

Physik III Atom- und Quantenphysik

Kapitel 6: Elementare Lösungen der Schrödingergleichung

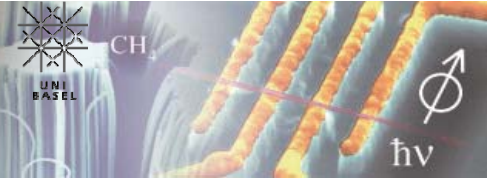


Prof. Dr. Christian Schönenberger
www.nanoelectronics.ch

basierend auf der Vorlesung von
Prof. Dr. Philipp Treutlein
<http://atom.physik.unibas.ch>

Postulate der QM

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch



1. Der Zustand eines physikalischen Systems zur Zeit t wird durch einen normierten Vektor $\Psi \in \mathcal{H}$ im Hilbertraum \mathcal{H} beschrieben.
2. Jeder beobachtbaren physikalischen Grösse (Observable) ist ein hermitischer (selbst-adjungierter) Operator $\hat{A}: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ zugeordnet.
3. Das Ergebnis einer Messung der Observablen ist **ein** Eigenwert des zugeordneten Operators \hat{A} . Dieser ist reell (da Messoperator hermitisch).
4. Die Wahrscheinlichkeit, im Zustand Ψ den Eigenwert a von \hat{A} zu messen ist

$$w_a = |c_a|^2 = \left| \langle \Phi_a | \Psi \rangle \right|^2$$

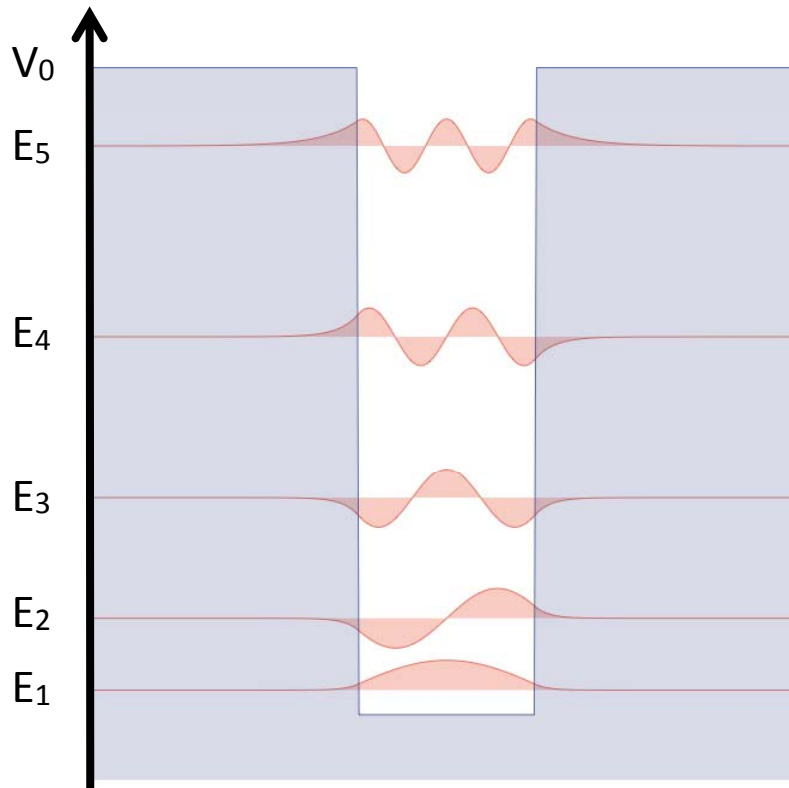
wobei Φ_a der zu a gehörende Eigenzustand ist, $\hat{A} \Phi_a = a \Phi_a$.

5. Erhält man bei der Messung das Resultat a , so befindet sich das System *nach der Messung* im zu a gehörenden Eigenzustand, $\Psi = \Phi_a$.
6. Zwischen den Messungen wird die Zeitentwicklung des Zustands Ψ durch die Schrödingergleichung bestimmt:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \hat{H} \Psi, \quad \hat{H} \equiv \text{Hamiltonoperator}$$

Endlich tiefer Potentialtopf

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch



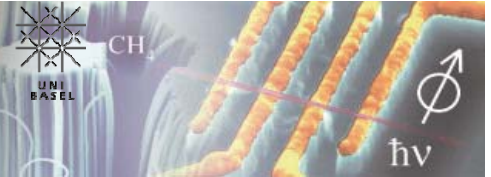
- oszillatorische Wellenfkt. im klassisch erlaubten Bereich $\sim \sin(kx)$ bzw. $\sim \cos(kx)$
- exponentiell gedämpfte Wellenfkt. im klassisch verbotenen Bereich $\sim \exp(-k'x)$

- Zahl der gebundenen Zustände hängt von V_0 ab
- immer mindestens ein symmetrischer gebundener Zustand
- für kleines V_0 kein antisymmetrischer gebundener Zustand
- Wellenfunktion dringt in klassisch verbotenen Bereich ein (dort wo $E < V(x)$)

