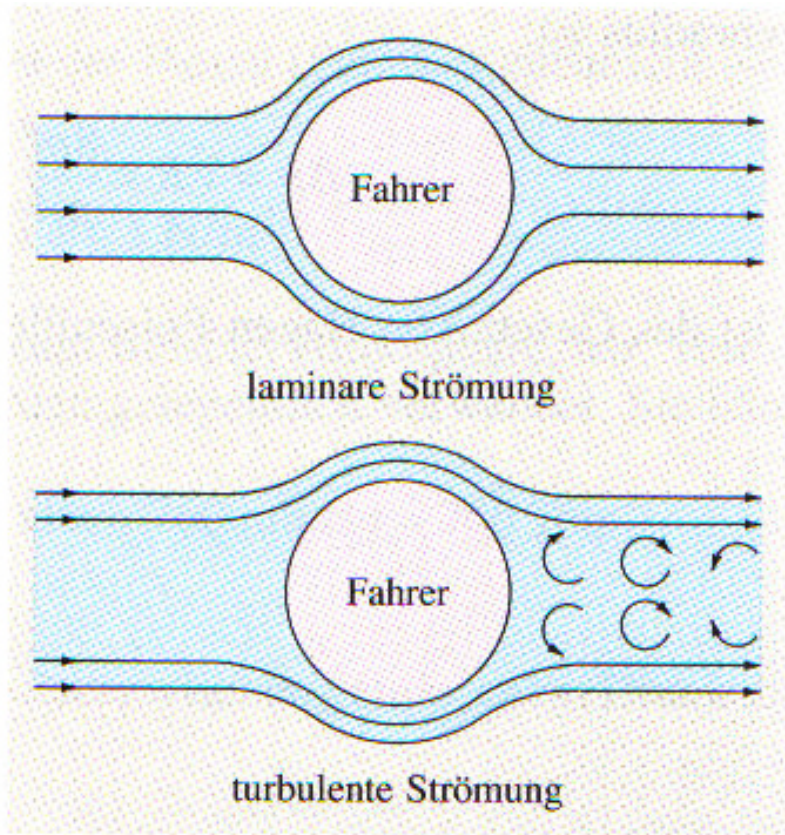
Satellitenbild der im Lee der norwegischen Insel Jan Mayen am 13. Februar 2004



Stromlinienapparat



Glatte oder rauhe Bekleidung?



Typische Fahrgeschwindigkeit:
14-25km/h (4-7m/s)

$$Re=4 \cdot 10^5$$

Übergang laminar-turbulent:
4-6m/s

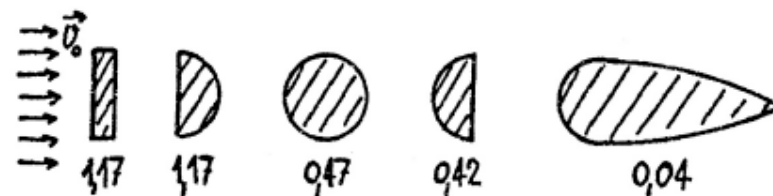
Im **Übergangsbereich** ist Luftwiderstand bis zu **5mal grösser** als im rein turbulenten Bereich:

⇒ **Besser rauhe Kleider verwenden!**
Garantiert turbulente Verhältnisse

Bewegt sich ein Körper in einer idealen Flüssigkeit, so erfährt er keinen Widerstand, ist sie laminar, so gilt das Stoke'sche Reibungsgesetz. Für grosse Geschwindigkeiten entstehen auf der Rückseite des Körpers Wirbel, die Strömung wird turbulent, weil sich die Grenzschicht vom Körper ablöst. Der Fahrwiderstand ist dann von der Form

$$W = c_W \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 / 2, \quad c_W = \text{Widerstandszahl.}$$

A bedeutet die angeströmte Fläche. Der Wert von c_W ist von der Gestalt des Körpers abhängig. Im Folgenden sind Werte für ebene Platte, Halbkugel, Kugel und Stromlinienkörper angegeben.



8.4.4 Merkmale der Strömungsarten

Ideale Strömung:

Keine innere Reibung vorhanden und inkompressibel. Sie ist in vielen Fällen eine **Potentialströmung**, d.h. darstellbar durch $\vec{v} = \text{grad } \phi$, mit skalarem Potential ϕ .

Viskose Strömung:

Reibkräfte dominieren. Ist oft stationär. Ist keine Potentialströmung.

Turbulente Strömung:

Ist nicht stationär. Keine Potentialströmung.