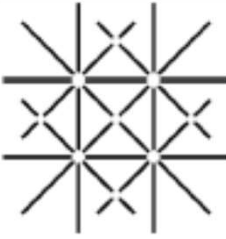


<p align="center"><b>Pharmazie</b></p>	<p align="center"><b>Pharma 1 (16940-05)</b></p> <p align="center">Nadine Leisgang</p> <p align="center">Dienstag 10:15 – 11:00 h</p> <p align="center">Hörsaal 102 Biozentrum</p> <p align="center">Nachnamen A – E</p>	<p align="center"><b>Pharma 2 (16940-09)</b></p> <p align="center">Yves Mermoud</p> <p align="center">Dienstag 10:15 – 11:00 h</p> <p align="center">Alter Hörsaal 1.22 Physik</p> <p align="center">Nachnamen F – L</p>	<p align="center"><b>Pharma 3 (16940-06)</b></p> <p align="center">Nicolas Jermann</p> <p align="center">Dienstag 11:15 – 12:00 h</p> <p align="center">Grosser Hörsaal 3.10 Physikalische Chemie</p> <p align="center">Nachnamen M – R</p>	<p align="center"><b>Pharma 4 (16940-07)</b></p> <p align="center">Olena Synhaivska</p> <p align="center">Dienstag 11:15 – 12:00 h</p> <p align="center">Alter Hörsaal 1.22 Physik</p> <p align="center">Nachnamen S - Z</p>
<p align="center"><b>Biologie und andere Studiengänge</b></p>	<p align="center"><b>Bio 1 (16940-02)</b></p> <p align="center">Mihai-Cezar Harabula</p> <p align="center">Mittwoch 13:15 – 14:00 h</p> <p align="center">Kleiner Hörsaal 4.04 Physikalische Chemie</p> <p align="center">Nachnamen A – D</p>	<p align="center"><b>Bio 2 (16940-03)</b></p> <p align="center">Christian Meier</p> <p align="center">Mittwoch 13:15 – 14:00 h</p> <p align="center">Grosser Hörsaal Organische Chemie</p> <p align="center">Nachnamen E – Ma</p>	<p align="center"><b>Bio 3 (16940-04)</b></p> <p align="center">Lukas Gubser</p> <p align="center">Mittwoch 13:15 – 14:00 h</p> <p align="center">Kleiner Hörsaal 120 Bernoullianum 32</p> <p align="center">Nachnamen Me - P</p>	<p align="center"><b>Bio 4 (16940-08)</b></p> <p align="center">Daniel Najer</p> <p align="center">Mittwoch 13:15 – 14:00 h</p> <p align="center">Grosser Hörsaal 3.10 Physikalische Chemie</p> <p align="center">Nachnamen Q – Z</p>
<p align="center"><b>Geowissenschaften</b></p>	<p align="center"><b>Geo 1 (16939-01)</b></p> <p align="center">Dominik Rohner</p> <p align="center">Mittwoch 14:15 – 16:00 h</p> <p align="center">Neuer Hörsaal 1 Physik</p> <p align="center">Nachnamen A – L</p>	<p align="center"><b>Geo 2 (16939-01)</b></p> <p align="center">Märta Tschudin</p> <p align="center">Mittwoch 17:15 – 18:45 h</p> <p align="center">Neuer Hörsaal 1 Physik</p> <p align="center">Nachnamen M – Z</p>	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p><b>Departement Physik</b> <b>Universität Basel</b></p> <p>Prof. Dr. E. Meyer Ansprechpartner: Carl Drechsel c.drechsel@unibas.ch Büro 3.04 Tel.: 061 207 37 30 <a href="http://adam.unibas.ch">http://adam.unibas.ch</a></p> </div> </div> <p align="center"><b>UNI BASEL</b></p>	

# Schriftliche Prüfung am 13. Juli 2017, 9:00-11.00

- Erlaubte Hilfsmittel:

- ein technisch-wissenschaftlicher Taschenrechner (keine Computer, d.h. ohne symbolmathematische Rechenfähigkeit), programmierbare Taschenrechner müssen vor der Prüfung von den Studenten selbst „resetted“ werden, dies wird mit Stichproben kontrolliert.
- das Vorlesungsskript mit handschriftlichen Notizen versehen
- handschriftliche Zusammenfassungen, keine kopierten Übungsblätter und Lösungen
- eine Formelsammlung
- Fremdsprachige dürfen ein Wörterbuch verwenden
- Die Benutzung von Wireless Devices führt zum Ausschluss
- Andere Hilfsmittel sind nicht erlaubt
- Wer während der Prüfung bei Verletzung einer Regel erwischt wird, wird von der Prüfung ausgeschlossen.

# III Elektrizität und Magnetismus

## 1. Elektrische Ladung

### 1.1 Phänomene

Elektrische Ladungen verursachen uns wohlbekannte Phänomene:

- Blitzschlag (= Transport von elektrischer Ladung)
- Funkenbildung zwischen verschieden geladenen Körpern
- Kraftwirkung zwischen elektrisch geladenen Körpern.