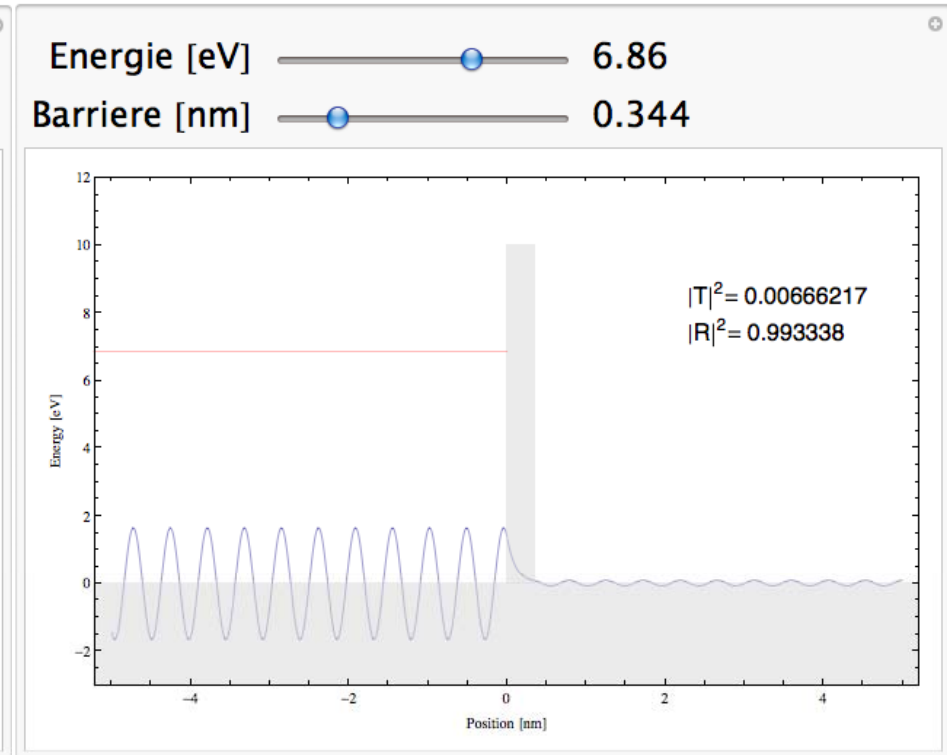
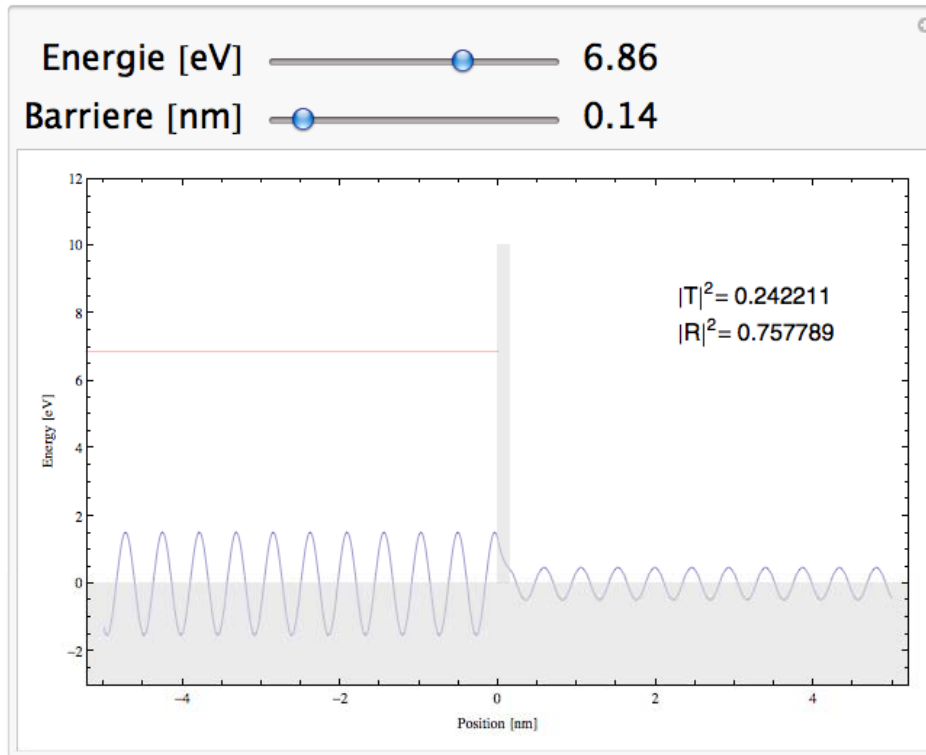
$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$k' = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$$

Potentialbarriere / Tunnelbarriere

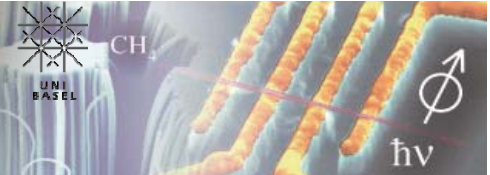


Schönenberger group www.nanoelectronics.ch

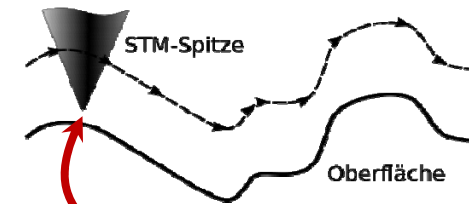
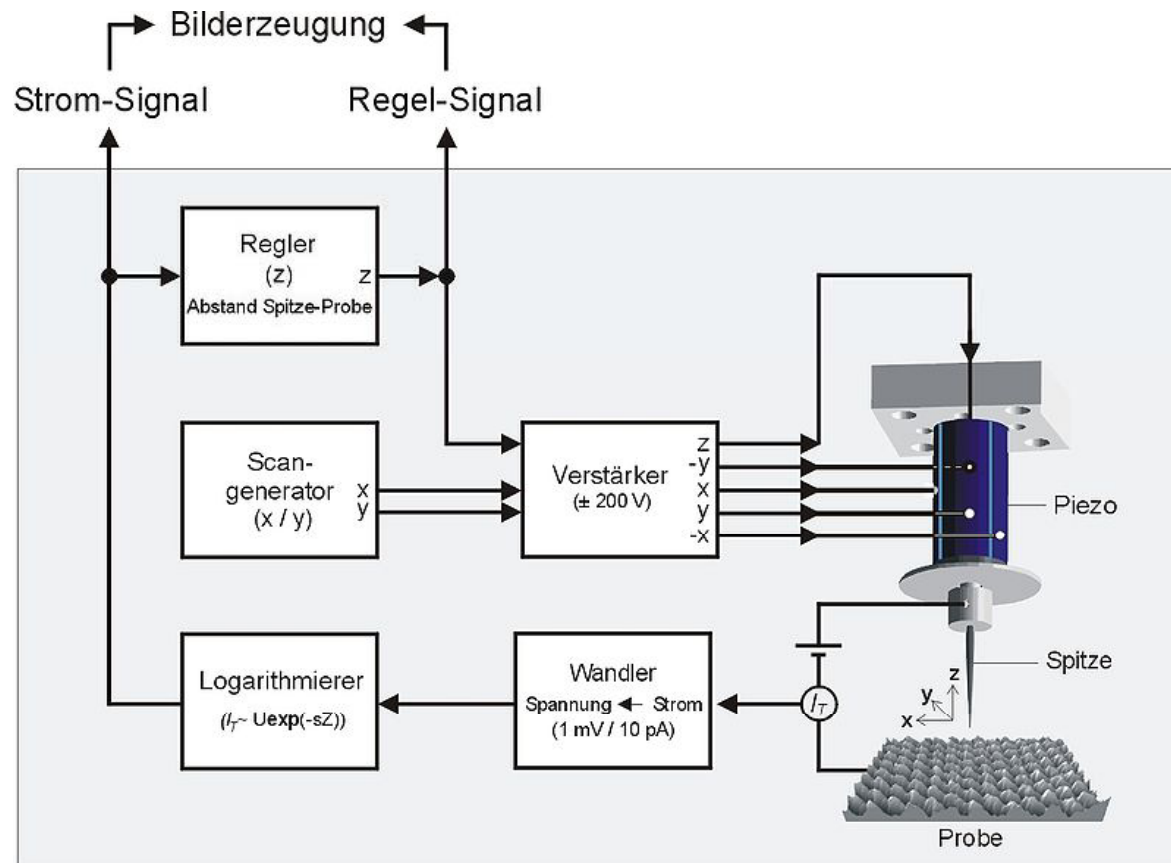


