

Kapitel 10: Beugung & Interferenz

- Huygenssche Prinzip, Beispiel: Brechung
- Linsenwirkung im Wellenbild
- Beugung (Diffraktion)
- Dispersion
- Interferenz

Huygenssche Prinzip

Licht an Grenzflächen:

Jeder **Punkt** einer **Wellenfront** kann als Ausgangspunkt einer neuen Welle (**Elementar-Welle**), betrachtet werden.

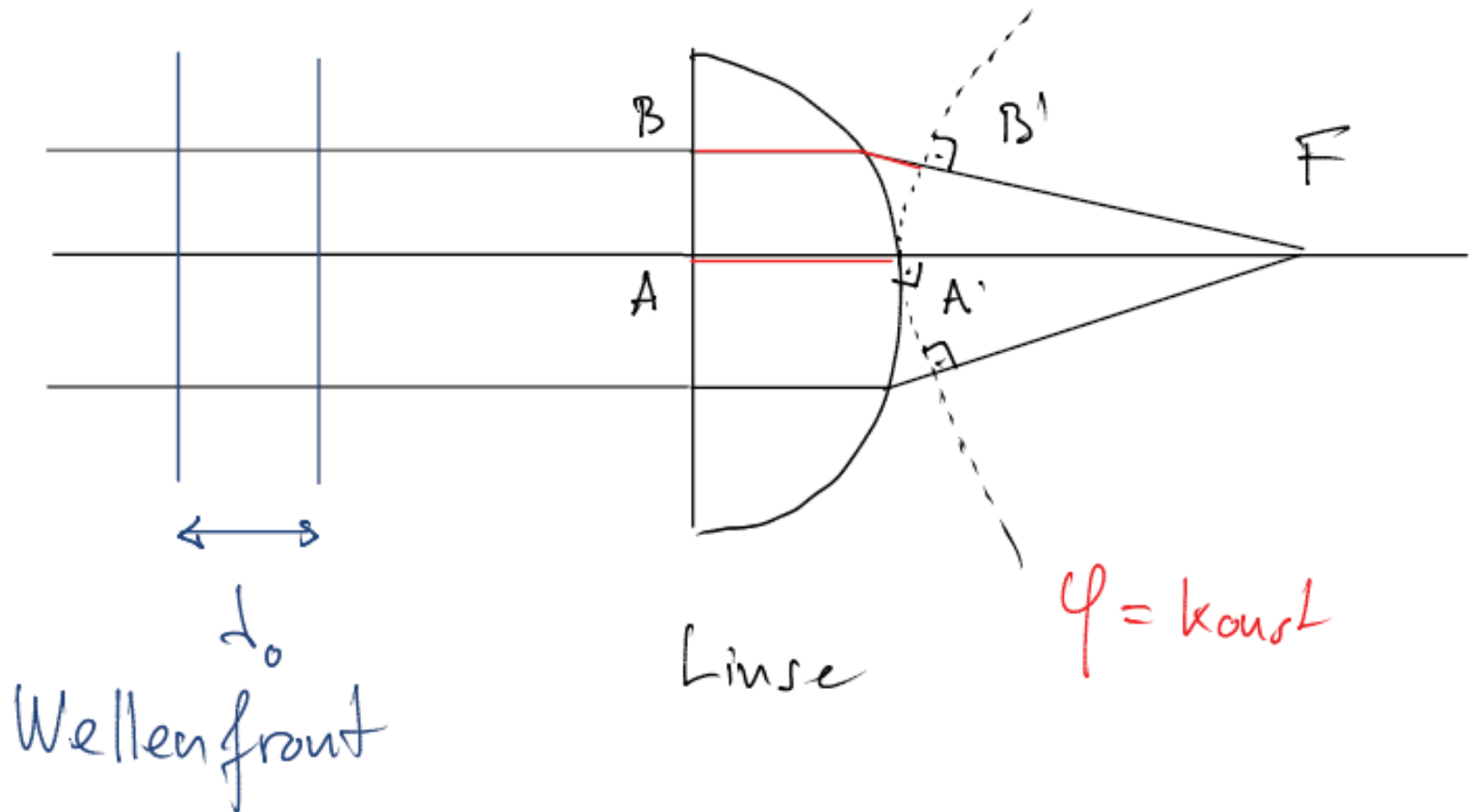
Die neue Lage der Wellenfront ergibt sich durch Überlagerung (**Superposition**) sämtlicher Elementarwellen (Envelope).

(in 3D sind Elementarwellen kugelförmig, in 2D, kreisförmig).

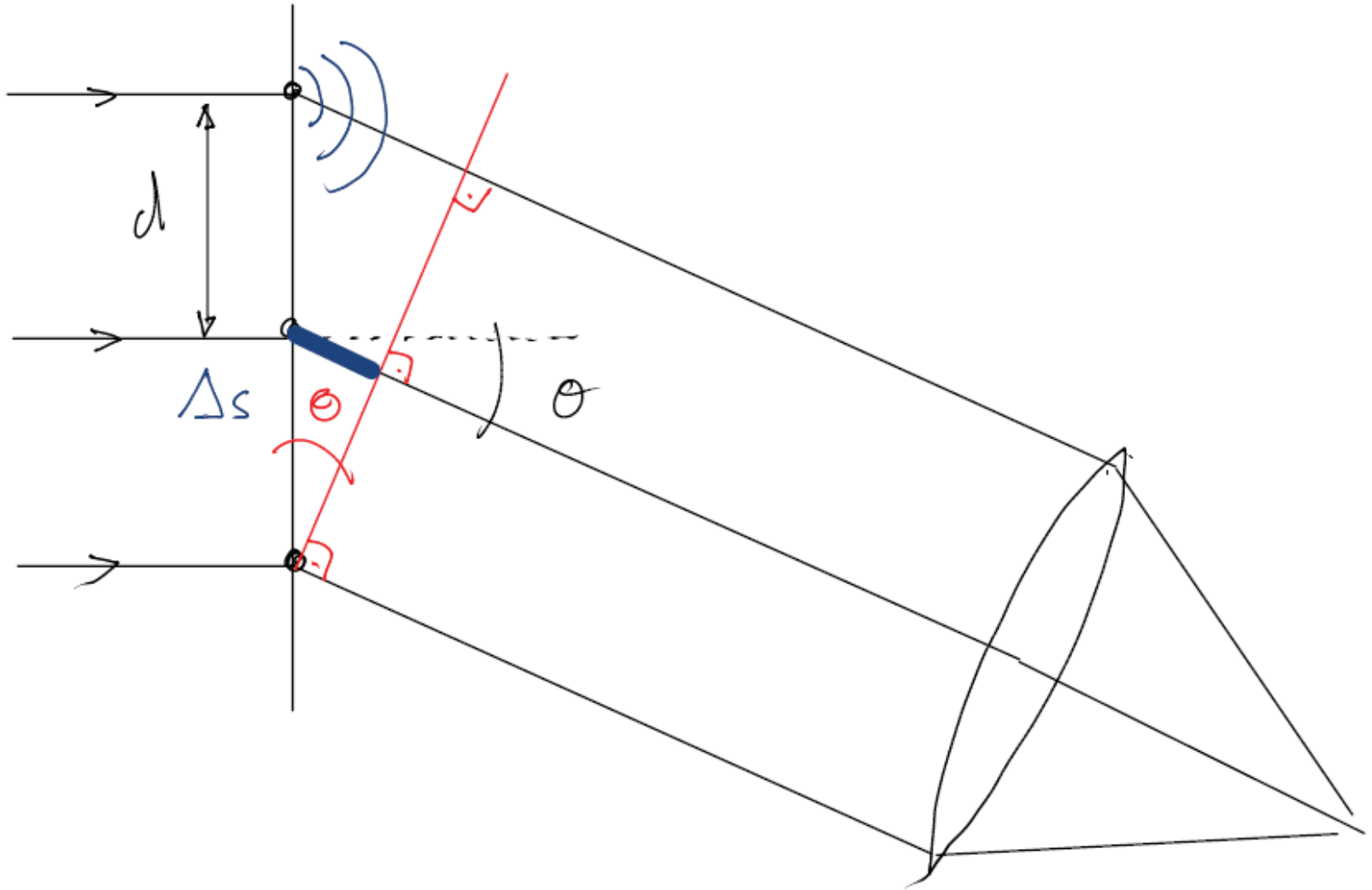
[applet](#)

http://www.walter-fendt.de/html5/phde/refractionhuygens_de.htm

Linsewirkung im Wellenbild



Beugung



Beugung

$$I(\theta) \propto \frac{\sin^2(x)}{x^2}$$

$$x = N\pi(d/\lambda)\sin(\theta)$$

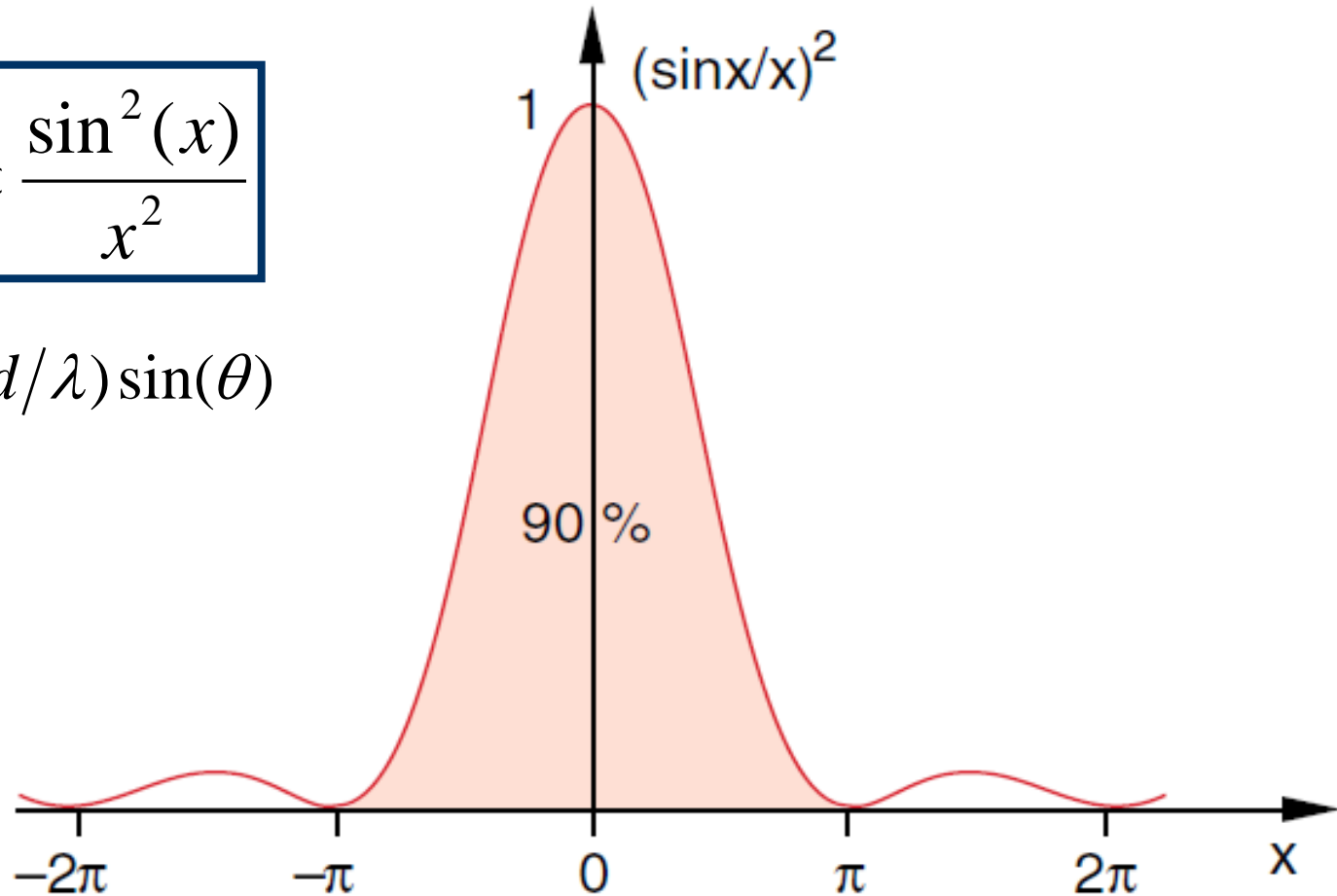


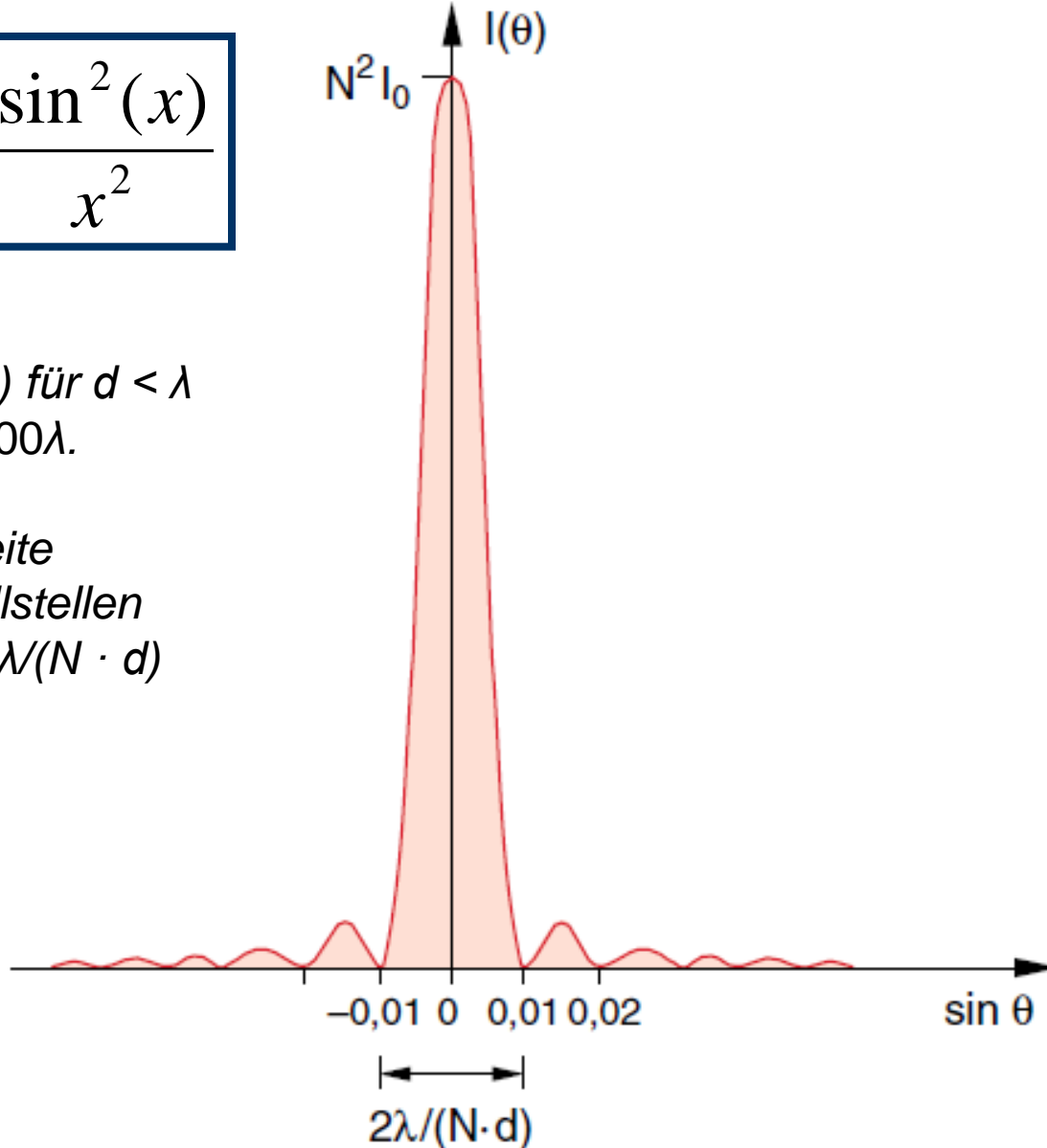
Abb. 10.36. Die Funktion $(\sin x/x)^2$

Beugung

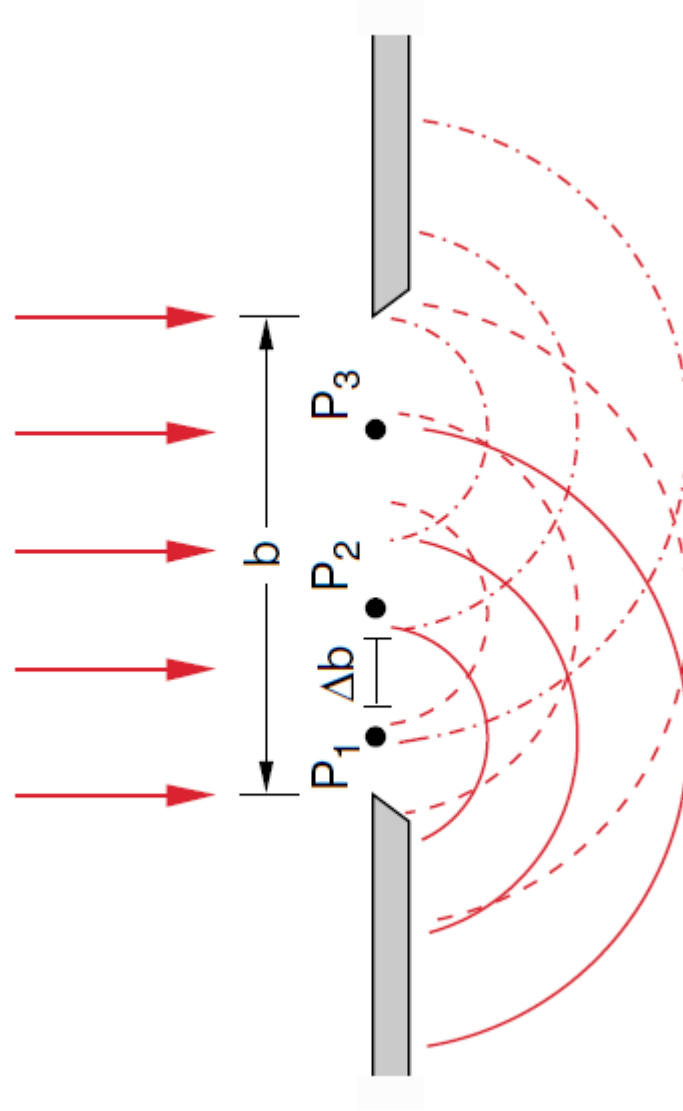
$$I(\theta) = N^2 I_0 \frac{\sin^2(x)}{x^2}$$

Streuintensität $I(\theta)$ für $d < \lambda$
und $D = N \cdot d = 100\lambda$.