# Blitze





# Zahlen und Fakten

Temperatur 30'000 Grad Celsius

Spannungen von 100 Millionen Volt

Ströme von 20'000 Ampere

Länge: Hunderte von Metern bis einige Kilometer

Zeitdauer Bruchteile von Sekunden

Vorblitz 0.01sek Hauptblitz: 30 $\mu$ s

Nach 0.03-0.05sek erfolgt neue Entladung (Flackern)

Geschwindigkeit 30-100km/s

Erde: Täglich 1-10 Millionen Blitzeinschläge

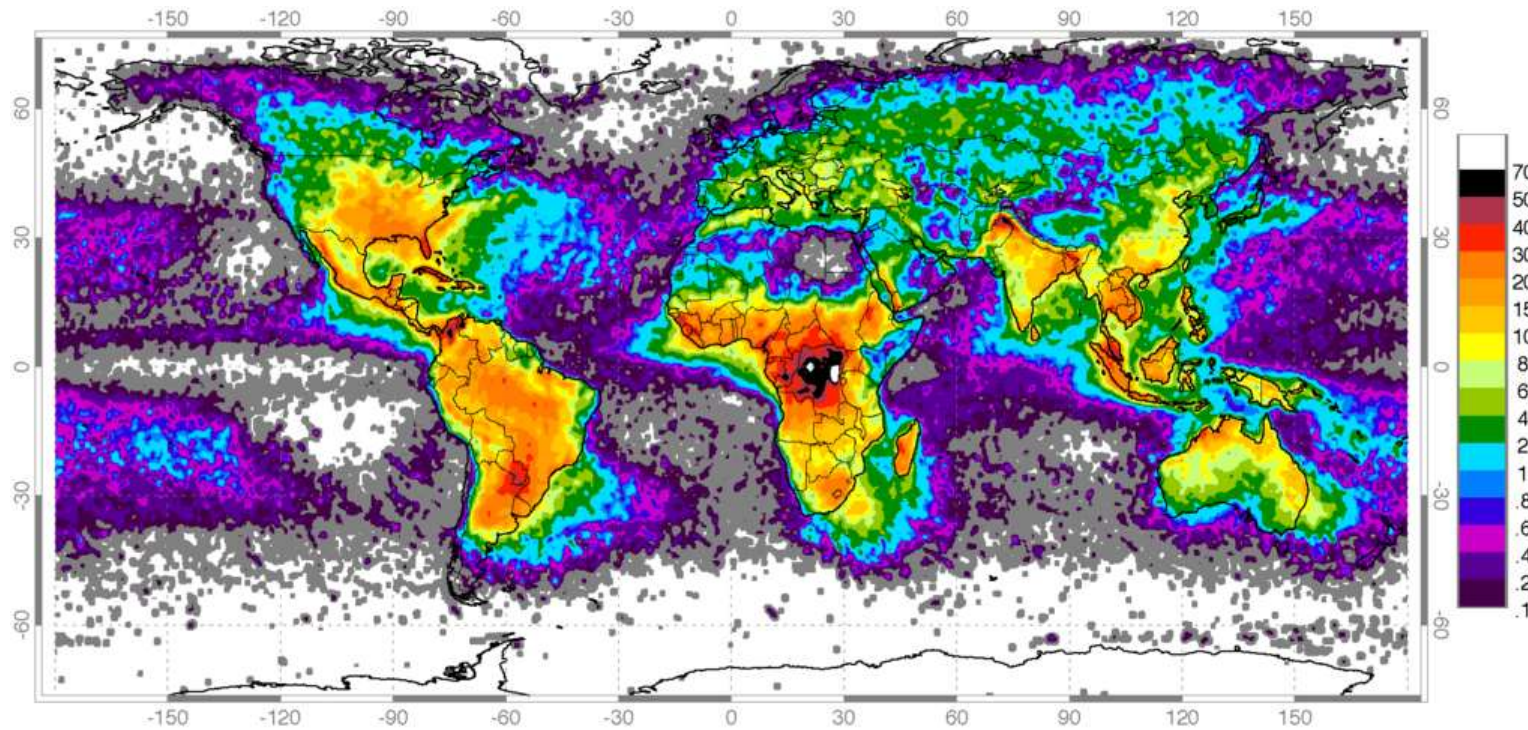
CH: 300-500 Tausend pro Jahr

D: 1-2 Millionen pro Jahr

1-10 Blitzeinschläge pro Quadratkilometer und Jahr

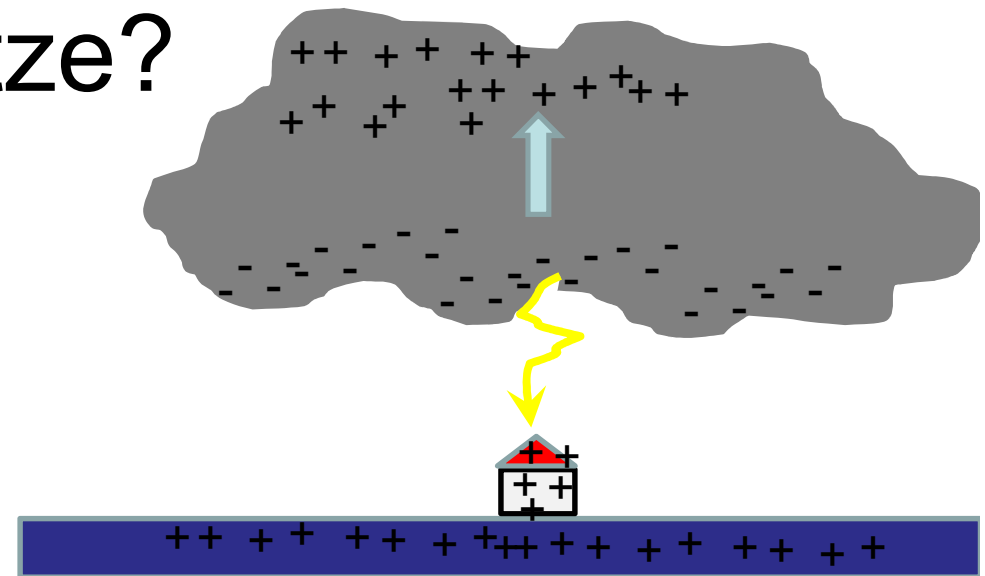


# Häufigkeit der Blitzeinschläge pro Jahr und km<sup>2</sup>



<http://www.lightningmaps.org/>

# Wie entstehen Blitze?



- 1) Thermischer Auftrieb führt zur Bewegung von Wassertropfen und Eiskristallen.