Rastertunnelmikroskop

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch

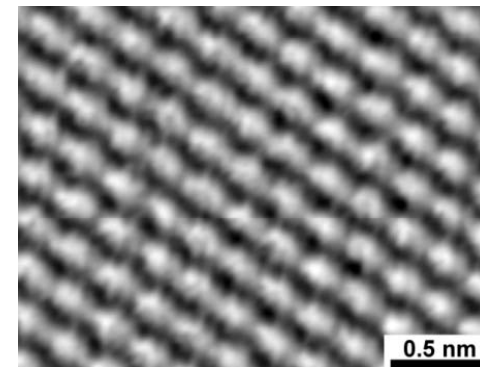


Scanning Tunneling Microscope (STM)



Tunnelstrom

(e^- tunneln durch Vakuum zwischen Spitze und Oberfläche)



Einzelne C-Atome auf Graphitoberfläche

Erstes Rastertunnelmikroskop

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch

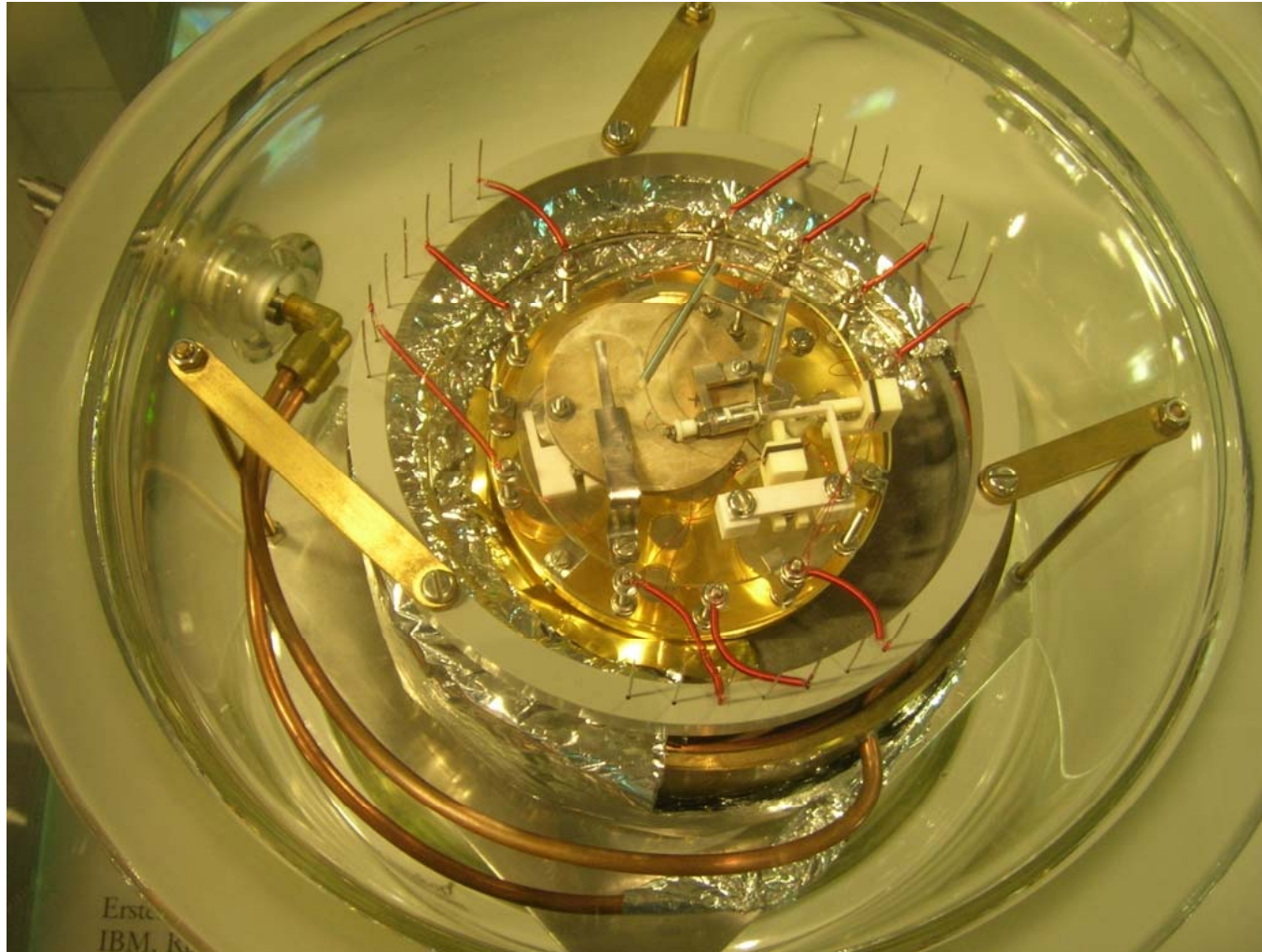


CH

UNI
BASEL



$\hbar v$

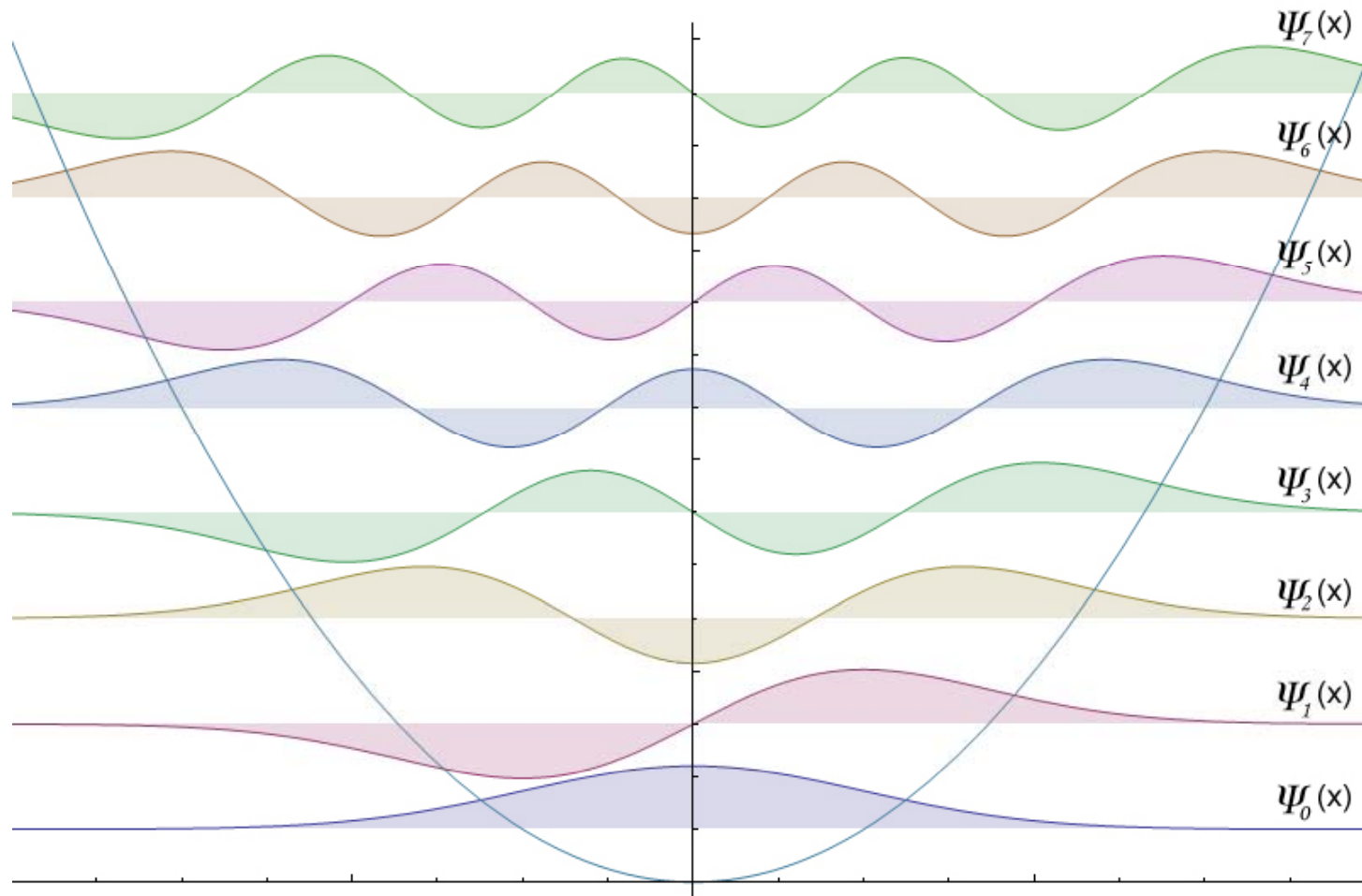


Gerd Binnig, Heinrich Rohrer,
Christoph Gerber (Uni Basel)

1982

Harmonischer Oszillator

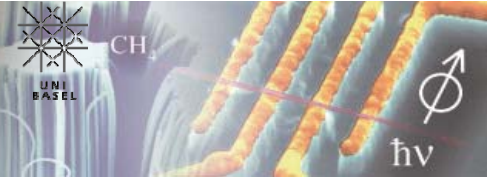