Die Fußpunktsbreite
zwischen den Nullstellen
von $I(\theta)$ ist $\Delta\theta = 2\lambda/(N \cdot d)$



Beugung am Spalt



Beugung am Spalt: Effekt der Spaltbreite b

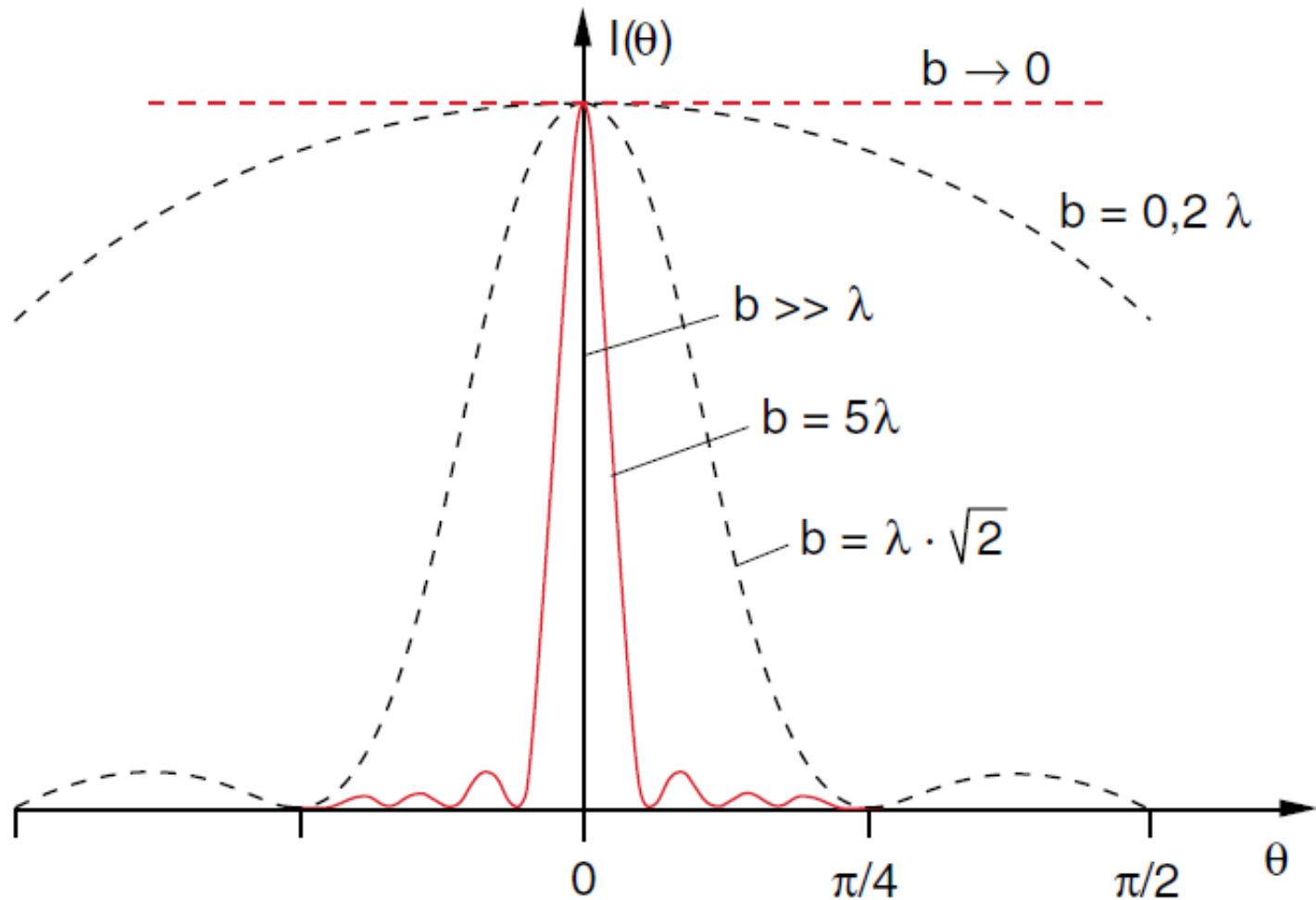


Abb. 10.39. Intensitätsverteilung $I(\theta)$ bei der Beugung am Spalt für verschiedene Werte des Verhältnisses b/λ von Spaltbreite b zu Wellenlänge λ

Beugung durch Kreisförmige Blende

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{2J_1(x)}{x} \right)^2$$

$$x = \frac{2\pi R}{\lambda} \cdot \sin \theta$$

J₁: Besselfunktion erster Ordnung

Nullstellen bei

$$x_1 = 1,22 \pi$$

$$x_2 = 2,16 \pi,$$

....

Erste Nullstelle von $I(\theta)$ bei

$$\sin \theta_1 = 0,61 \lambda / R$$

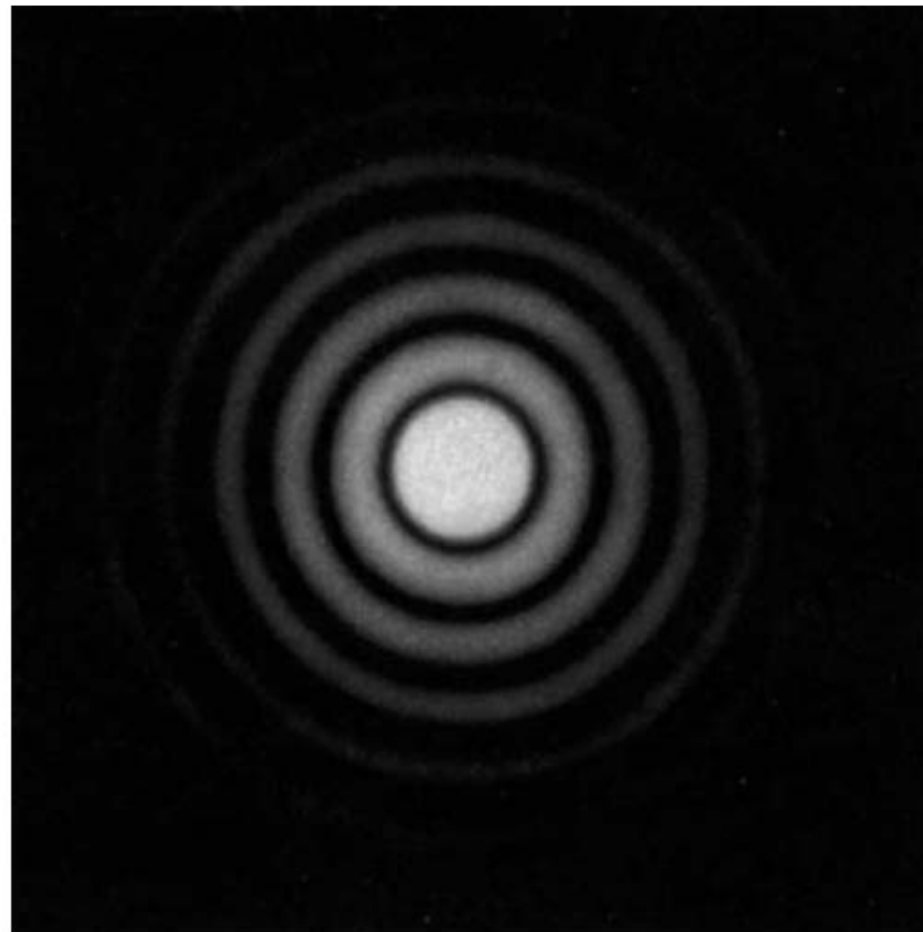


Abb. 10.41. Ringförmige Beugungsstruktur hinter einer Kreisblende, die mit parallelem Licht beleuchtet wird. Aus M. Cagnet, M. Francon, J. C. Thrierr: *Atlas optischer Erscheinungen* (Springer, Berlin, Göttingen 1962)

Beugung durch Kreisförmige Blende

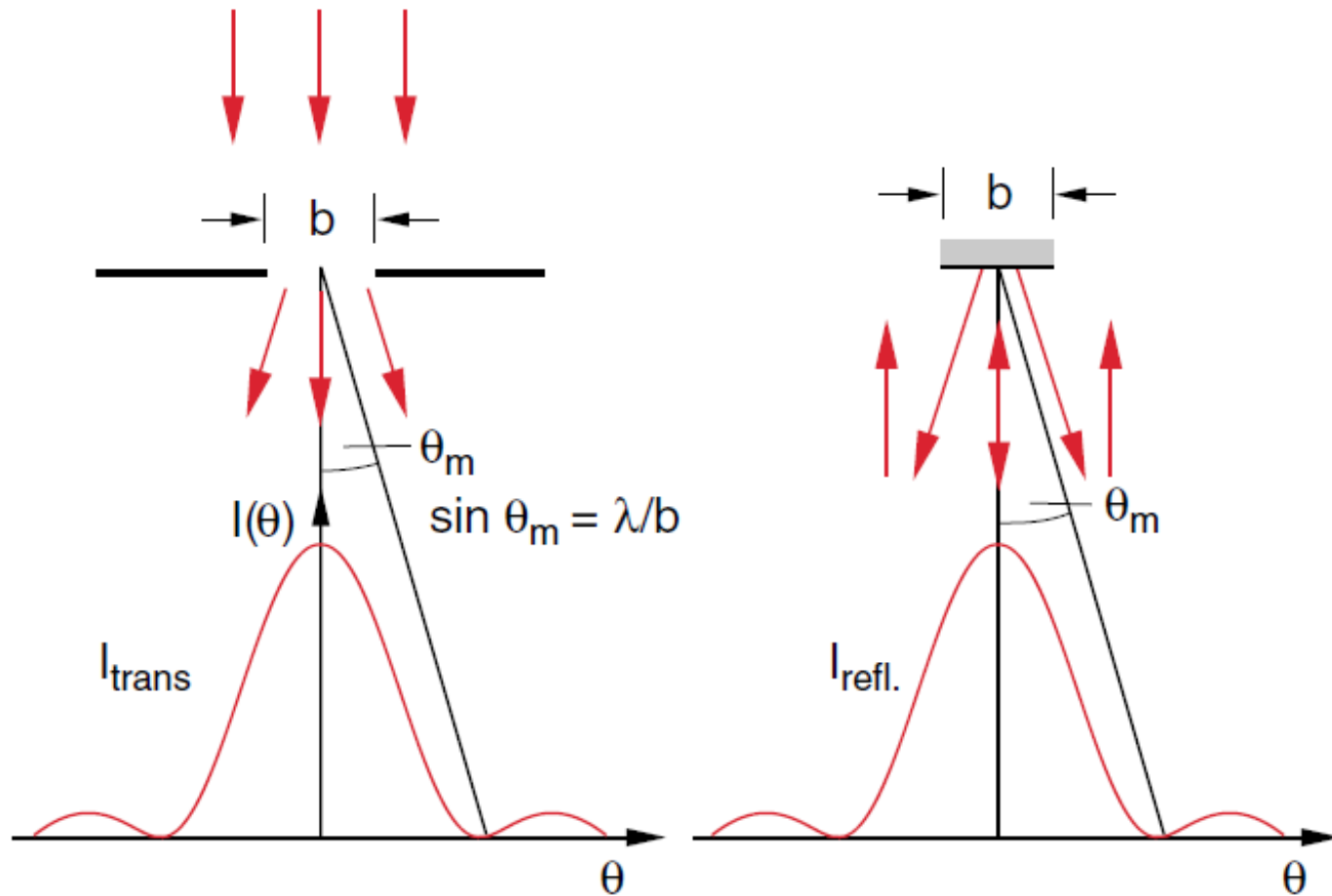
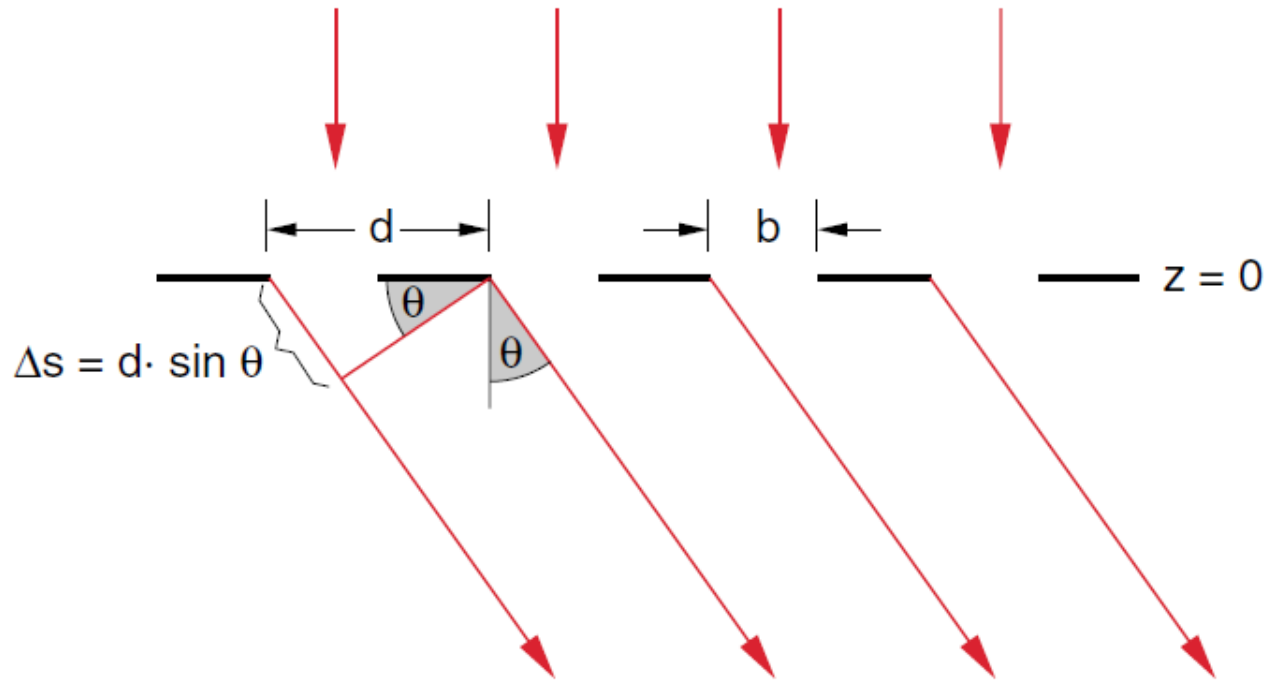


Abb. 10.42. Äquivalenz der Beugung des durch eine Blende transmittierten Lichtes und des an einem Spiegel gleicher Breite b reflektierten Lichtes

Beugungsgitter (N Spalten, $N > 1$)



Beugungsgitter (8 Spalten, $d/b=2$)