- 2) Aufgrund von Reibung kann es zur Aufladung von Eiskristallen und Wassertropfen führen.
- 3) Die Wolke wird elektrisch aufgeladen gegenüber dem Boden oder gegenüber anderen Wolken. Es entstehen Spannungsdifferenzen von Hunderten von Mega-Volt!
- 4) Dann können Blitze spontan entstehen. Es ist schwierig voraussehbar wo die Blitze entstehen bzw. wohin sie führen.
- 5) Es fließen Ströme von einigen Kilo-Ampere und es werden grosse thermische Energien freigesetzt.

# Faustregel

$$30\text{kV/cm} = 3\text{MV/m}$$

Entspricht der Durchbruchfeldstärke von Luft. Ab dieser Feldstärke wird die Luft ionisiert.

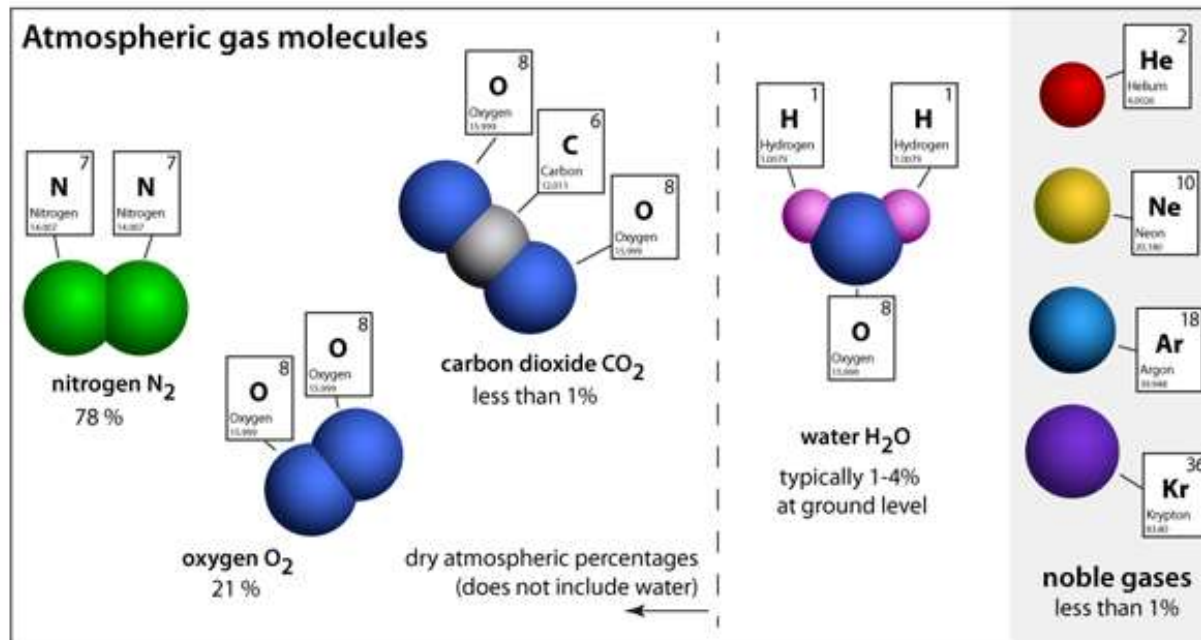
Beobachten wir einen Blitz von 10cm so entspricht das etwas einer Spannung von 300kV