Schönenberger group www.nanoelectronics.ch



Wellenfunktionen (wikipedia)

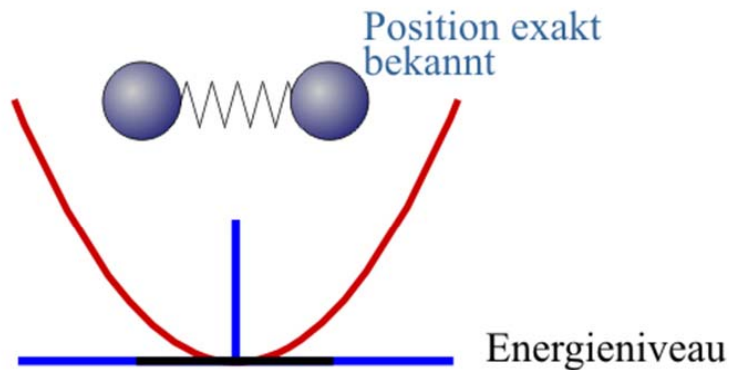
Harmonischer Oszillator

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch



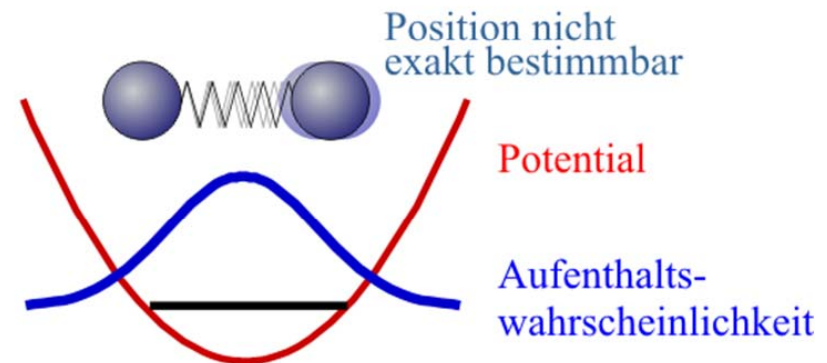
Grundzustand:

klassischer Oszillator:



im klassischen Fall sitzt das Teilchen *genau* im Potentialminimum

quantenmechanischer Oszillator:

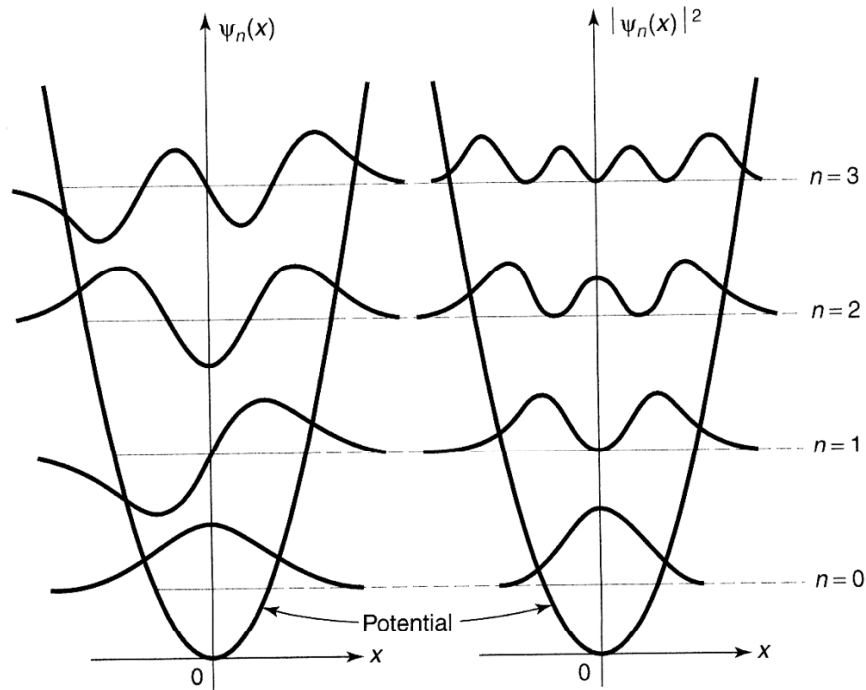


im quantenmechanischen Fall sitzt das Teilchen im Mittel auch im Potentialminimum, seine Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist aber ausgeschmiert