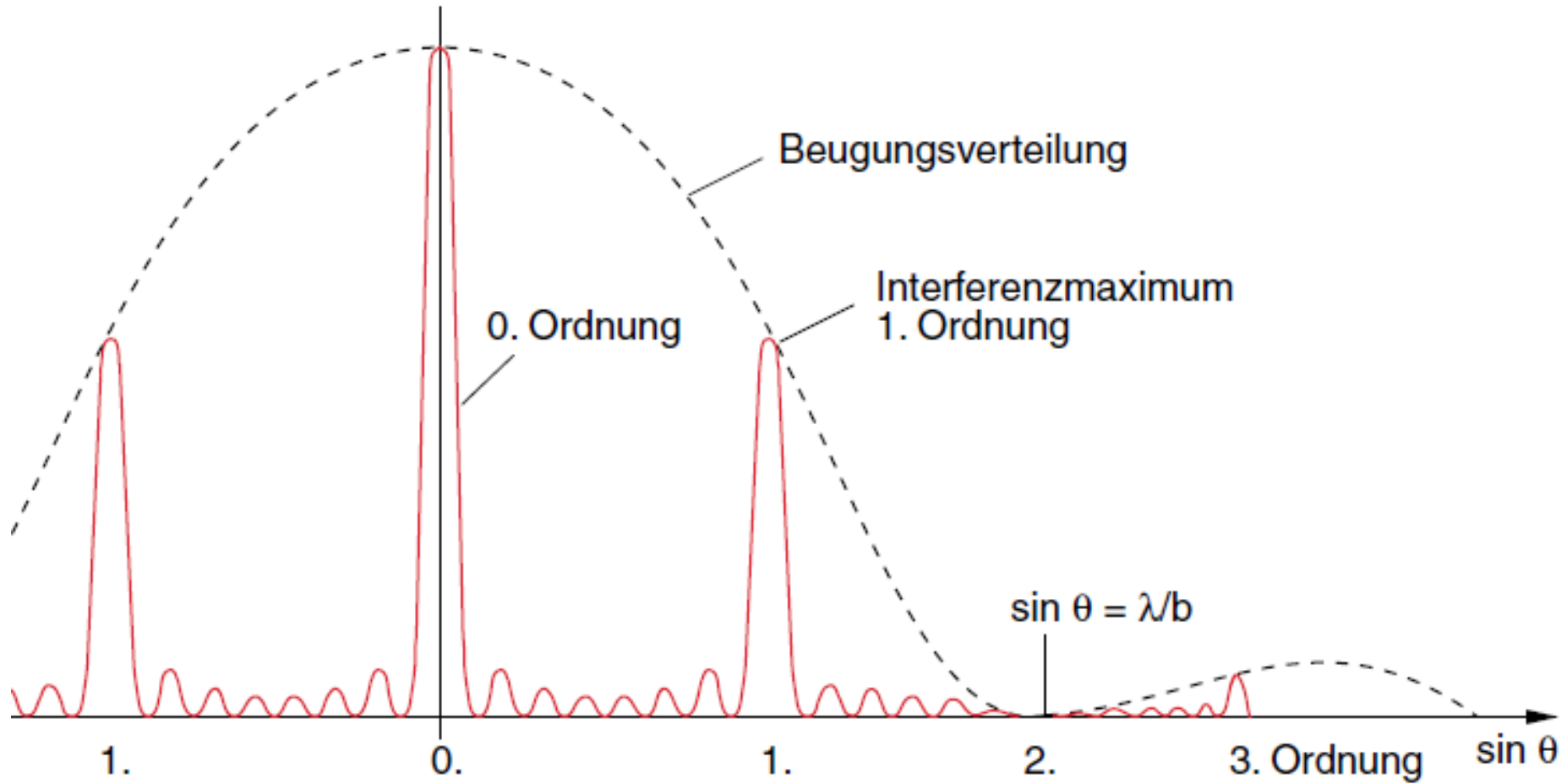


Abb. 10.44. Intensitätsverteilung $I(\theta)$ bei einem Beugungsgitter mit acht Spalten, bei dem $d/b=2$ ist. In die zweite

Interferenzordnung gelangt wegen des Beugungsminimums kein Licht

Beugungsgitter (8 Spalten, $d/b=2$)

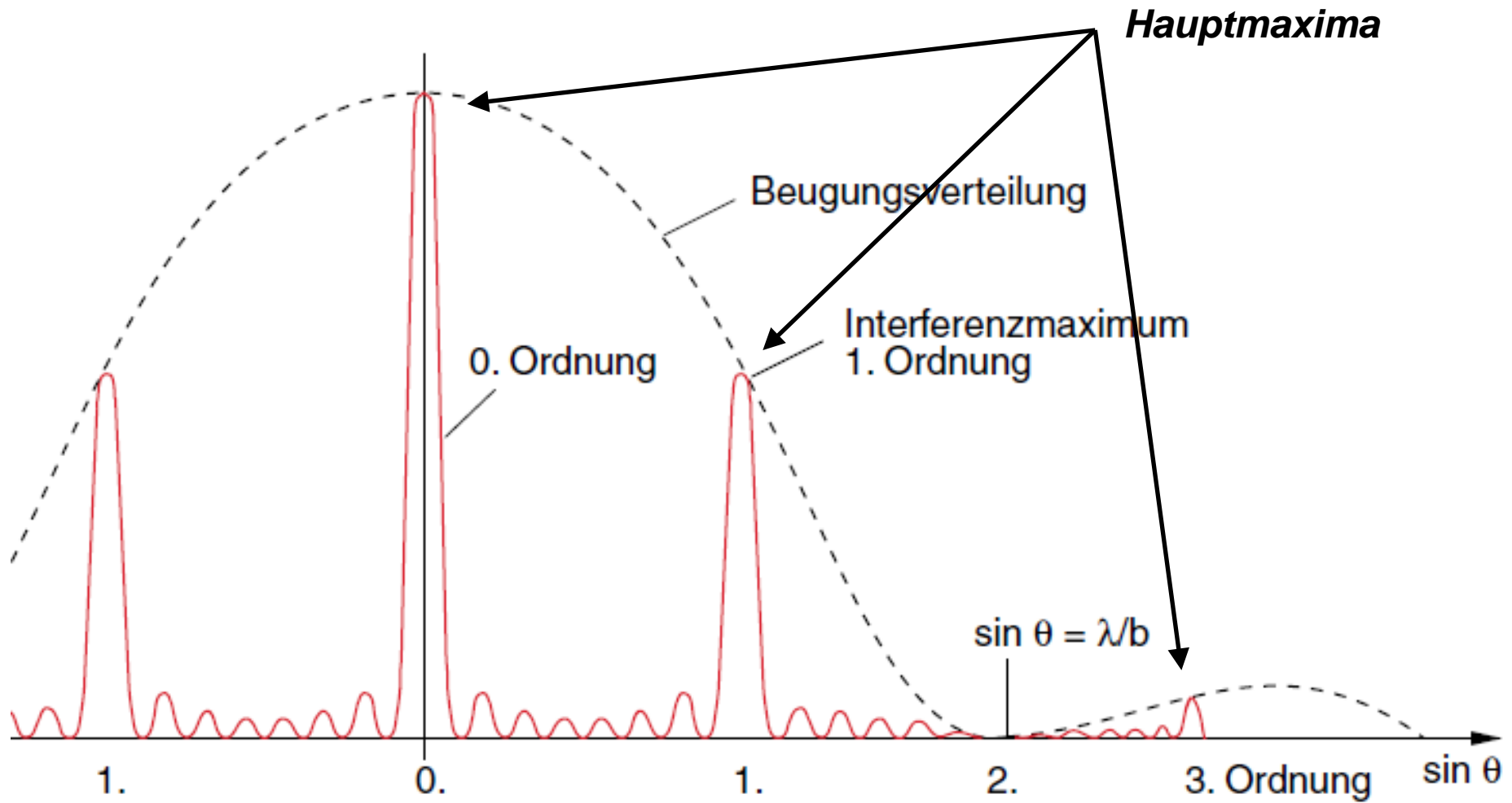


Abb. 10.44. Intensitätsverteilung $I(\theta)$ bei einem Beugungsgitter mit acht Spalten, bei dem $d/b=2$ ist. In die zweite

Interferenzordnung gelangt wegen des Beugungsminimums kein Licht

Beugungsgitter (8 Spalten, $d/b=2$)

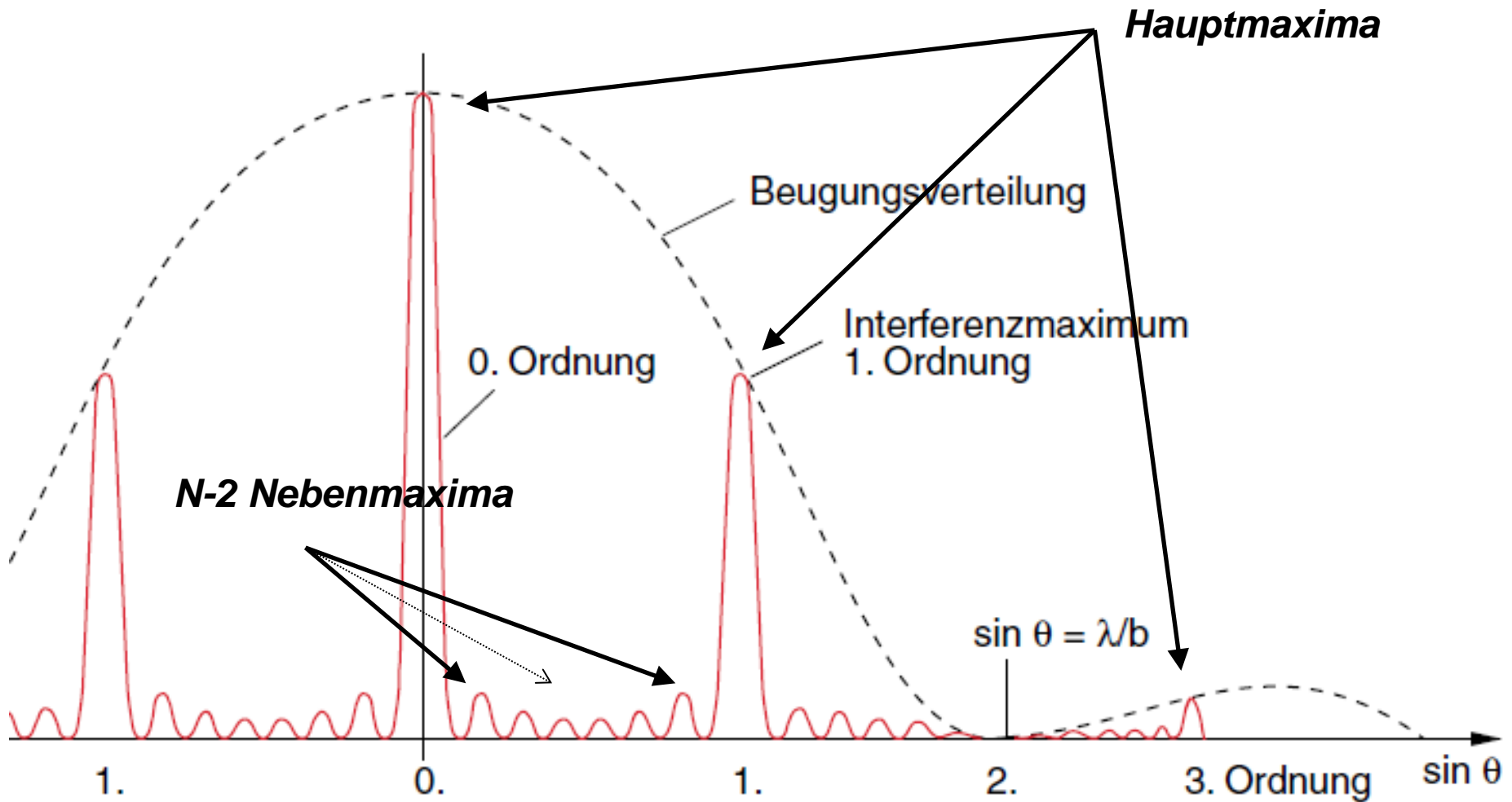
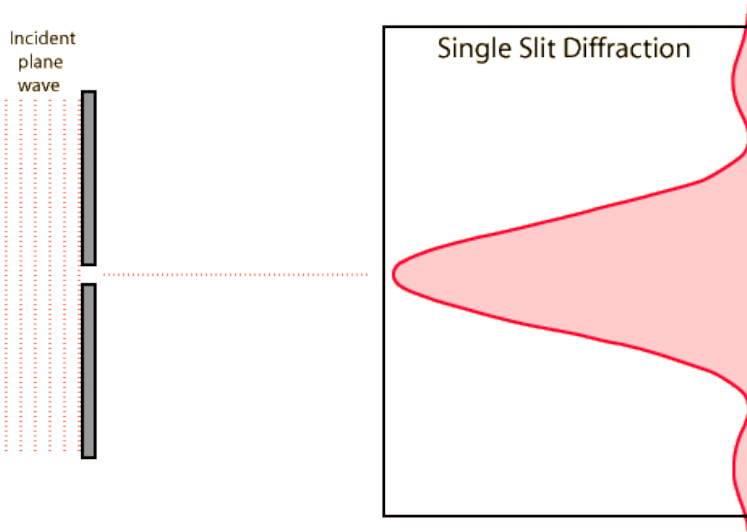


Abb. 10.44. Intensitätsverteilung $I(\theta)$ bei einem Beugungsgitter mit acht Spalten, bei dem $d/b = 2$ ist. In die zweite

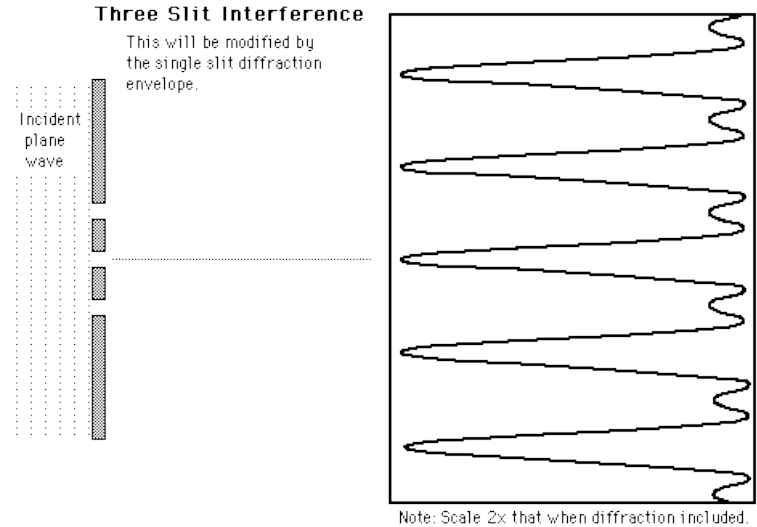
Interferenzordnung gelangt wegen des Beugungsminimums kein Licht

Beugungsgitter

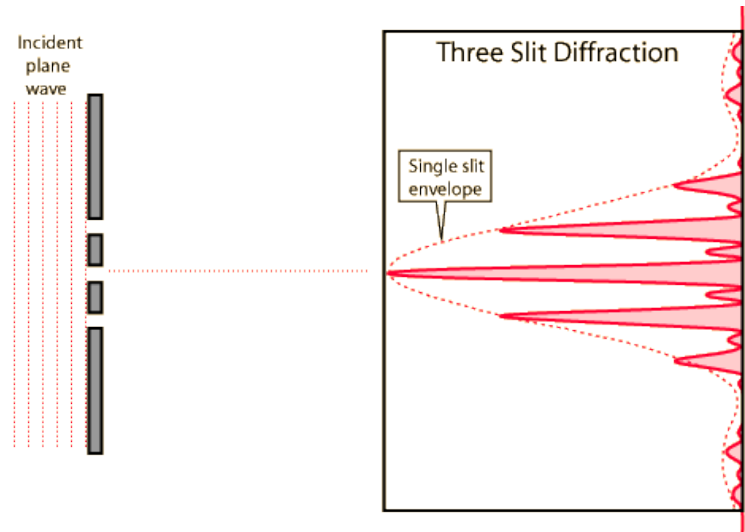
N=1, nur Beugung



N=3, nur Interferenz (Spalten)



