



Abgabe: bis 04.03.2014, 18:00 (Briefkästen vor Büro 1.20)

25.02.2014

Aufgabe 1 - Gravitation und Elektrostatik (14 Punkte)

Zwischen zwei elektrisch geladenen Teilchen (Ladungen Q_1, Q_2) mit endlicher Masse (m_1, m_2) wirken sowohl die Coulombkraft F_C als auch die Gravitationskraft F_G . Für beide Kräfte gelten analoge Beziehungen:

$$F_G = k_G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{bzw.} \quad F_C = k_C \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

- Wie sind die beiden Konstanten k_G und k_C definiert? Was sind ihre jeweiligen Werte in SI-Basisinheiten?
- Berechnen Sie Coulomb- und Gravitationskraft im Wasserstoffatom. Als Abstand zwischen Proton und Elektron nehme man den Bohrschen Radius a_0 an. Ist es notwendig die Gravitation für die Beschreibung des Wasserstoffatoms zu berücksichtigen? (Hinweis: Was ist das Verhältnis der beiden Kräfte?) Mit welcher Geschwindigkeit müsste das Elektron um das Proton kreisen, damit die Coulombkraft genau der für die Kreisbewegung benötigten Zentripetalkraft entspricht?

$$e = 1.602 \cdot 10^{-19} C; \quad a_0 = 5.292 \cdot 10^{-11} m; \quad m_p = 1.673 \cdot 10^{-27} kg; \quad m_e = 9.110 \cdot 10^{-31} kg$$

- Welche Masse müsste eine Elektron besitzen, damit zwischen zwei Elektronen in einem Abstand r ein Gleichgewicht zwischen Coulomb- und Gravitationskraft vorherrscht?
- Zwei punktförmige Ladungen $Q_1 = 3e$ und $Q_2 = 5e$ werden in einem gegebenen Abstand r festgehalten. In welchem Punkt x_0 der Verbindungsgeraden der beiden Ladungen ist eine weitere Ladung $Q_3 = e$ im Gleichgewicht? Fertigen Sie eine Skizze an und zeichnen Sie die entlang der Verbindungsgeraden wirkenden Kräfte ein. Skizzieren Sie die auf die Ladung Q_3 wirkende Gesamtkraft in x-Richtung $F_{g,x}(x)$ im Bereich $\{x, -0.5r, 1.5r\}$. Ist das Gleichgewicht im Punkt x_0 stabil? Skizzieren Sie den Potentialverlauf $V(x)$ im Bereich $\{x, -0.5r, 1.5r\}$. Was ändert sich, wenn man eine negative Ladung $Q_3 = -e$ betrachtet?
- In einem Helium-Kern befinden sich die positiv geladenen Protonen in einem Abstand von ca. $2.0 \cdot 10^{-15} m$. Wie gross ist die Coulombkraft, mit der sich die zwei Protonen abstossen? Wie gross ist die Anziehung zwischen den Protonen auf Grund von Gravitation? Warum ist ein Helium-Kern stabil?

Aufgabe 2 - Vektorfelder (6 Punkte)

Betrachten Sie das Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}(x, y, z) = (k \cdot y, -k \cdot x, 0)$.

- Fertigen Sie per Hand eine Skizze in der xy-Ebene im Bereich von $\{x, -2, 2\}, \{y, -2, 2\}$ an, setzen Sie dafür $k = 1$. Achten Sie auf eine saubere äussere Form! Als Orientierungshilfe können Sie das Vektorfeld mit Hilfe eines Funktionenplotters betrachten.
(z. B. mit der Funktion *VectorPlot* auf wolframalpha.com)
- Berechnen Sie den Betrag des Geschwindigkeitsfeldes $|\vec{v}(x, y, z)|$. Beschreiben Sie $|\vec{v}(x, y, z)|$ in der xy-Ebene in 2-dimensionalen Polarkoordinaten $|\vec{v}(r, \phi)|$ indem Sie die Koordinatentransformation in Polarkoordinaten $(x, y) \rightarrow (r \cdot \cos \phi, r \cdot \sin \phi)$ durchführen.
- Bilden Sie die Divergenz $\vec{\delta}(x, y, z) = \nabla \cdot \vec{v}(x, y, z)$ und die Rotation $\vec{\rho}(x, y, z) = \nabla \times \vec{v}(x, y, z)$ des Geschwindigkeitsfeldes. Welcher physikalischen Grösse entspricht $\vec{\rho}(x, y, z)/2$ bzw. der Parameter $2 \cdot k$? Zeichnen Sie den Vektor $\vec{\rho}(x, y, z)/2$ in ihre Skizze aus b) ein. Welche Art von Bewegung beschreibt das Geschwindigkeitsfeld?