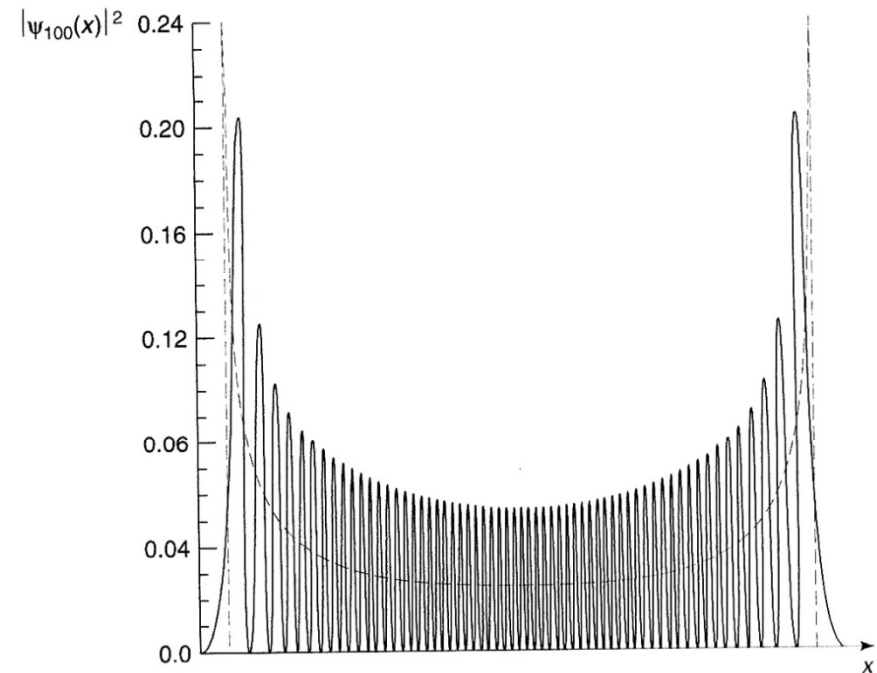
Für alle Energieeigenzustänge gilt $\langle x \rangle = 0$

Harmonischer Oszillator

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch



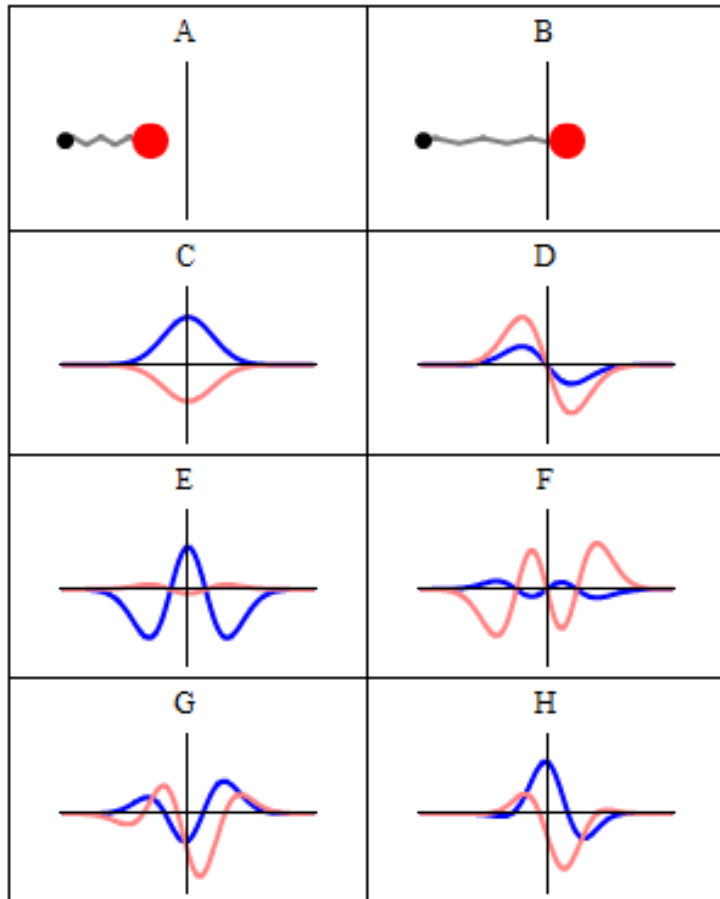
Stationäre Zustände $\psi_n(x)$ und Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\psi_n(x)|^2$



$|\psi_{100}(x)|^2$ und klassische Verteilungsfunktion gleicher Amplitude

Harmonischer Oszillator

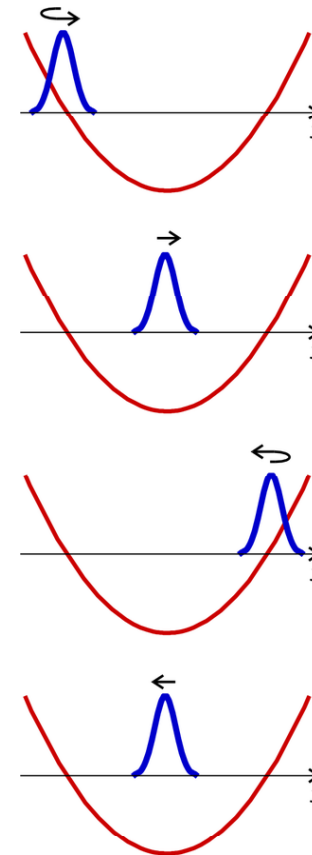
Schönenberger group www.nanoelectronics.ch