N=3, Beugung + Interferenz zwischen Spalten



Gitter und Dispersion



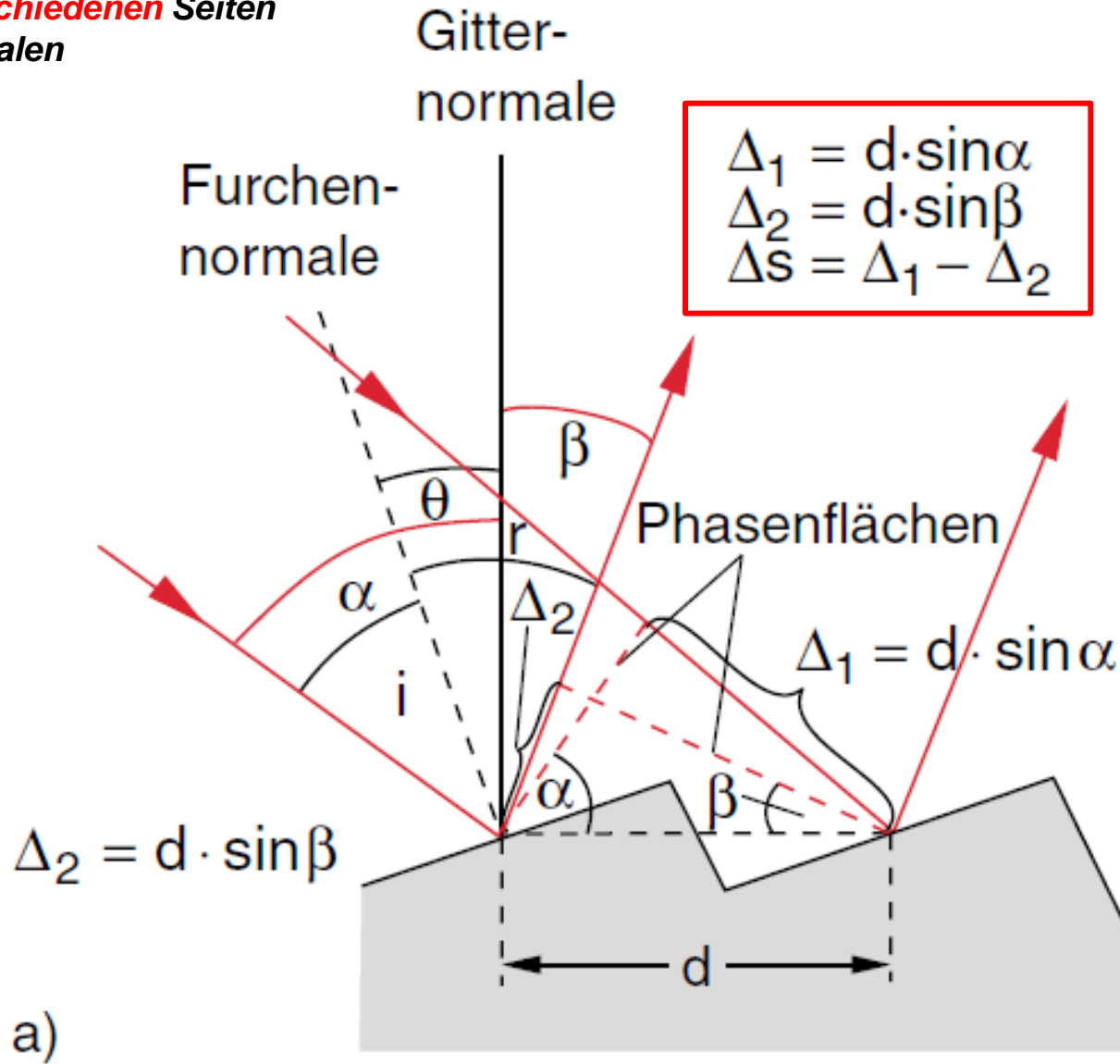
Nominal Distanz
zwischen CD "tracks"

$$d=1.6 \mu\text{m}$$

(625 tracks per mm)

Reflexionsgitter

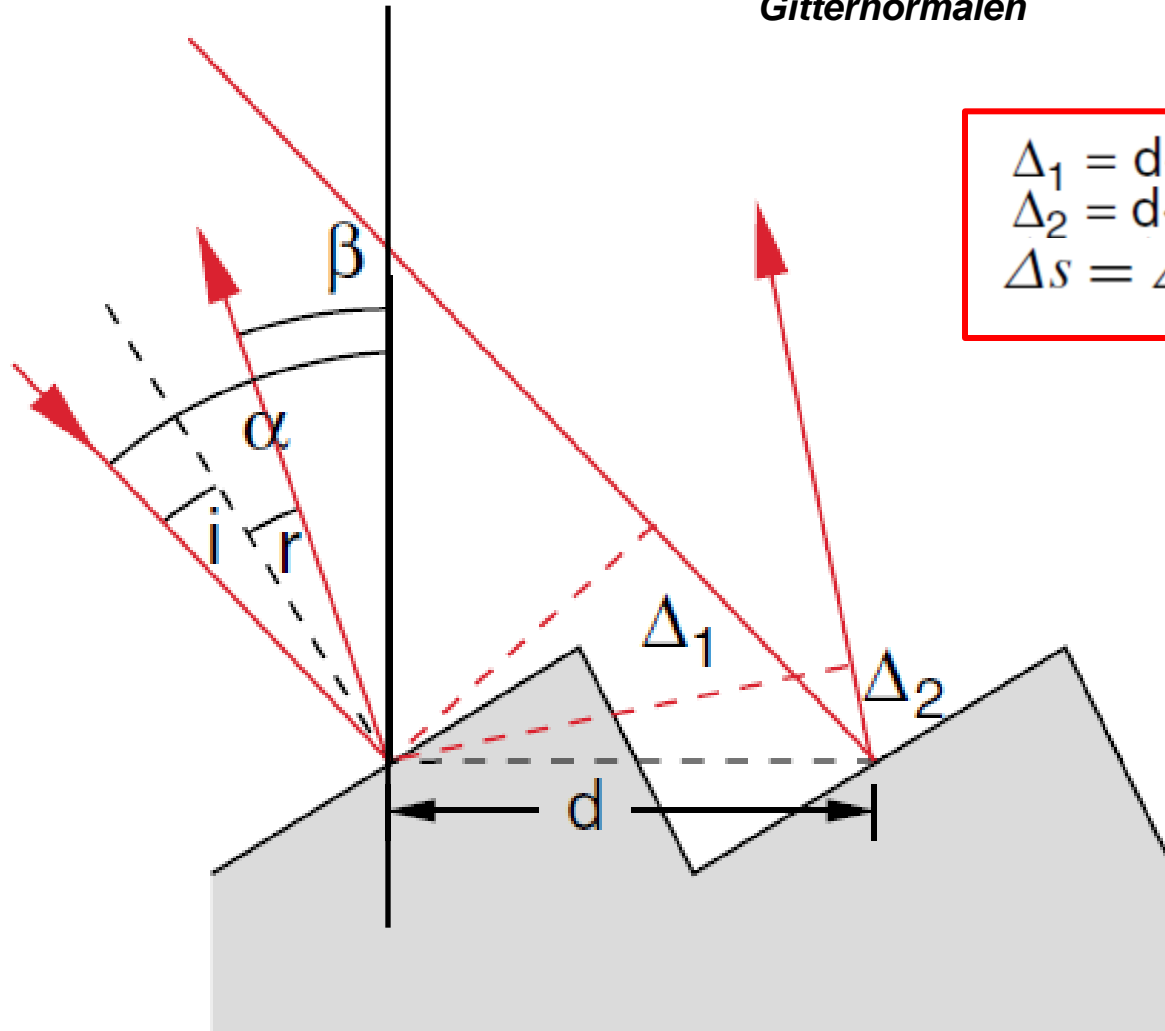
*Einfallender und reflektierender Strahl auf **verschiedenen** Seiten der Gitternormalen*



Reflexionsgitter

Gitternormale

Einfallender und reflektierender Strahl auf der **gleichen Seite** der Gitternormalen



$$\Delta_1 = d \cdot \sin \alpha$$

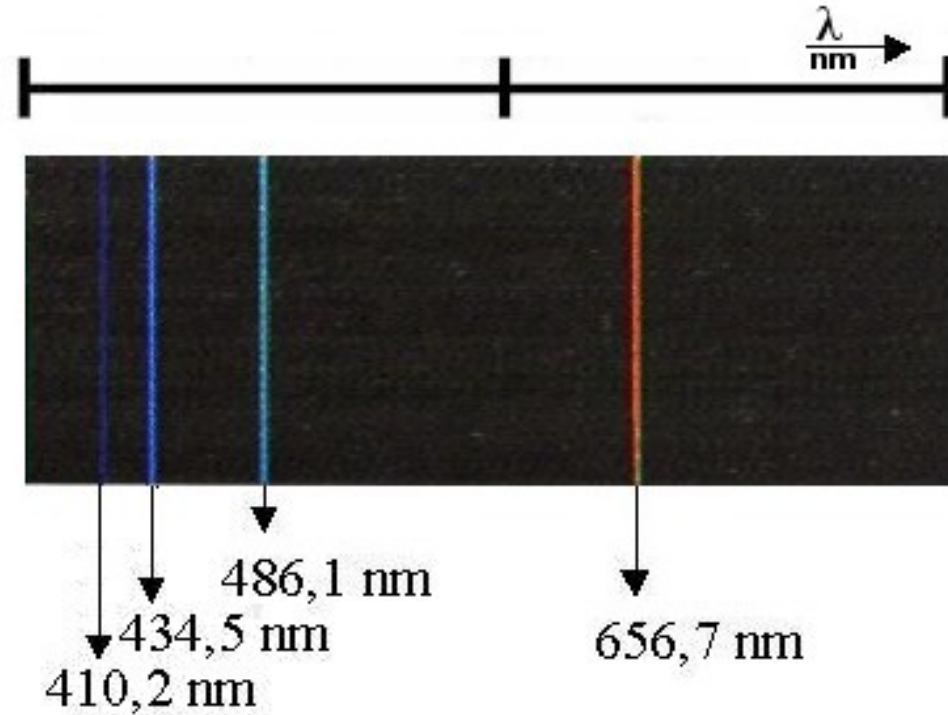
$$\Delta_2 = d \cdot \sin \beta$$

$$\Delta s = \Delta_1 + \Delta_2$$

Reflexionsgitter: Spektroskopie

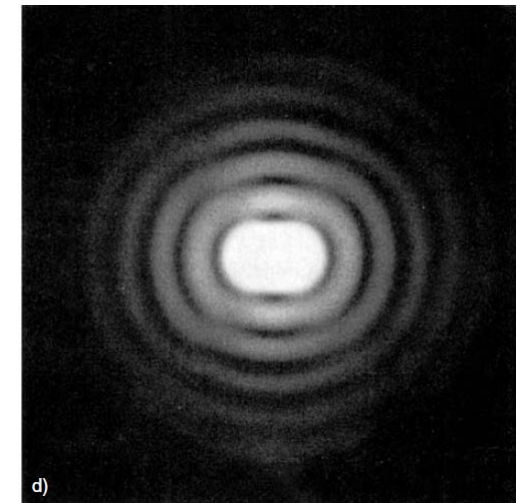
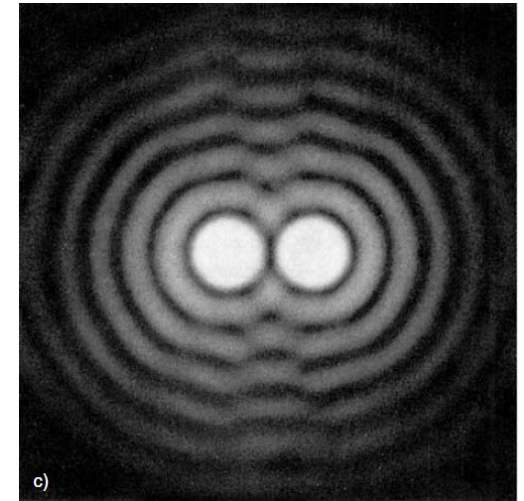
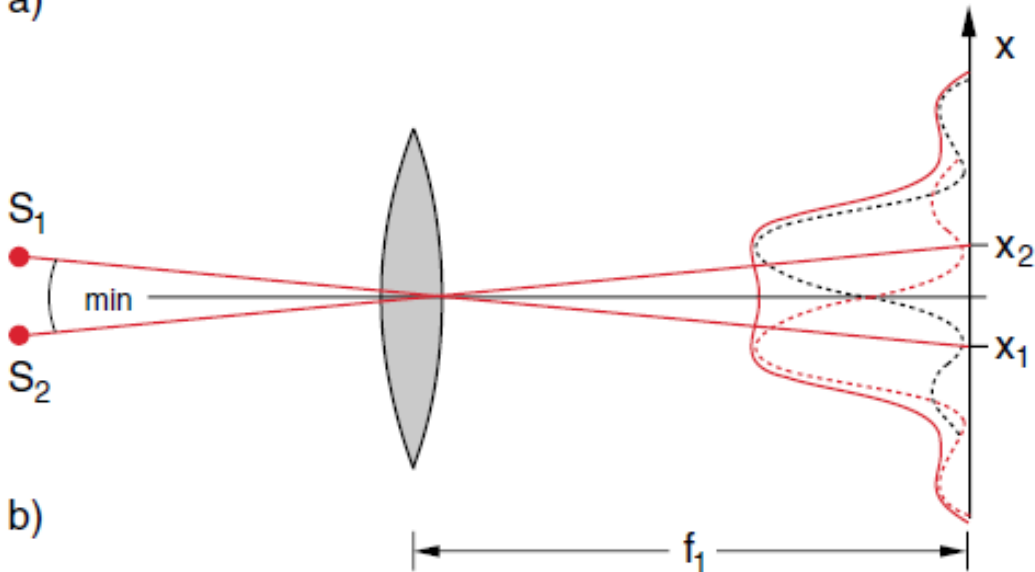
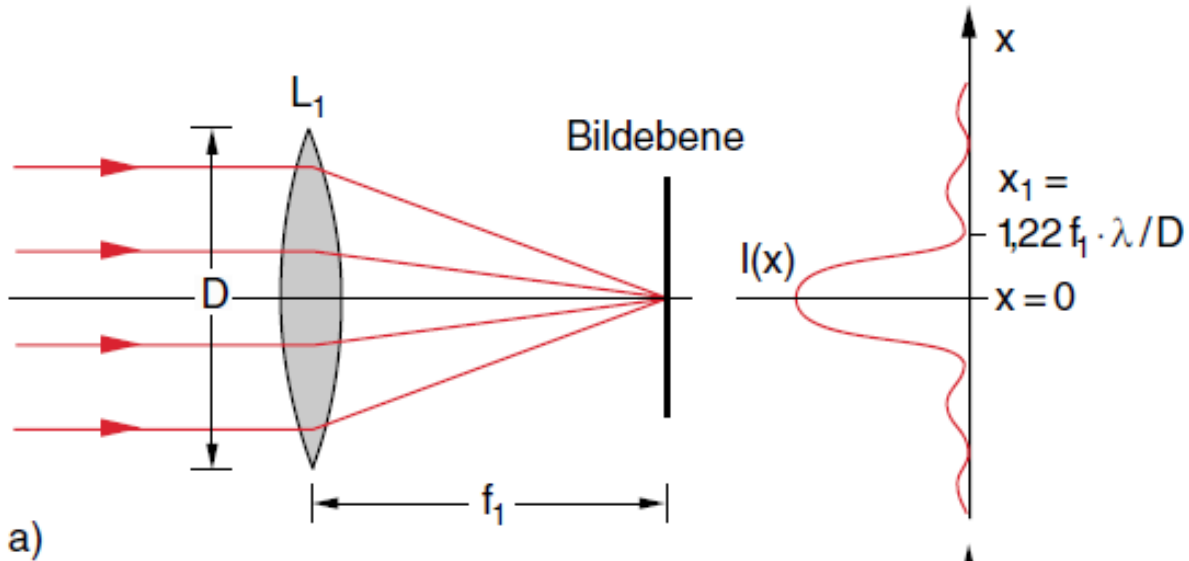
Wasserstofflampe

H₂ Moleküle durch Wasserstoffmoleküle durch Elektronenstrahl in angeregte H Atome zerlegt. Anregungsenergie wird dann in Form von elektromagnetischer Strahlung abgegeben.