Eine Blitzlänge von 100m entspricht ca. 300MV

Exp: Funkeninduktor

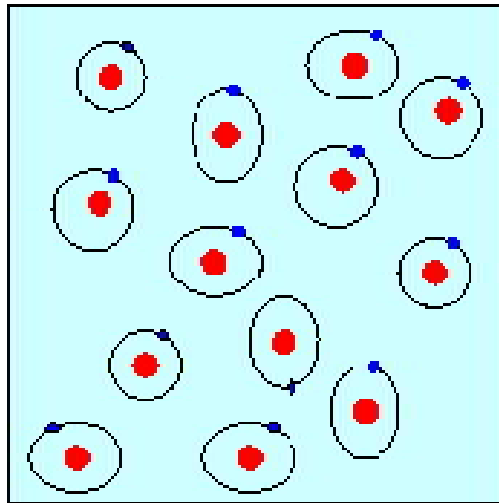


# Wie kann Luft elektrischen Strom leiten?

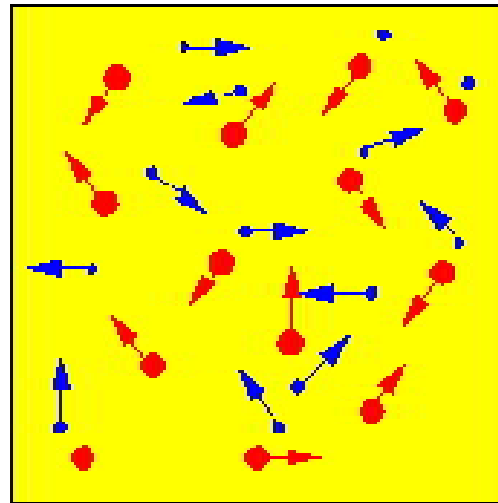


# Gas vs. Plasma

Gas

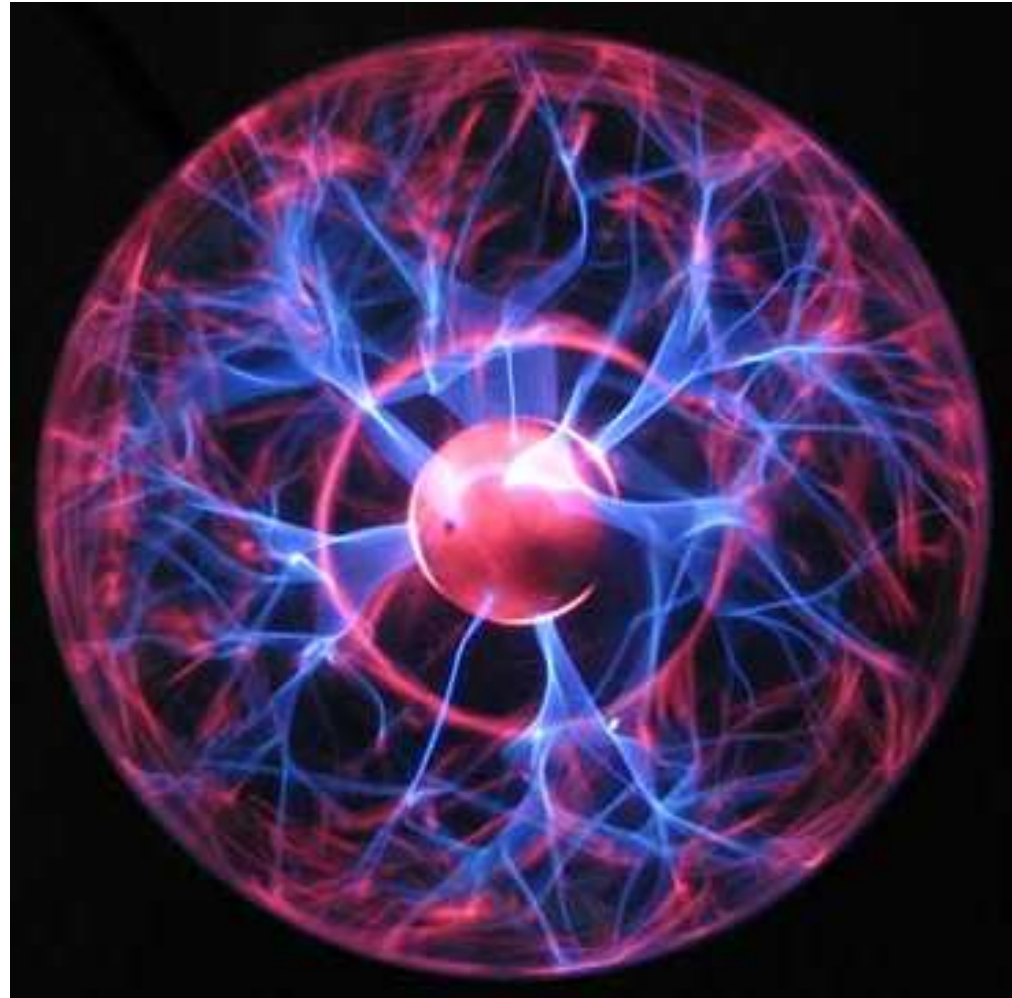


Plasma



Elektronen und Kerne sind getrennt und bilden ein Medium, welches elektrischen Strom leiten kann.

# Plasmalampe



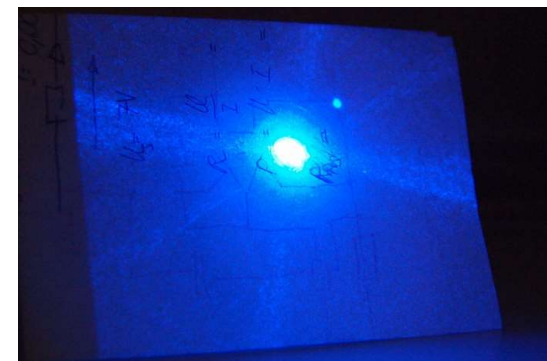
# Polarlichter





# Anwendungen von Funken und Blitzen

Zündkerze  
Stickstofflaser  
Überspannungsableiter  
Feinstaubfilterung  
Reibungselektrizität



Die Kraftwirkung kann anziehend oder abstossend sein.