klassisch

C,D,E,F =
Energieeigen-
zustände

Superpositions-
zustand

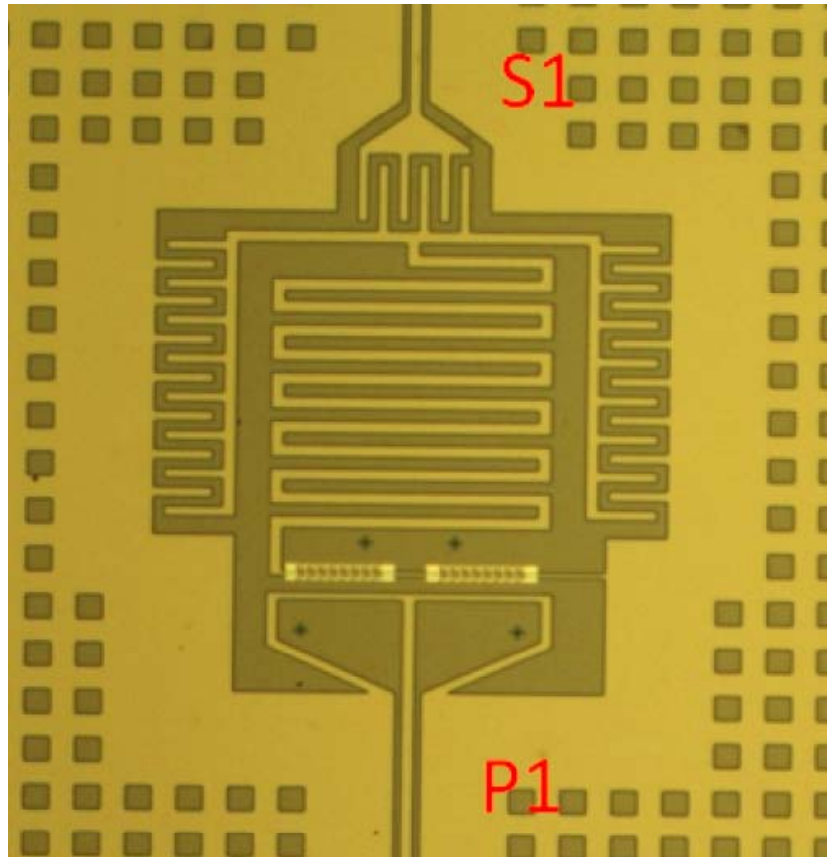


Bewegung eines sog. kohärenten Zustands: ein Wellenpaket, bei dem sich der Schwerpunkt harmonisch hin und her bewegt so wie wir uns das bei einem Oszillator gewohnt sind

Quelle: wikipedia

Harmonischer Oszillator

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch

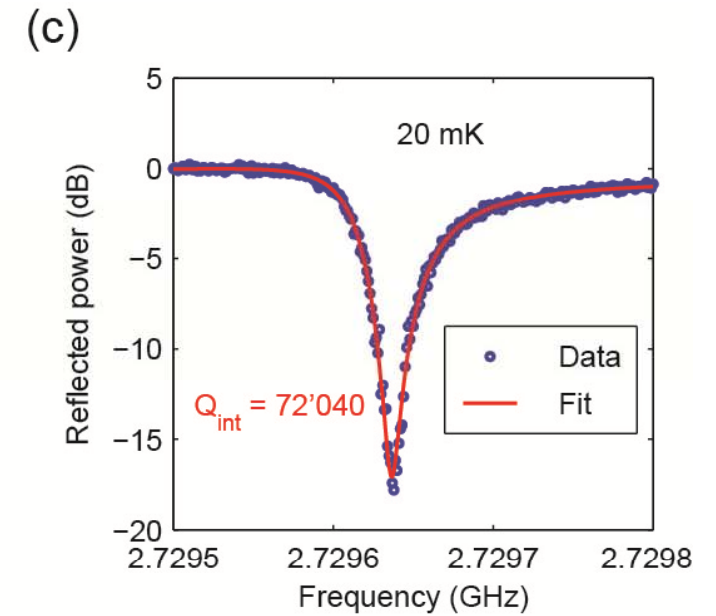
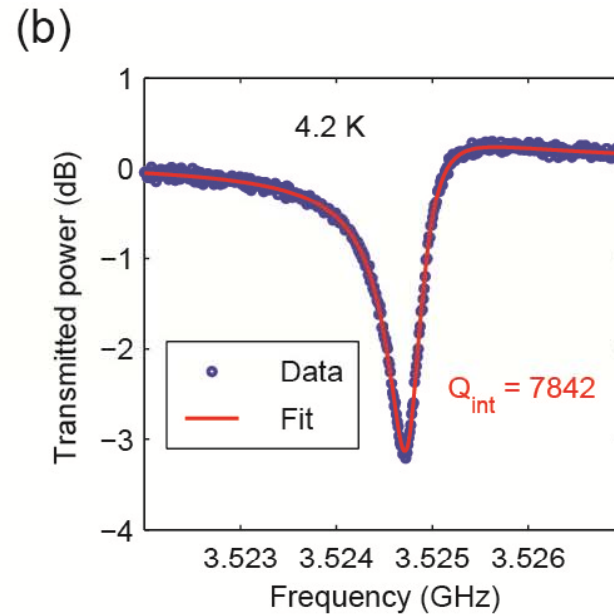
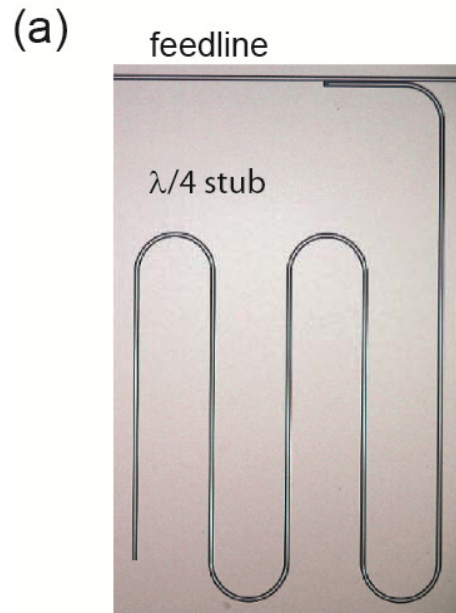


an LC circuit (used as a parametric amplifier). S1 is the signal side and P1 is the parametric drive side.

Saclay group, Paris

Harmonischer Oszillator

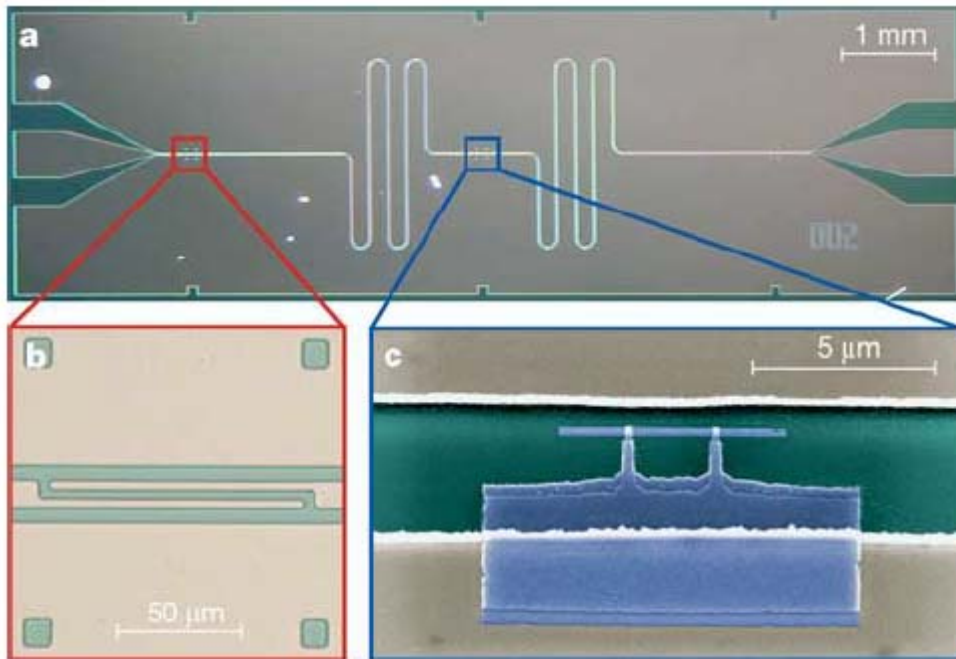
Schönenberger group www.nanoelectronics.ch