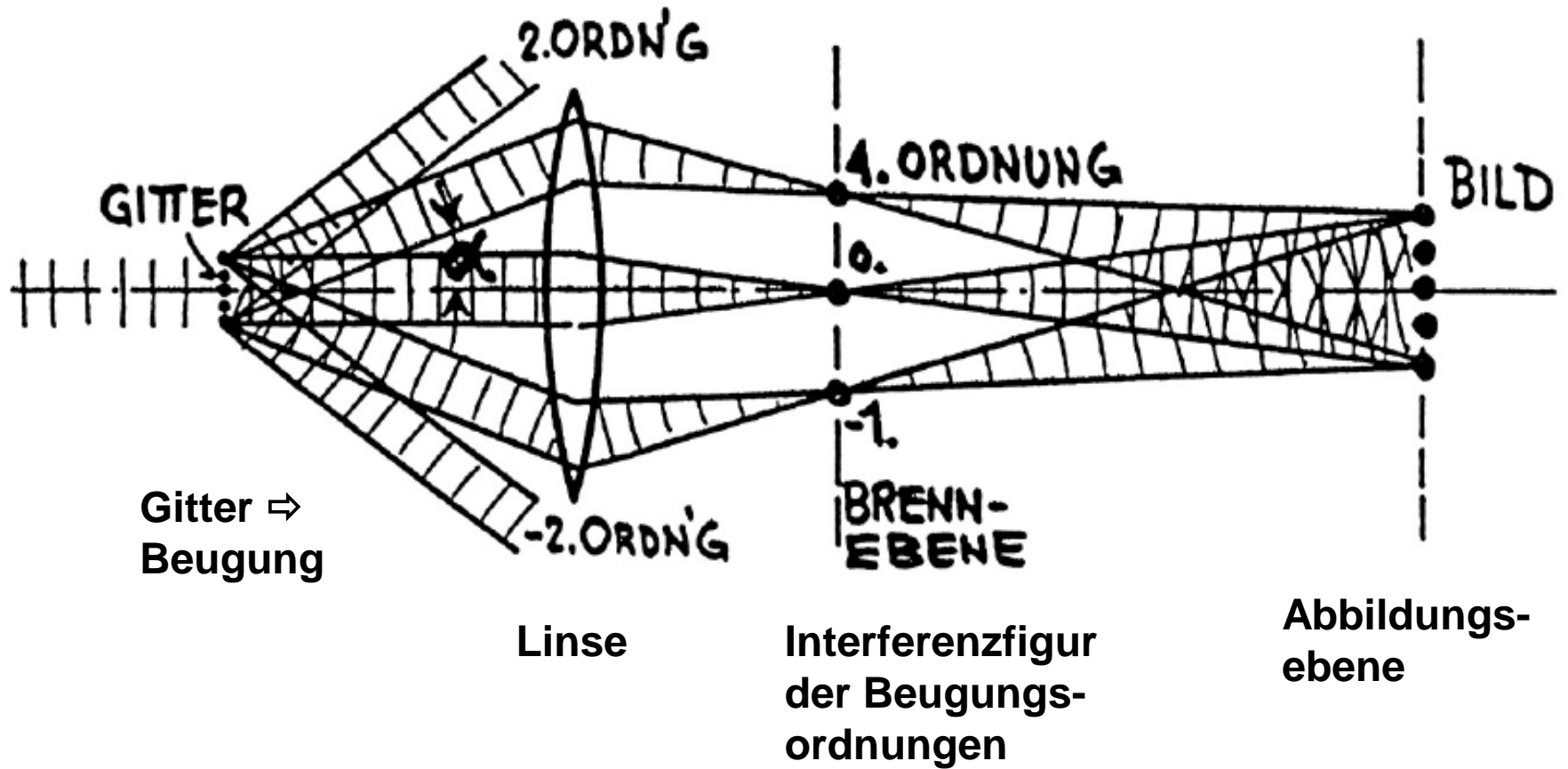


Spektrum

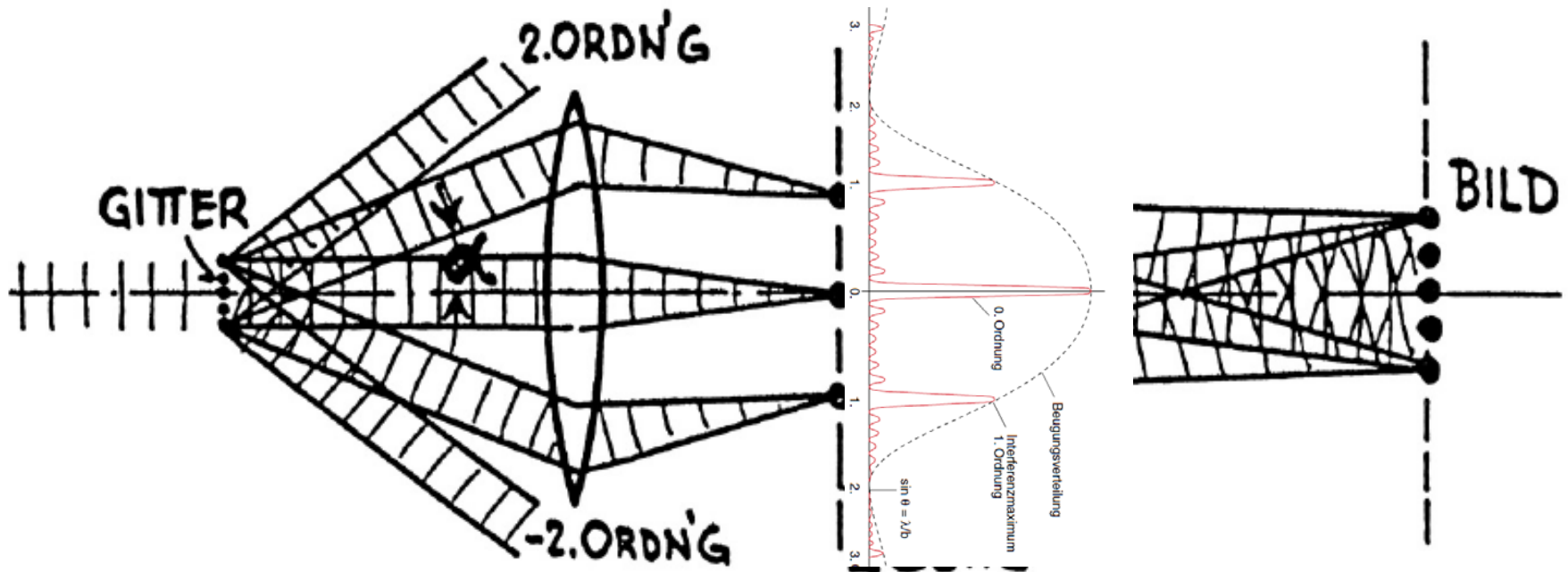
Rayleigh Kriterium



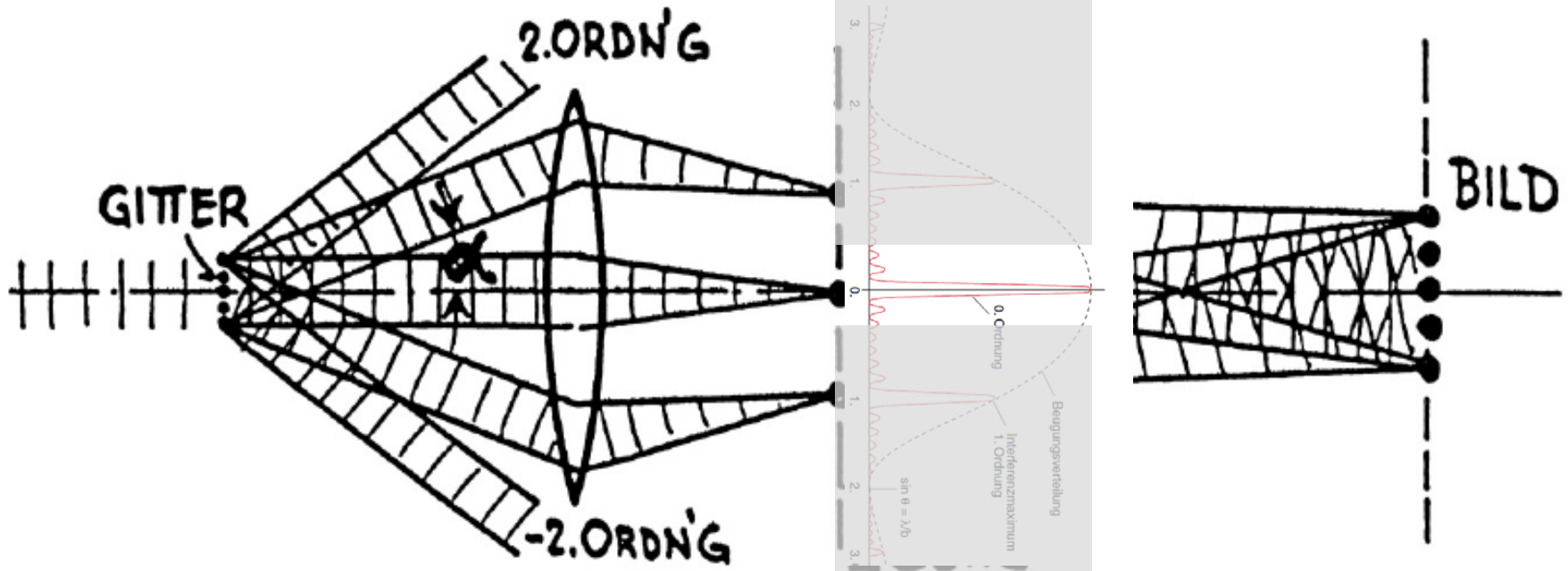
Abbe Auflösungsvermögen



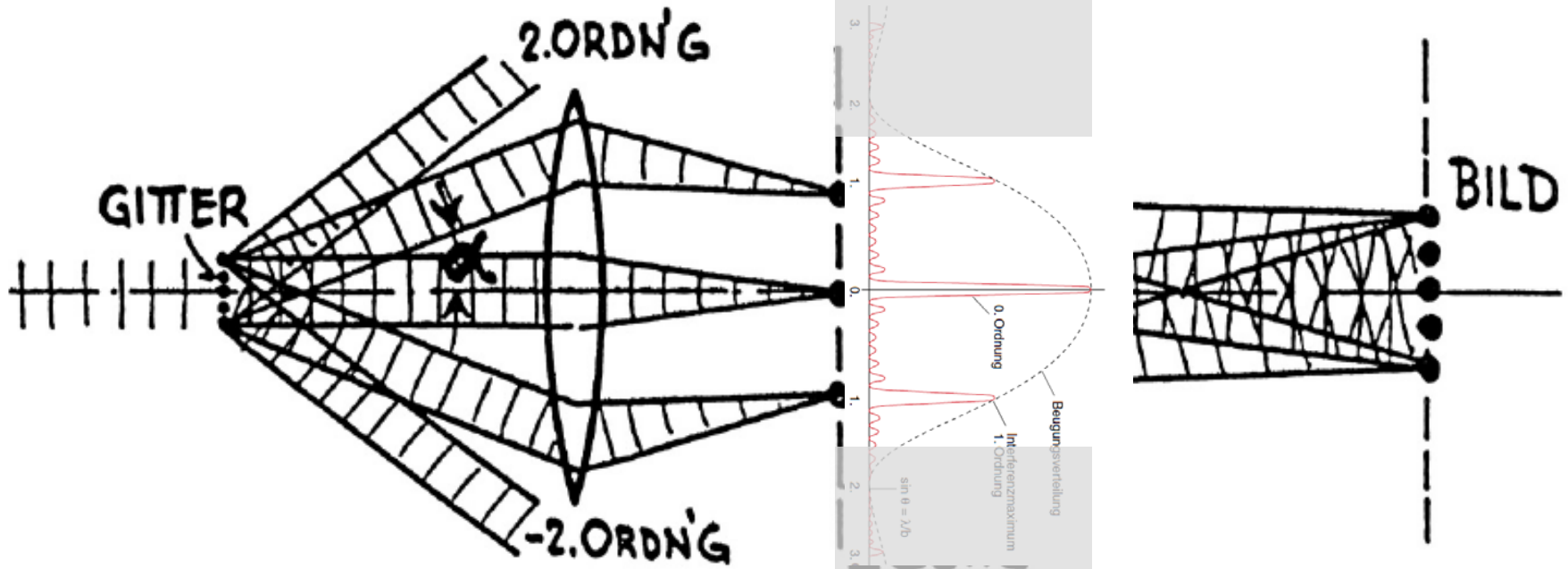
Abbe Auflösungsvermögen



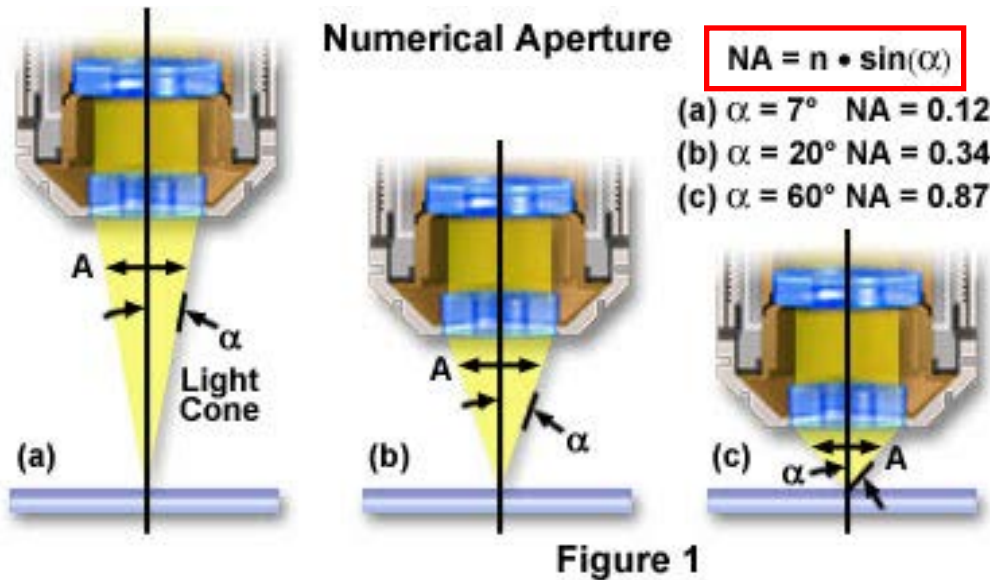
Abbe Auflösungsvermögen



Abbe Auflösungsvermögen



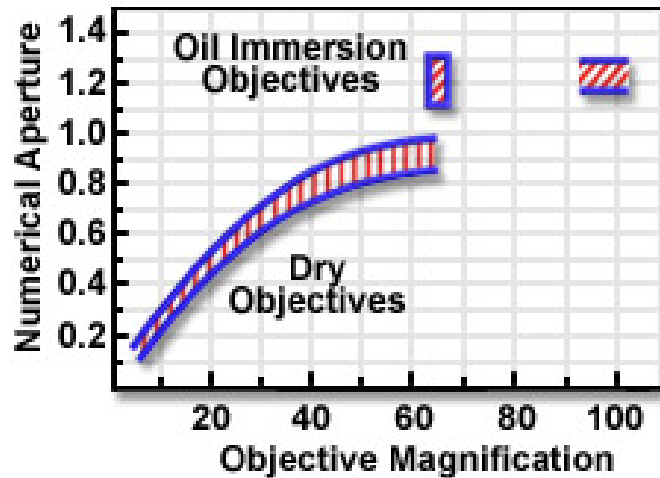
objective numerical aperture: NA



microscopy

NA: dimensionless nb

characterizes the luminosity of the objective
 (= the range of angles over which the objective can accept (or emit) light)