Es existieren zwei Arten von Ladung:

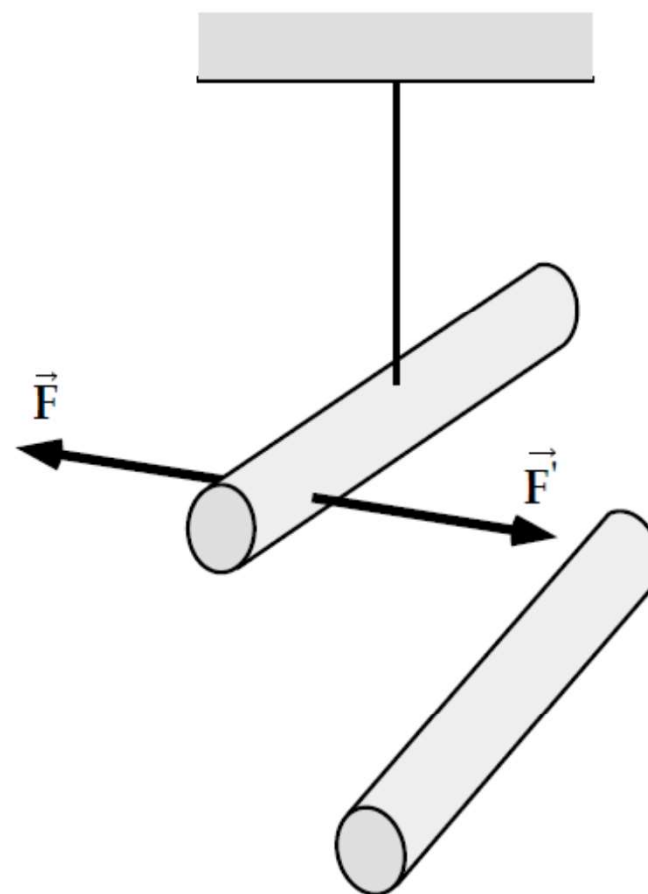
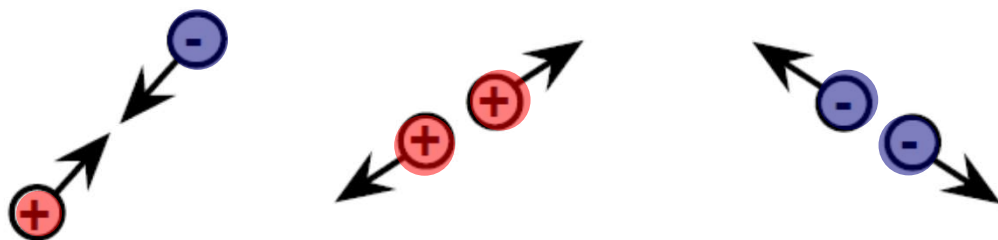
+ positive Ladung

- negative Ladung

Das Experiment zeigt:

gleichartige Ladungen stossen sich ab

ungleiche Ladungen ziehen sich an



Exp: Kraftwirkung und Goldblatt-Elektrometer

## 1.2 Die elektrische Ladung $q$

Die elektrische Ladung ist an Materie gebunden.

Die kleinste in der Natur vorkommende Ladung ist die **Elementarladung  $e$** .

Die geladenen Elementarteilchen tragen die Ladung  $+e$  oder  $-e$  :

Teilchen	Ladung
Elektron	$-e$
Proton	$+e$
Positron	$+e$
$\pi$ -Mesonen	$+e, -e, 0$
Neutron	$0$

Das Elektron wurde 1897 durch Joseph Thomson (1856-1940) entdeckt.

Jede in der Natur vorkommende Ladung  $q$  setzt sich zusammen aus einer Zahl  $n$  von Elementarladungen, d. h. die Ladung ist **quantisiert**.