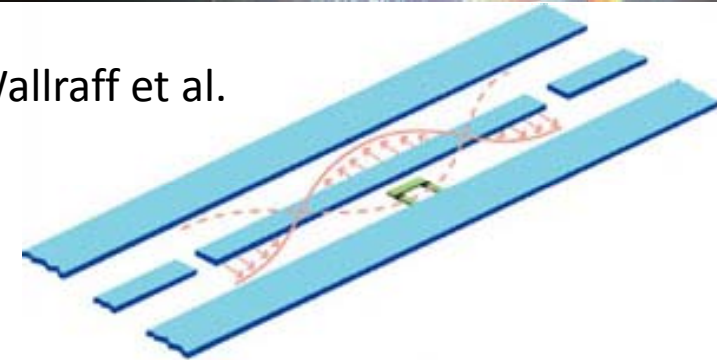
Schönenberger lab

Harmonischer Oszillator

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch

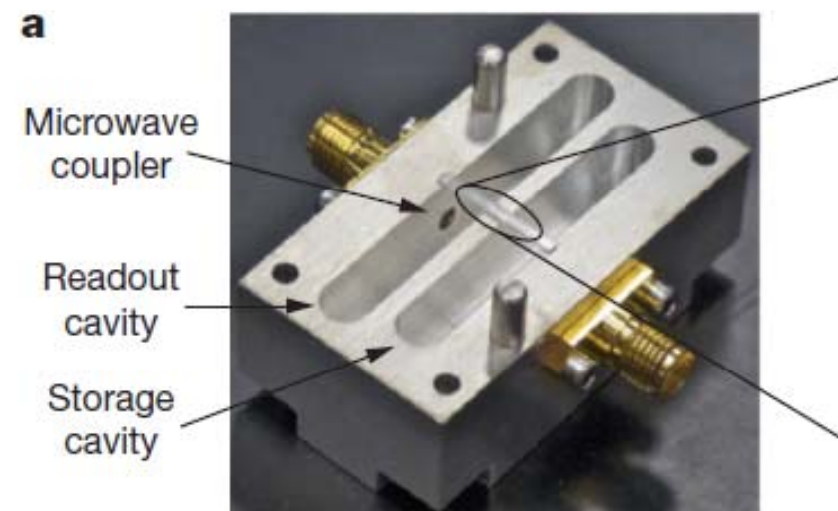


Wallraff et al.



transmission line resonator

3D cavity resonator
(actually here two coupled ones)
Schoelkopf et al.

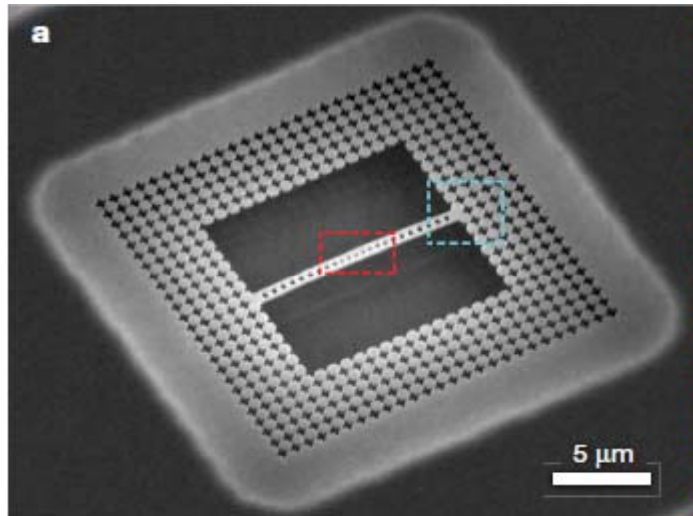


Harmonischer Oszillator

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch

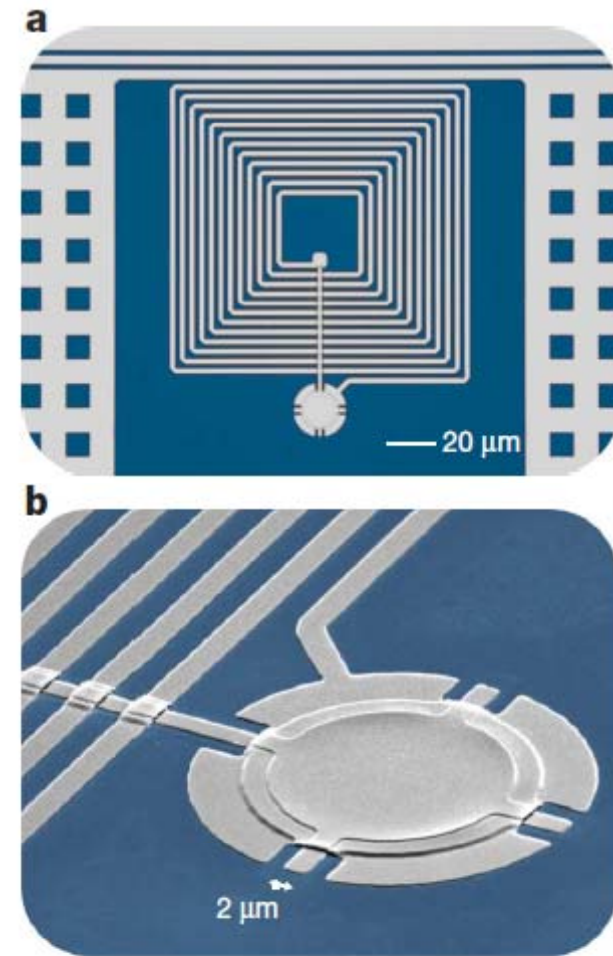


Aspelmeyer et al.



mechanical beam is at the same time an optical cavity. Hence, one can drive and cool the beam with light

Tefel and Lehnert et al.



mechanical drum coupled to an LC circuit

Harmonischer Oszillator

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch



Kippenberg et al.