photography: f/#-number or N

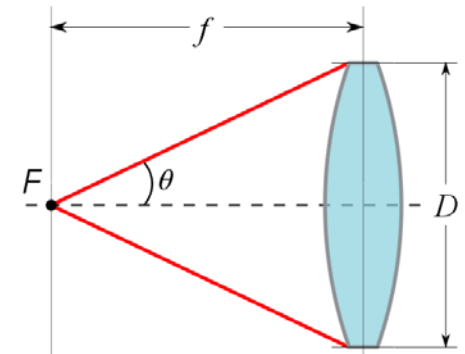
$$N = f/D$$

$$NA = n \cdot \sin(\theta)$$

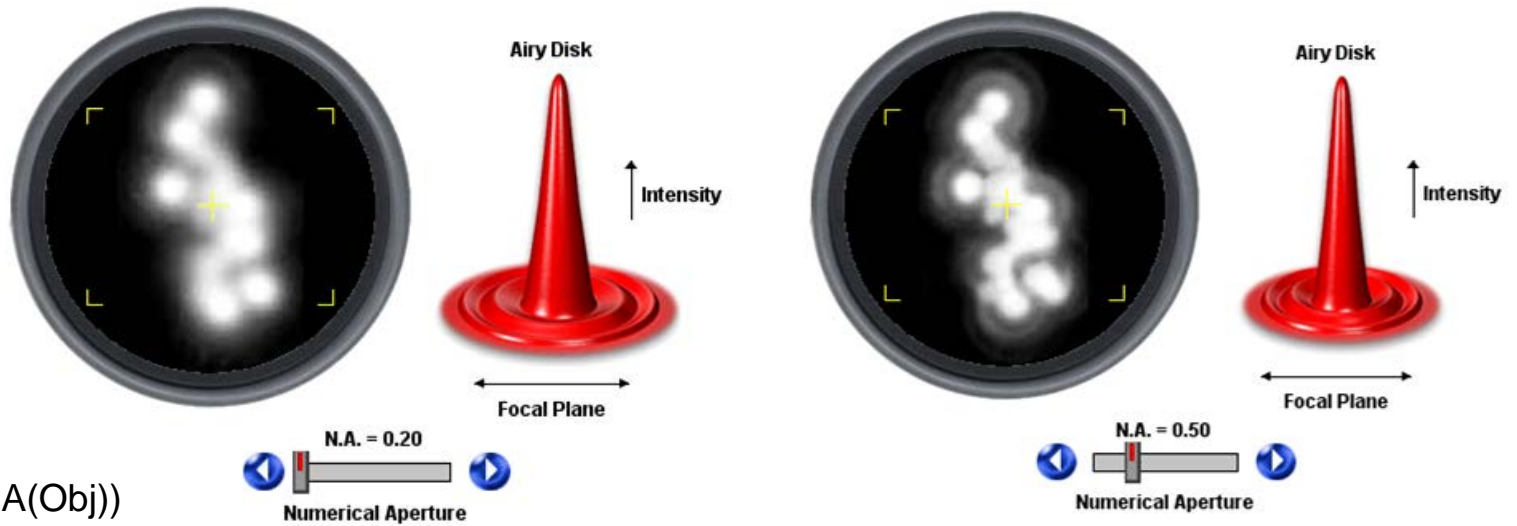
$$= n \cdot \sin [\text{atan}(D/2f)]$$

$$\approx n \cdot D/2f, (f \rightarrow \infty)$$

$$\Rightarrow NA \approx 1 / (2 \cdot N) \quad (\text{in air})$$

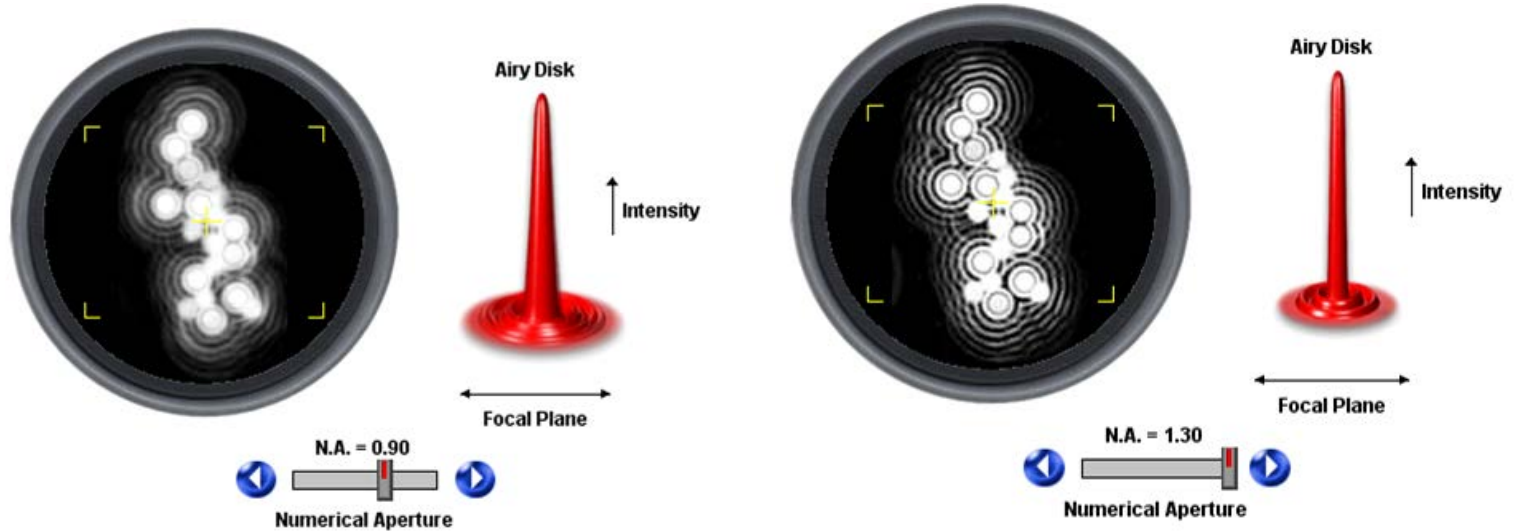


NA and resolution limit

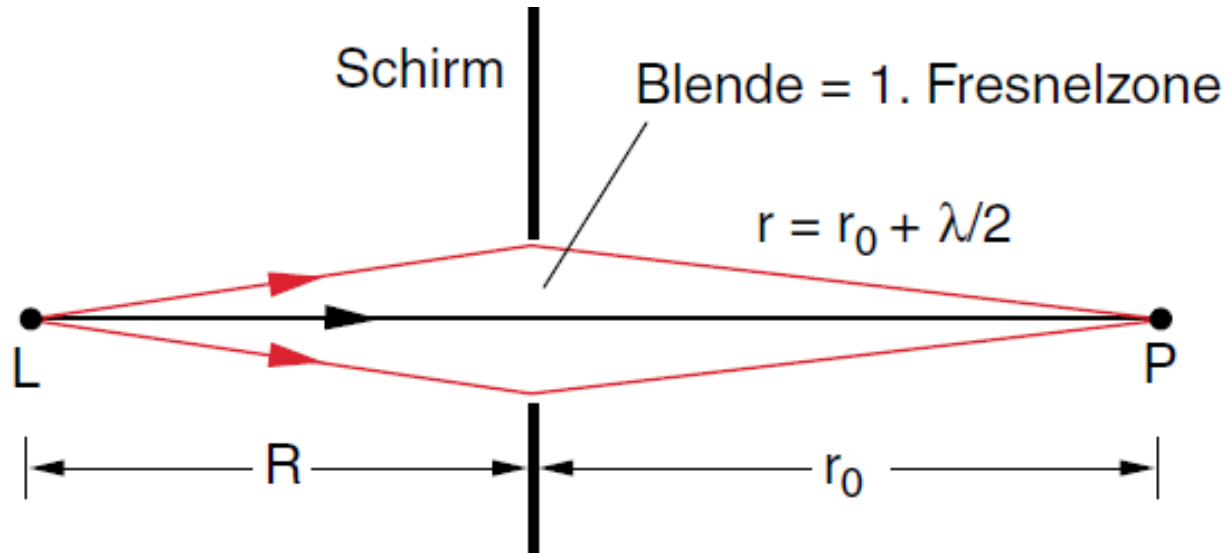


$$r(\text{Airy}) = 1.22 \cdot \lambda / (2 \cdot \text{NA}(\text{Obj}))$$

$$D \propto \lambda / \text{NA}$$



Fresnelsche Zonen

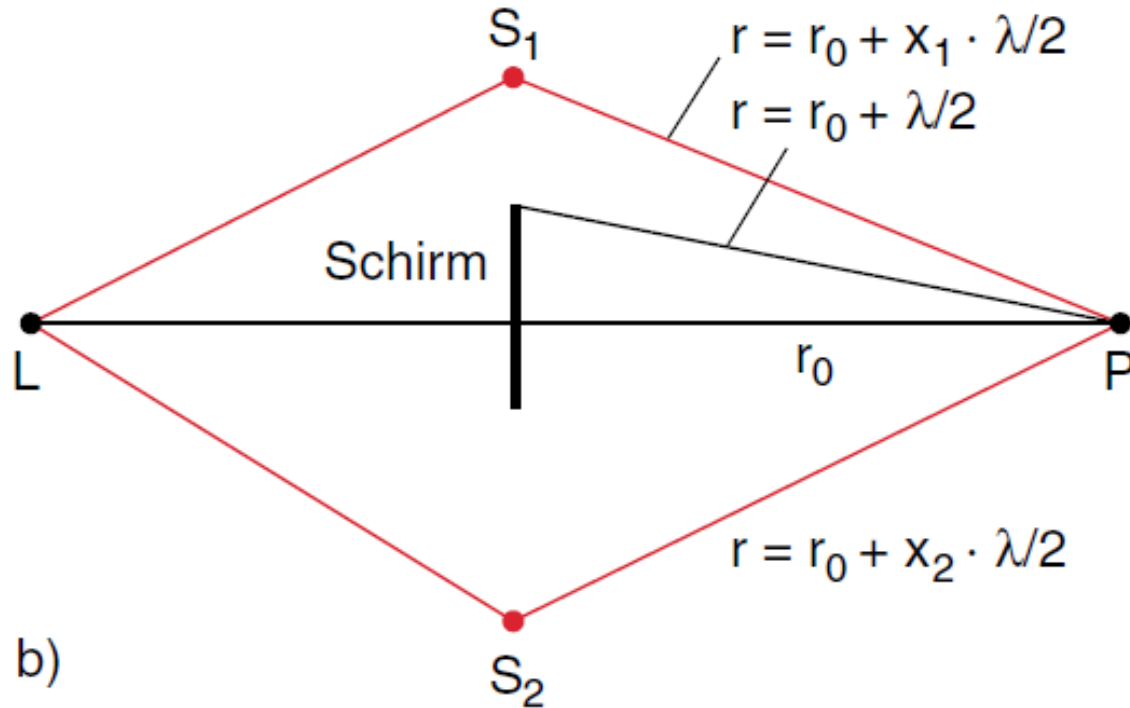


Ohne Schirm:

$$E(P) = \frac{1}{2} |E_1|$$

Mit Schirm + Blende:

Fresnelsche Zonen

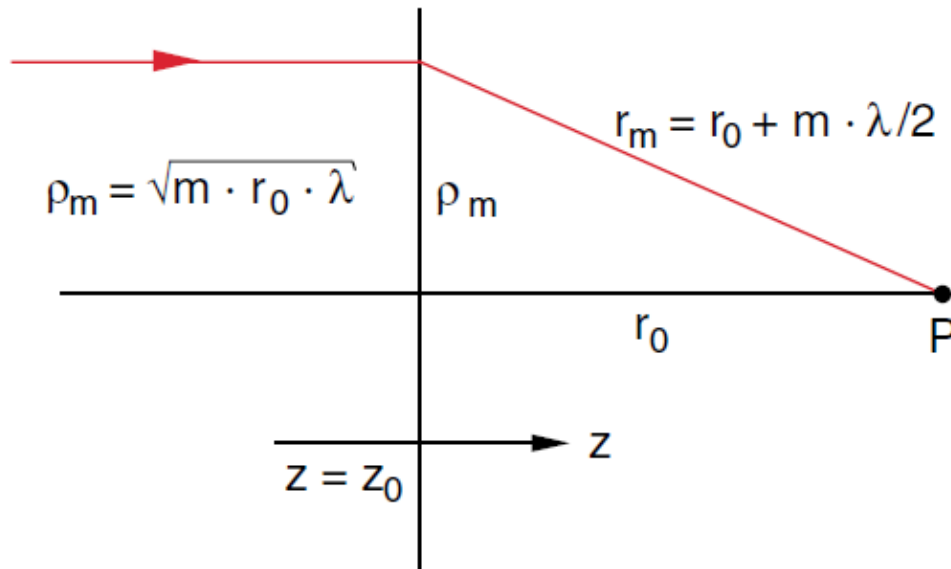


Ohne Schirm:

$$E(P) = \frac{1}{2} |E_1|$$

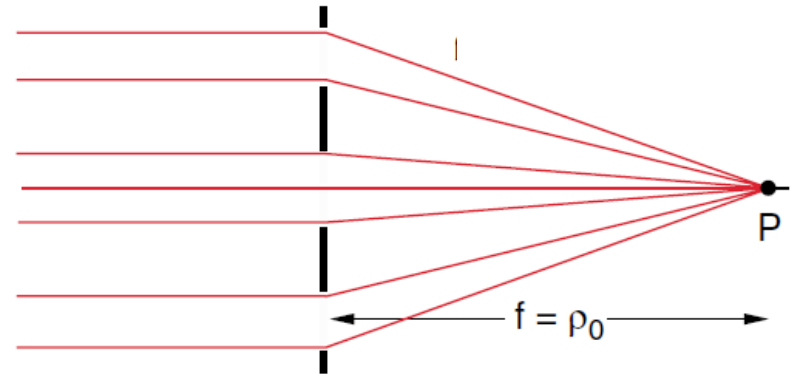
Mit Schirm:

Fresnelsche Zonen: Radius



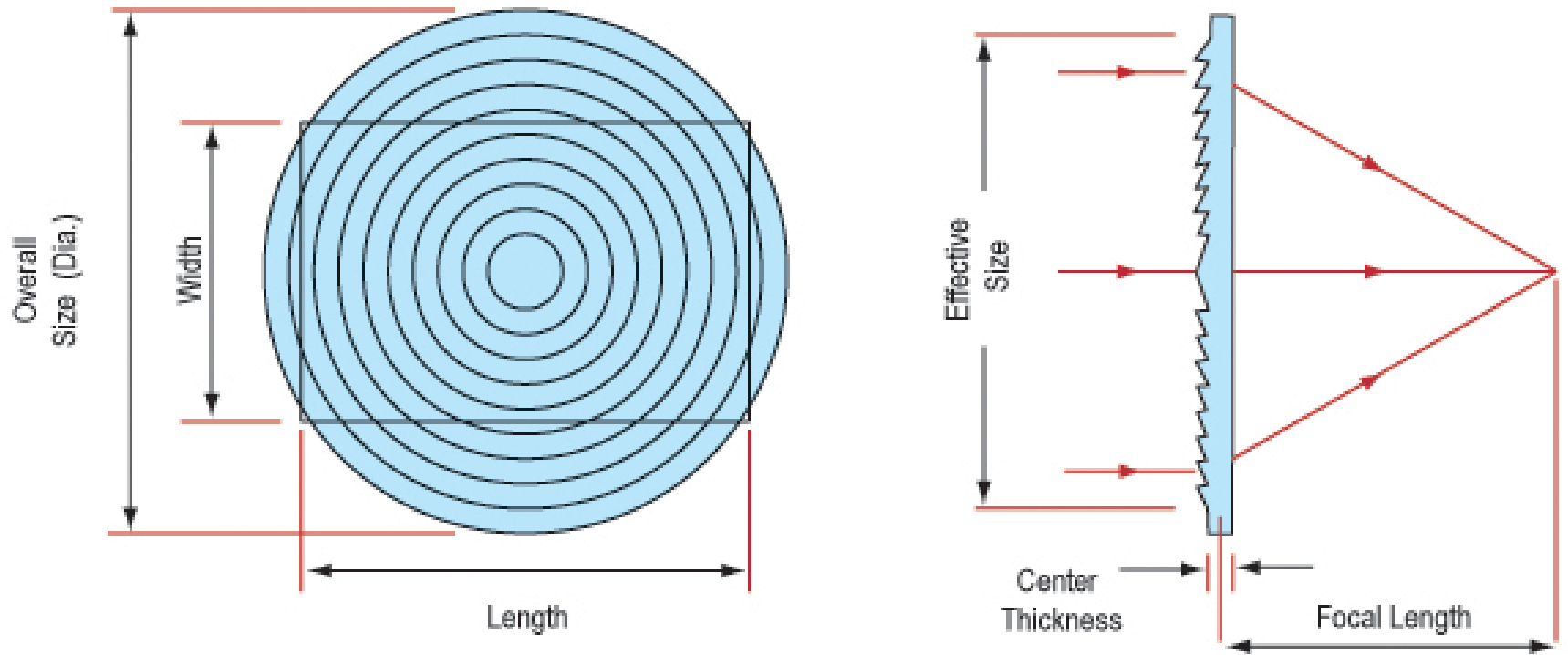
Fresnelsche Zonenplatte

Zonenplatte: Anordnung um spezifische Fresnelzonen undurchlässig zu machen
*e.g. aufgedampfte metal
Kreisringe auf Glass*



Fresnelsche Linsen

Aspherically Contoured Fresnel Lenses



Edmund Scientific

Fresnelsche Linsen

Schiffslaterne

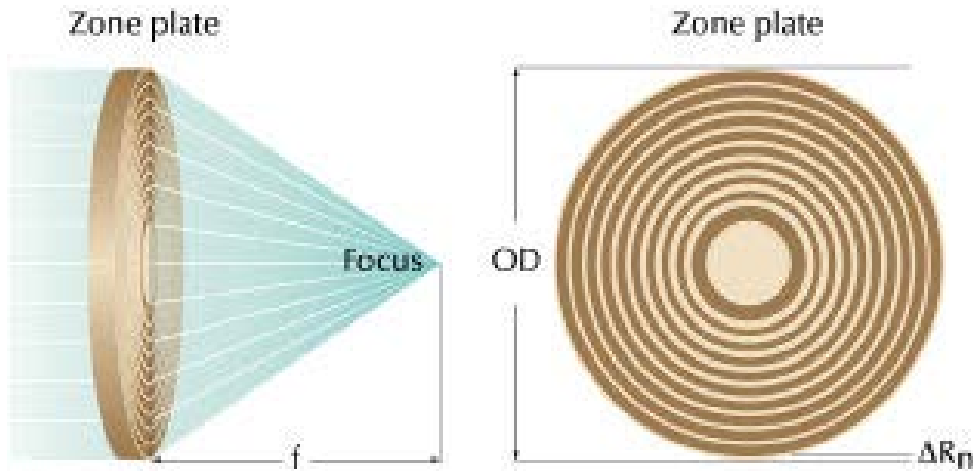


Leuchtturm



Anwendung für X-Ray Mikroskopie

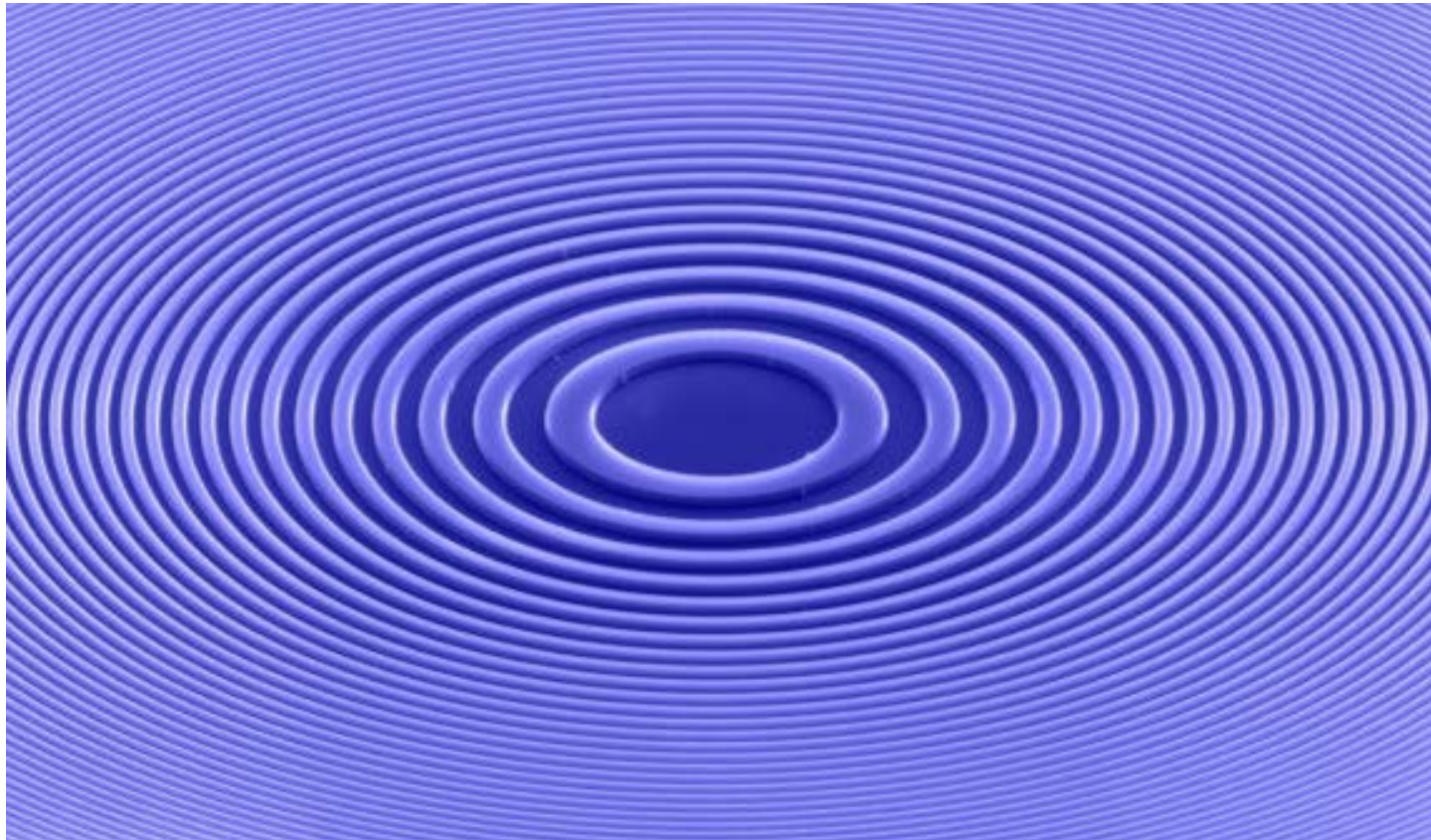
für x-rays, $n=1$, keine einfache optische Elemente
⇒ Fresnel Zonenplatten



gold zones of a Fresnel zone plate objective



Anwendung für X-Ray Mikroskopie



Fresnel zone plate made of a single crystal silicon membrane substrate .