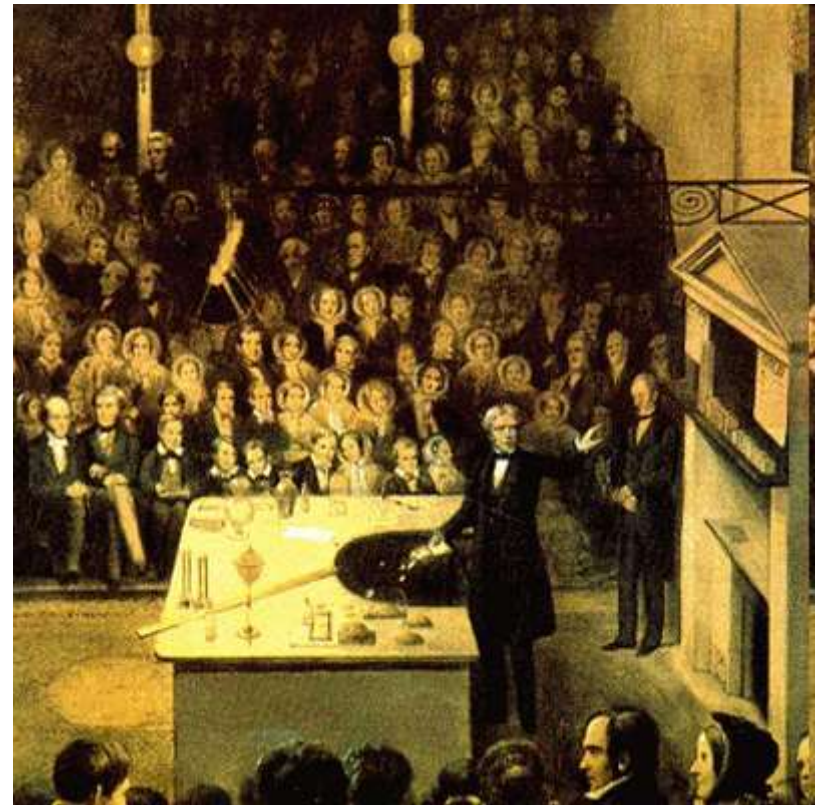
$$q = n \cdot e$$

Positive und negative Ladungen können sich in ihrer Wirkung kompensieren. So wirkt z.B. ein Atom von aussen als **elektrisch neutral**. Die  $Z$  Protonen im Kern mit der positiven Ladung  $+Z \cdot e$  werden kompensiert (oder abgeschirmt) durch die negative Ladung  $-Z \cdot e$  der Elektronen.

Die elektrische Ladung ist eine **Erhaltungsgrösse**, d. h. in einem abgeschlossenen System ist die Summe der elektrischen Ladung konstant.



# Michael Faraday (1791-1867)



# James Clerk Maxwell (1831-1879)



O.T. R.V. ATOME?  $\iint \text{plane } dS$  was done in the most general form in 1867. I have now lagged  $\mathcal{E}$  &  $\mathcal{H}$  from  $T$  &  $T'$  and done the numerical value of  $\iint (Y_i^{(s)})^2 dS$  in 4 lines. Thus verifying  $T+T'$  value of  $\iint (D_i^{(s)})^2 dS$ . Your plan seems indept of  $T+T'$  or of me. Publish! I am busy supplying the physical necessities of scientific life within 11 Servage Terrace, Cambridge. Prooves have got ad  $\mathcal{E}$  as grooves, corrugated plates, gratings and rings. If you have time for criticism then

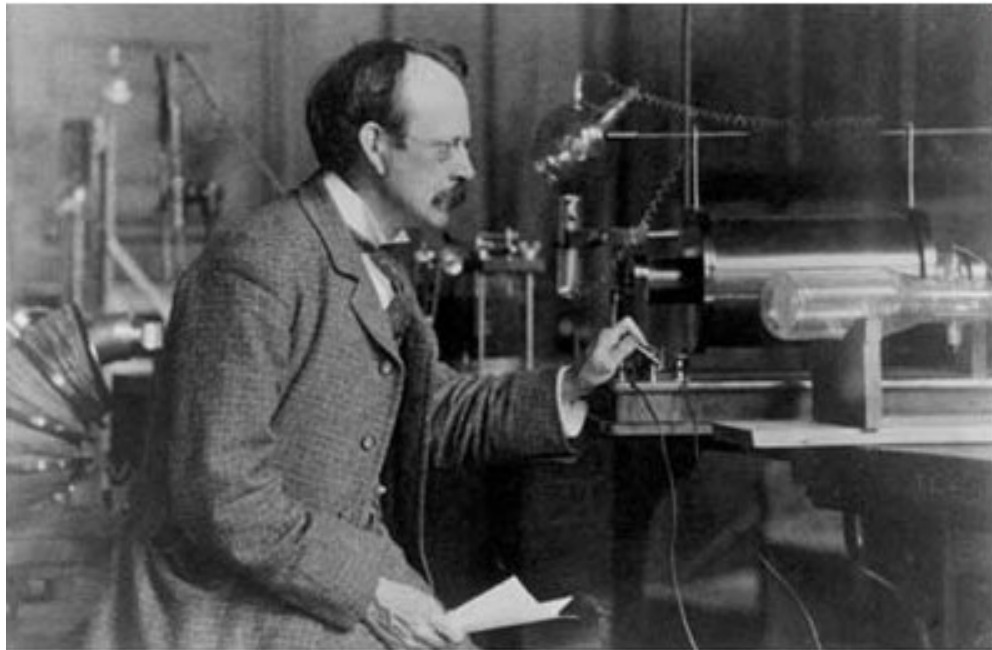
EDMUND  
MAY 1871

$$\iint (Y_i^{(s)})^2 dS = \frac{8\pi a^2}{2i+1} \frac{Li+S}{2^s Li} \frac{Li-S}{Li}$$

except when  $S=0$  when  $\iint (Q_i^{(s)})^2 dS = \frac{4\pi a^2}{2i+1}$

Hence  $\int_{-1}^{+1} (D_i^{(s)})^2 dp = \frac{2}{2i+1} \frac{2^s Li-S}{Li+S} \frac{Li-S}{Li}$  without exception you  $\frac{d^2}{ds}$

# Joseph Thomson (1856-1940)



Untersuchung von Kathodenstrahlen führen zur Entdeckung des Elektrons

## Einheit der Ladung $q$

1 Coulomb = 1 C = 1 Ampere · 1 Sekunde

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$$

(Ampere und Sekunde sind SI Basiseinheiten)

Grösse der Elementarladung :

$$1 e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Die Ladung von 1 C wird somit von  $\frac{1}{1.602 \cdot 10^{-19}} = 6.24 \cdot 10^{18}$  Elektronen gebildet.