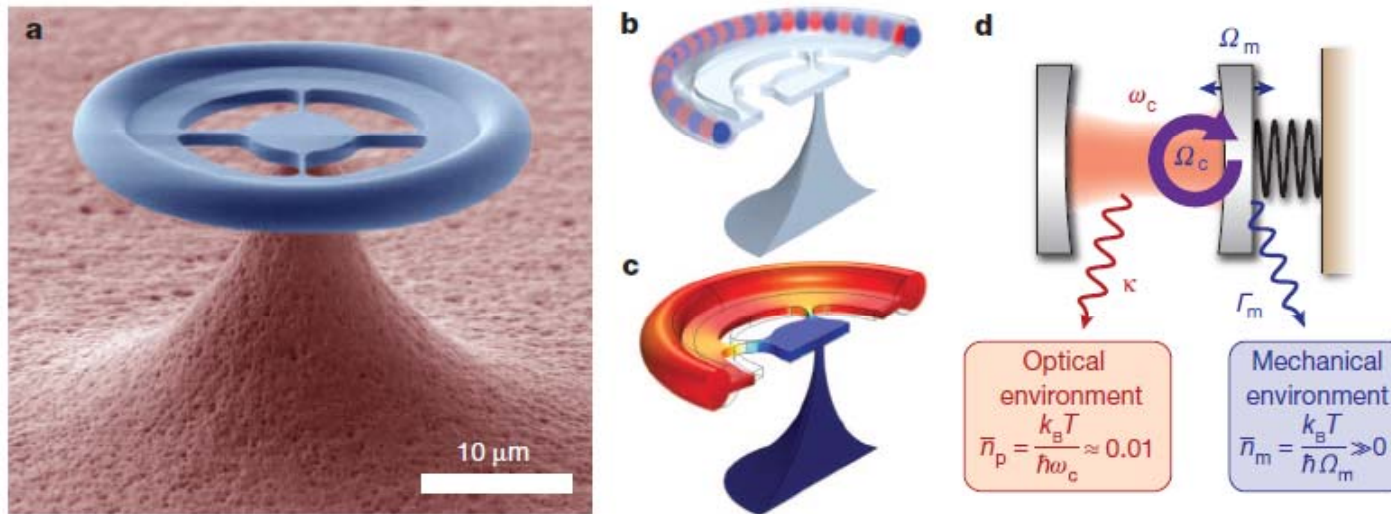


Figure 1 | Optomechanical microresonators. a, False-colour scanning electron micrograph of a spoke-anchored toroidal resonator 31 μm in diameter used for the optomechanical experiments reported in this work. b, Sketch of an optical whispering gallery mode in the microresonator (colours indicate optical phase). c, Simulated displacement (exaggerated for clarity) of the fundamental radial breathing mode of the structure. d, Equivalent optomechanical Fabry–

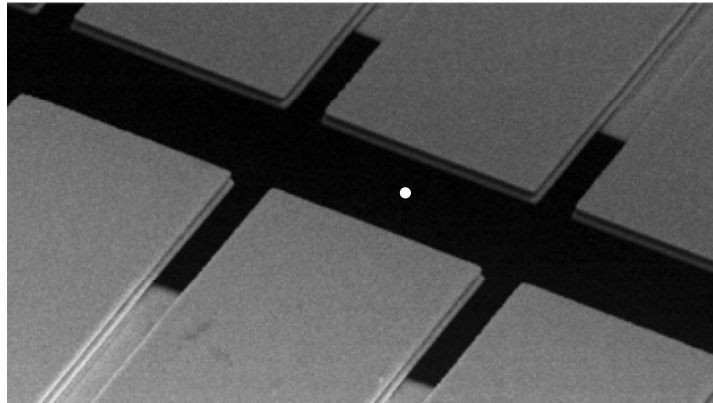
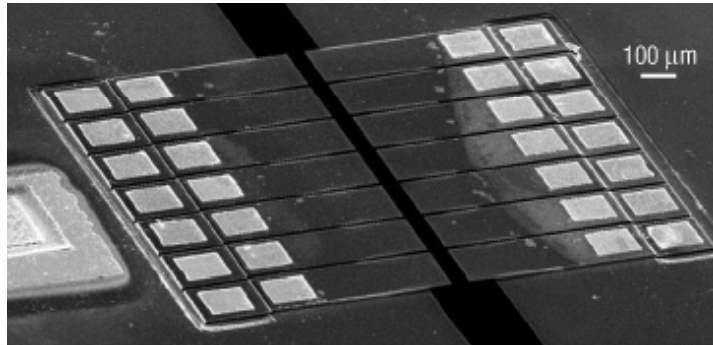
Pérot cavity: quantum-coherent coupling is achieved when the enhanced coupling rate Ω_c is comparable to or exceeds the optical and mechanical decoherence rates ($\kappa, \Gamma_m \bar{n}_m$). Owing to the large asymmetry between mechanical and optical frequencies, the occupancies of the two environments are widely different.

Harmonischer Oszillator

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch



CH

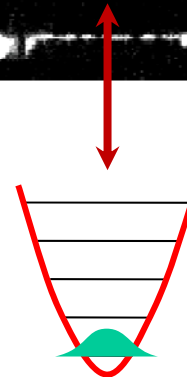
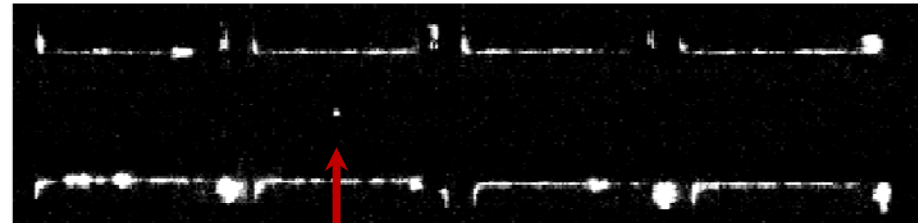


Miniaturisierte Ionenfalle auf Chip

Einzelnes Ion in Ionenfalle

(C. Monroe et al., JQI)

Abbildung des Ions auf CCD-Kamera



Harmonischer Oszillator

Schönenberger group www.nanoelectronics.ch

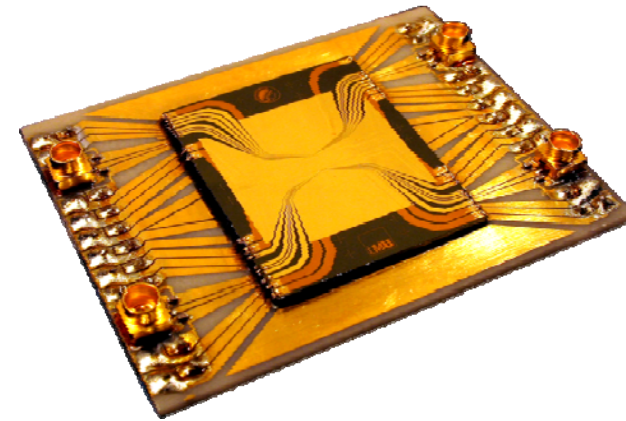


CH



Ultrakalte neutrale Atome in
Magnetfallen auf einem Atomchip

Treutlein Gruppe, Uni Basel



thermische
Atome