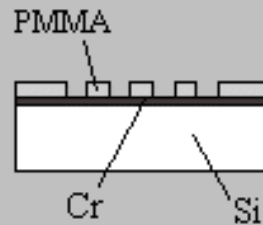
Line widths down to 30 nm have been achieved.

C. David et al., PSI

Anwendung für X-Ray Mikroskopie

Fabrication process

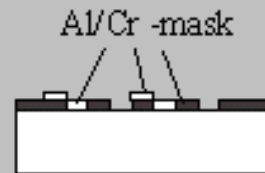
1) e-beam exposure



2) plasma etch of Cr,
e-beam exposure



3) lift-off of Al



4) RIE of Si,
plasma etch of Cr



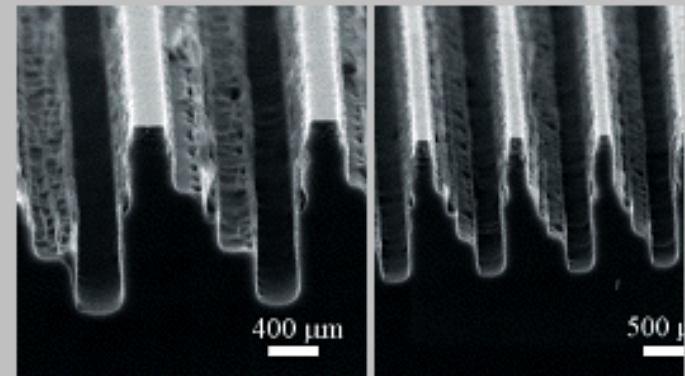
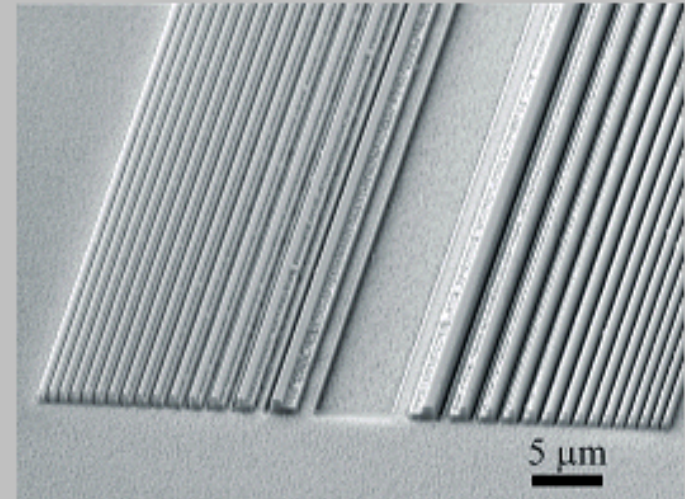
5) RIE of Si,
wet etch of Al



6) RIE of Si,
plasma etch of Cr



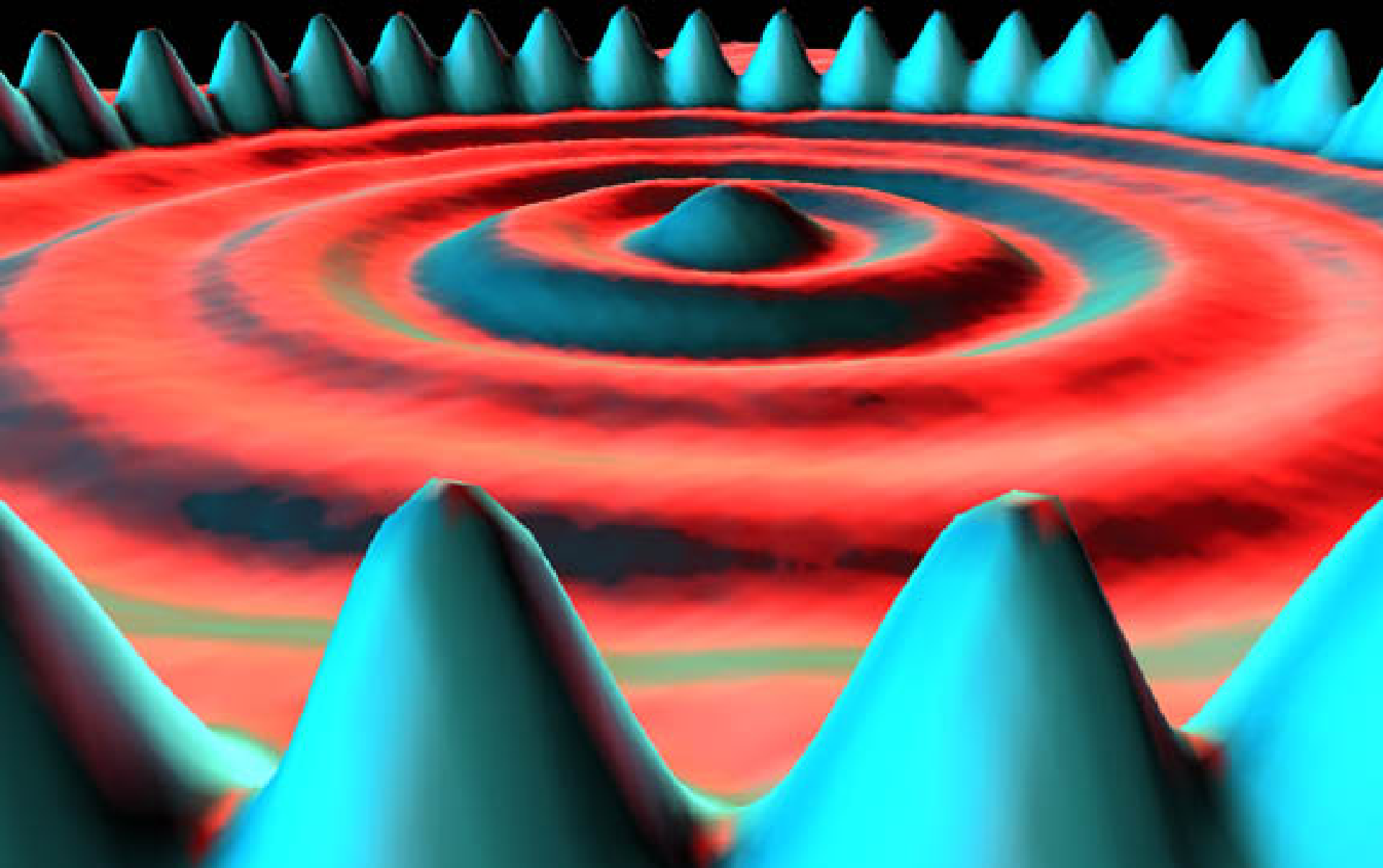
Resulting structures



In order to increase the efficiency, the design of conventional, binary zone plates can be changed using a multilevel profile for the grating structures of the zone plate.

J. Gobrecht et al., PSI, H.-P. Herzog et al., Uni. Neuchâtel

Interferenz



Michelson Interferometer

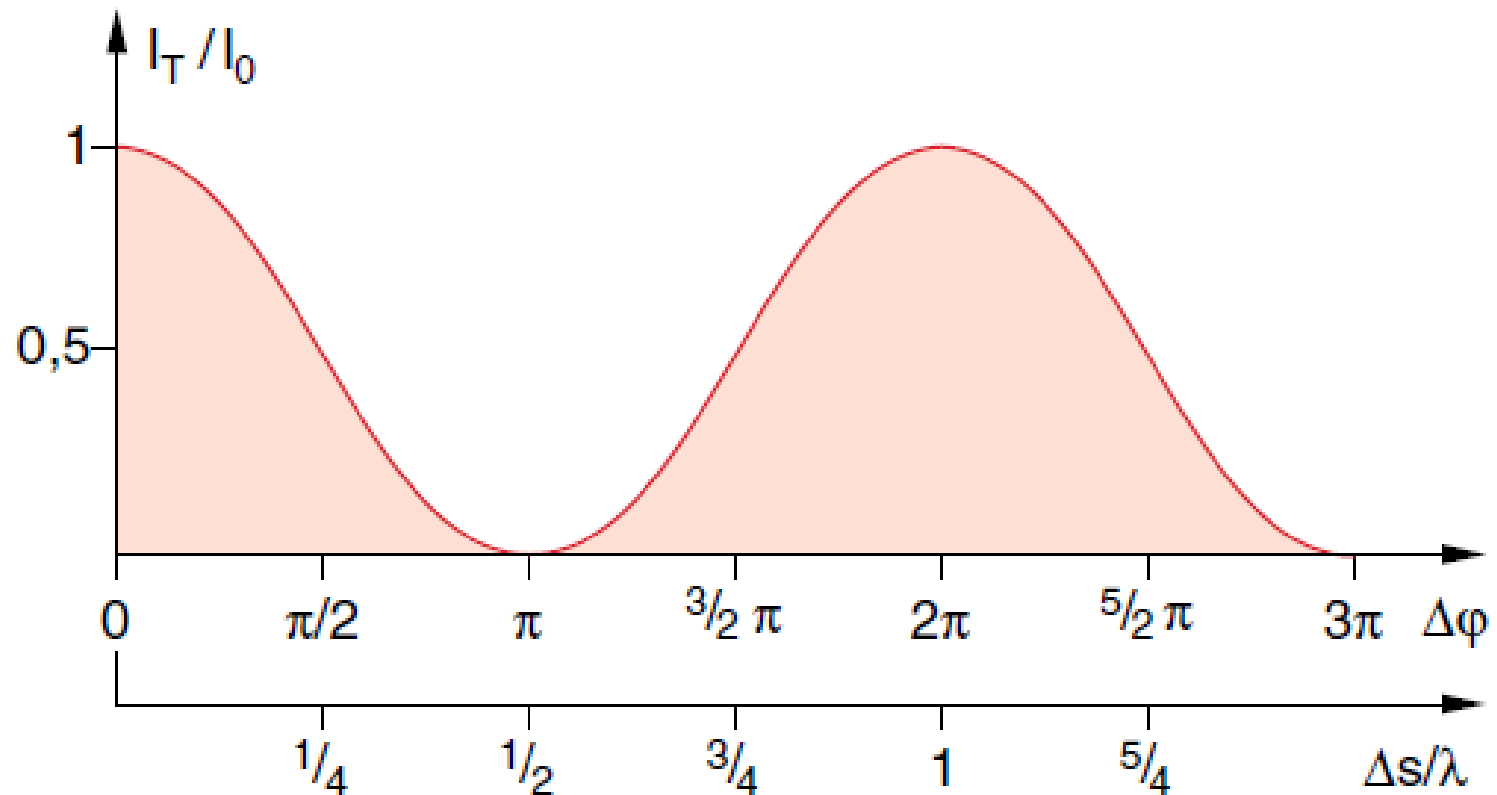
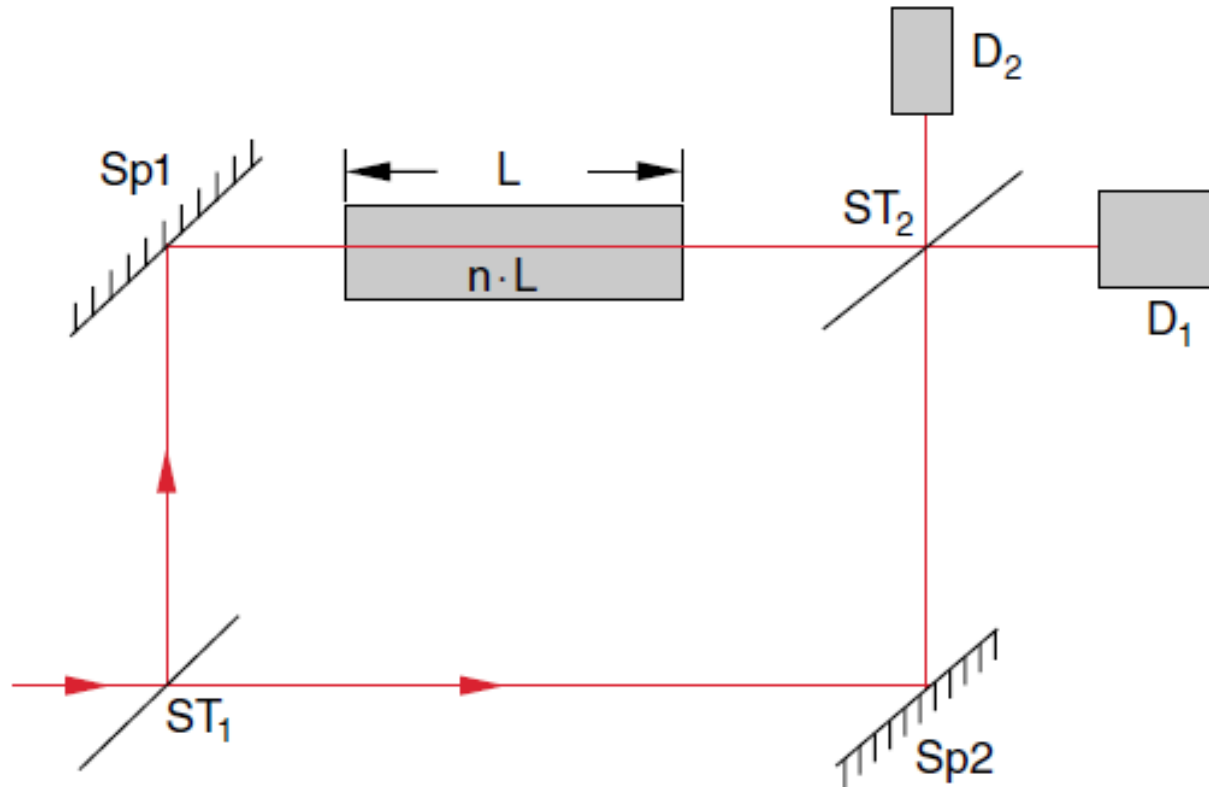