Exp: Ladung schöpfen



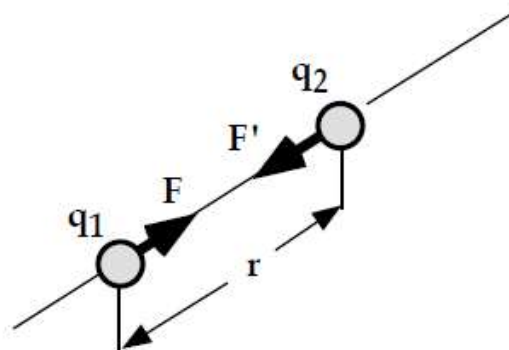
## 2. Das Coulombsche Kraftgesetz

Die Kraftwirkung zwischen elektrischen Ladungen wurde von Coulomb mit einer Torsionswaage untersucht. Der quantitative Zusammenhang zwischen der Kraft  $F$  und den punktförmigen Ladungen  $q_1$  und  $q_2$  im Abstand  $r$  lautet

$$F = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

Coulombsches Gesetz

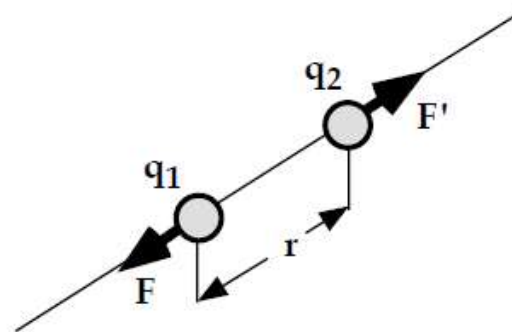
(Charles Auguste Coulomb, 1736-1806)