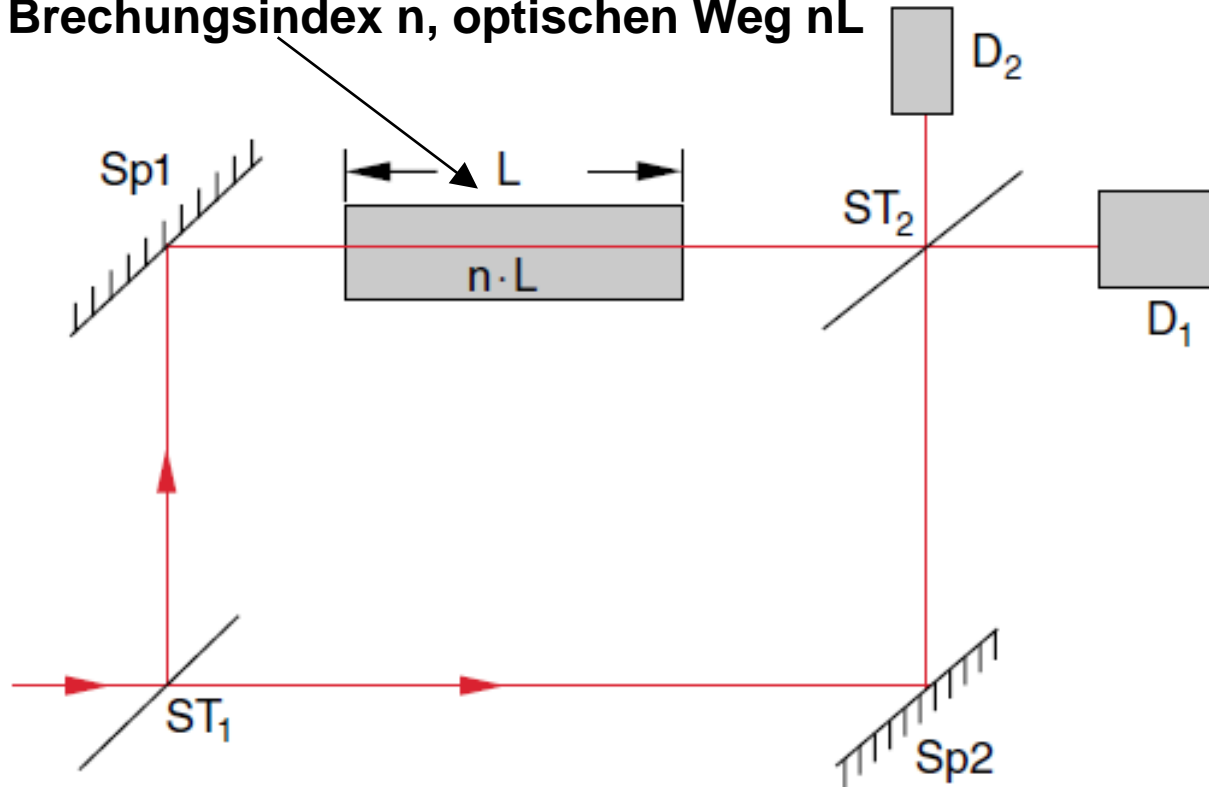
Abb. 10.11. Transmission des Michelson-Interferometers als Funktion des Wegunterschiedes $\Delta s/\lambda$ in Einheiten der Wellenlänge λ bei monochromatischer einfallender ebener Welle

Mach-Zehnder Interferometer



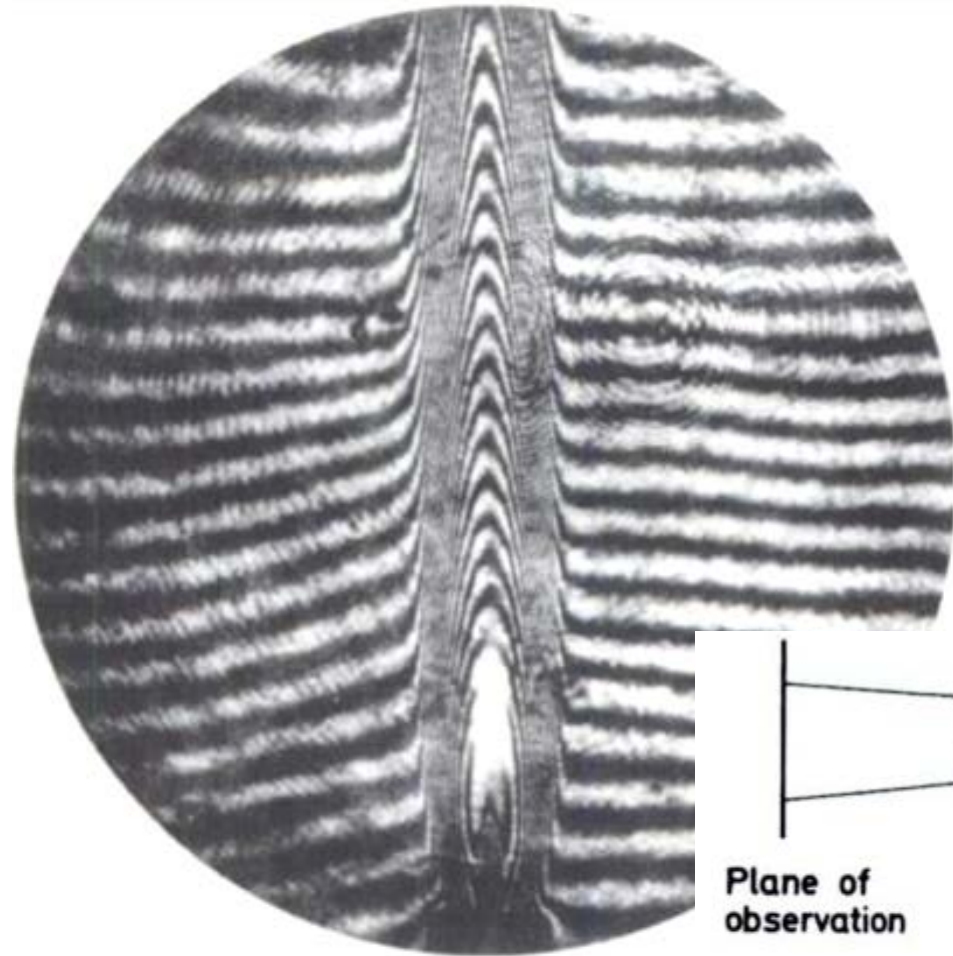
Mach-Zehnder Interferometer

Medium mit Brechungsindex n , optischen Weg nL



z.B: **Messung der Brechungsindex von einem Gas.** Druck variieren ($\Rightarrow \Delta n$) und Interferenz Maxima messen.

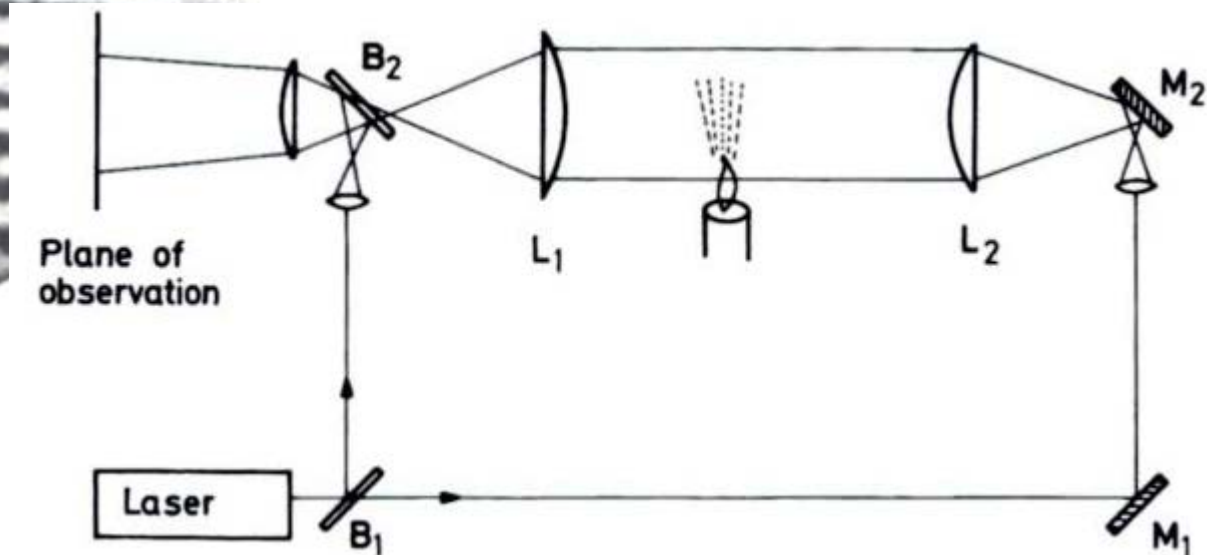
Mach-Zehnder Interferometer



Interferogram

*density profile in the
convection zone of a
candle flame*

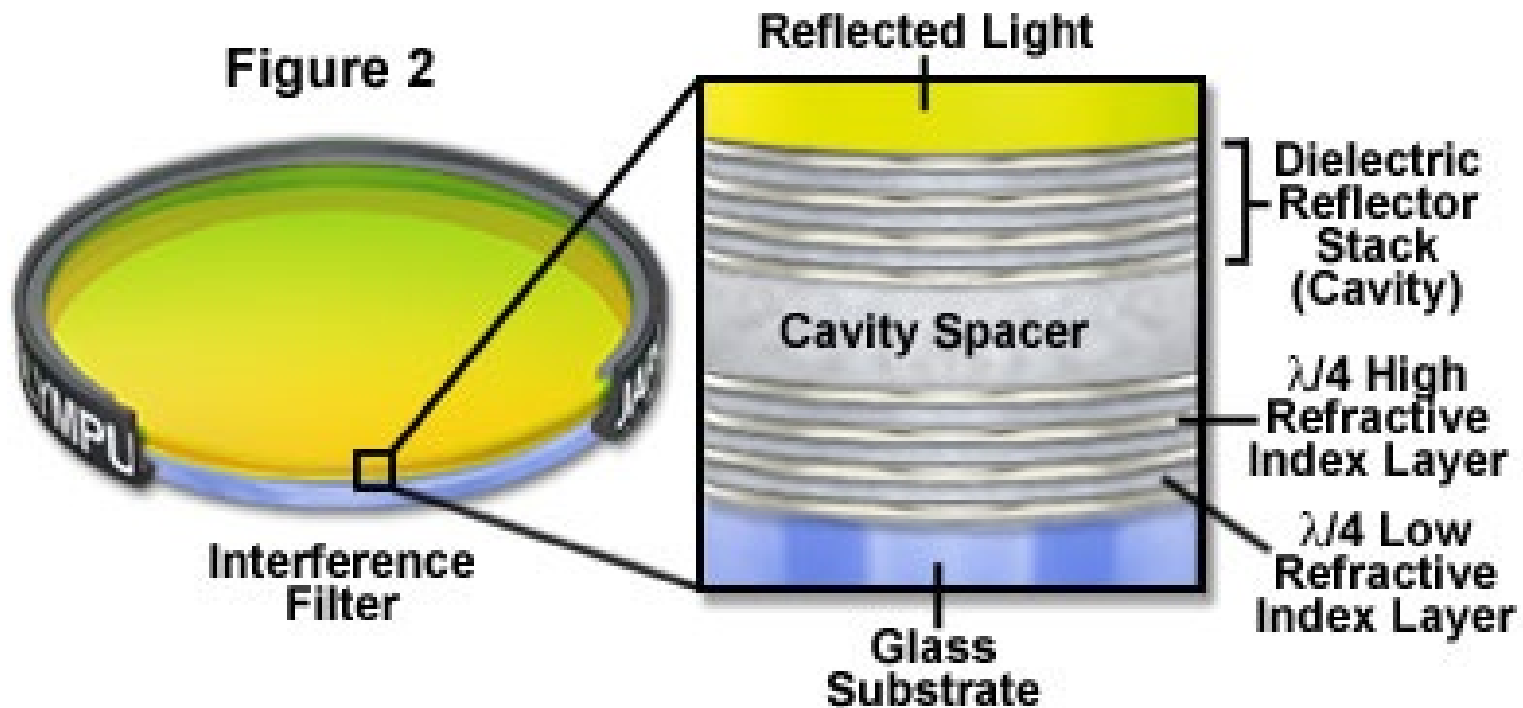
$$n=n(T)$$



Interferenzfilter

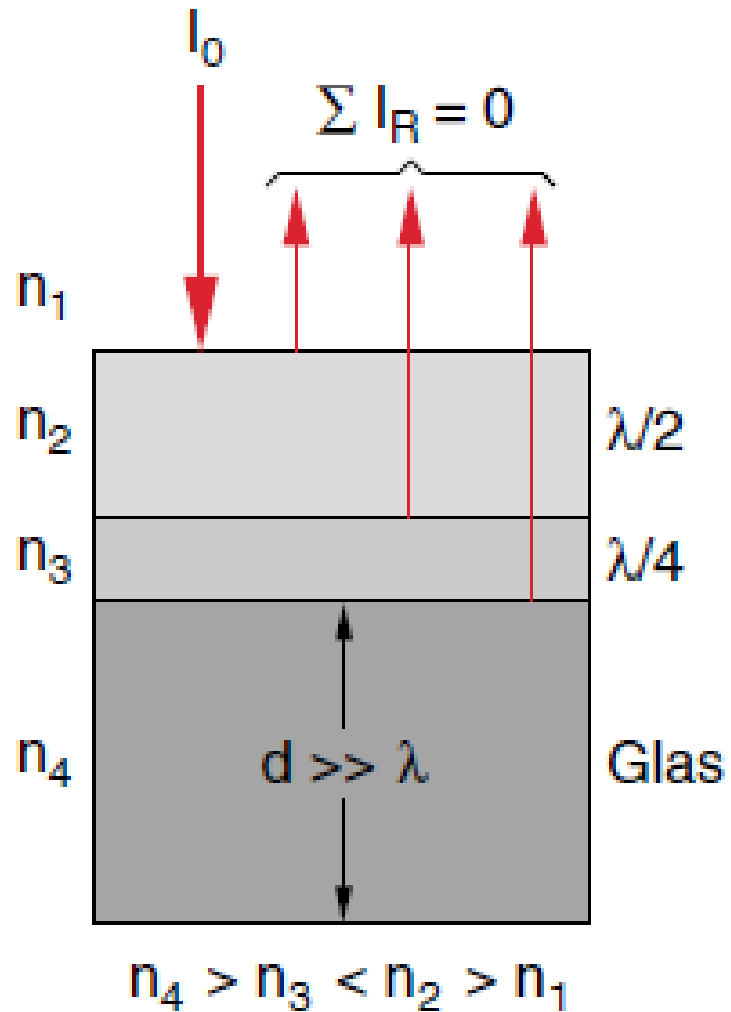
Anatomy of an Interference Filter

Figure 2



Antireflexbeschichtung

Zweifachschicht



Antireflexbeschichtung

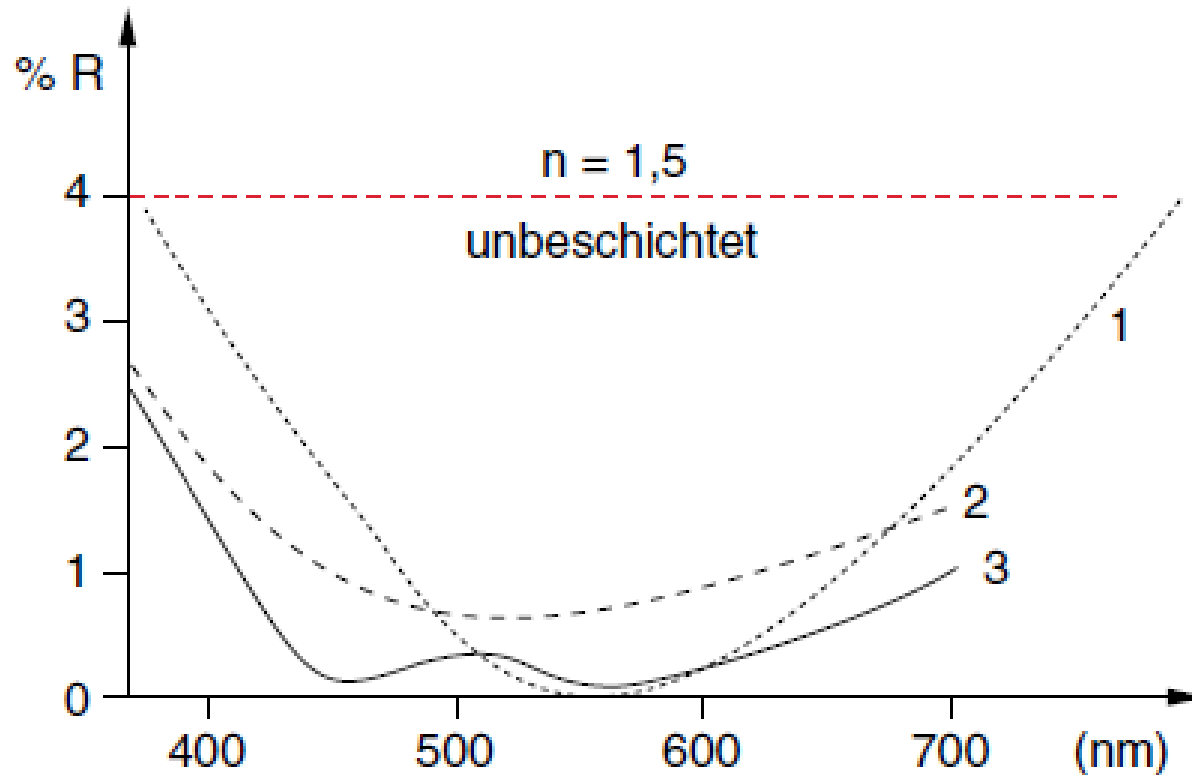


Abb. 10.31. Restreflexion bei einer einfachen Antireflexschicht (Kurve 1) im Vergleich mit unbeschichtetem Glas mit $n_2 = 1,5$. Die Kurve 2 wird durch einen Zweischiichten-Breitband-Antireflexbelag erreicht, 3 durch einen Dreischiichtenbelag