$$q_1 \cdot q_2 < 0$$

$q_1$  und  $q_2$  haben verschiedene Vorzeichen

$\epsilon_0$ : elektrische Feldkonstante

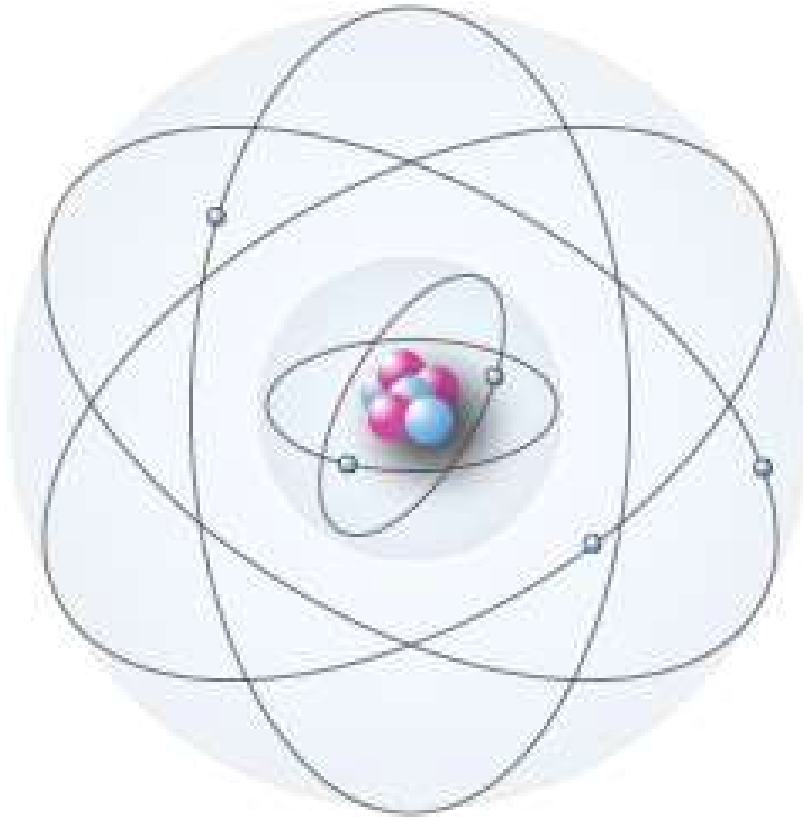


$$q_1 \cdot q_2 > 0$$

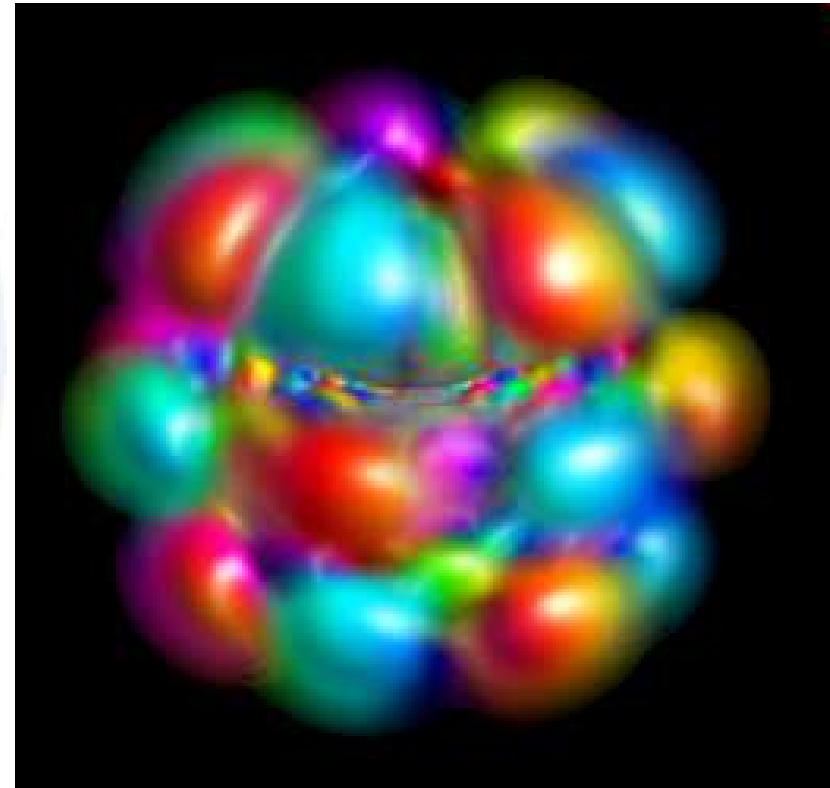
$q_1$  und  $q_2$  haben gleiche Vorzeichen

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^3}$$

# Das Atommodell



Altes Bild mit Orbitalen

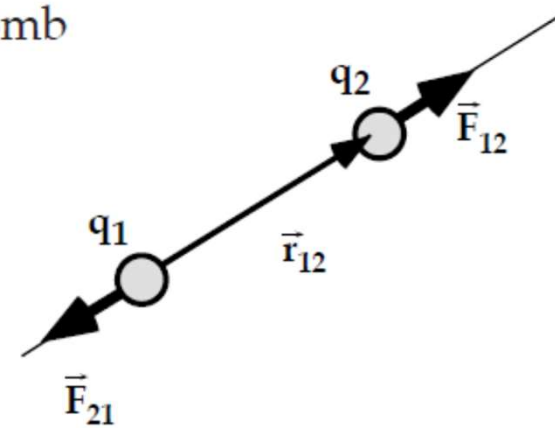


Modernes Bild mit Wellenfunktion

Grösse: Bohrscher Radius  $0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Vektorielle Schreibweise des Gesetzes von Coulomb

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}_{12}$$



Exp: Kräfte auf Ladungen mit Styropor-Kugeln

## Größenvergleiche

- Zwei Elektronen im Abstand von 1 cm

Gravitationskraft  $F_G = \gamma \frac{m_e^2}{r^2} = 5.5 \cdot 10^{-67} \text{ N}$

Coulombkraft  $F = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = 2.3 \cdot 10^{-24} \text{ N}$

$$\frac{F}{F_G} = 4.2 \cdot 10^{42} !$$

- Kraftverhältnis zwischen zwei Ladungen von je 1 C im Abstand von 1 cm :

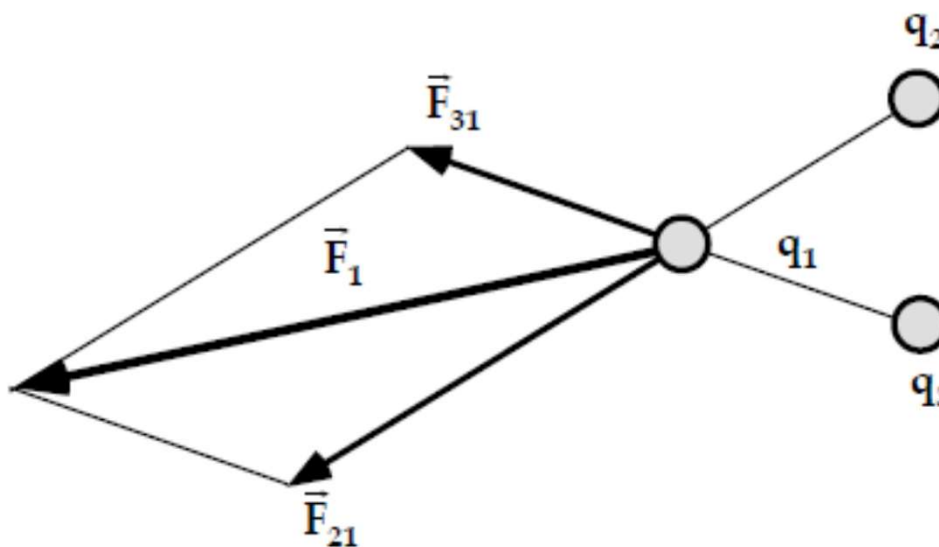
$$F = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{1 \cdot 1}{0.01^2} = 9.0 \cdot 10^{13} \text{ N}$$

was dem Gewicht einer Masse von rund  $10^{13}$  kg auf der Erde entspricht.

## Coulombkräfte zwischen mehr als zwei punktförmigen Ladungen

Coulombkräfte sind wie Gravitationskräfte additiv. Die gesamte Coulombkraft  $\vec{F}_1$  auf eine Ladung  $q_1$  ergibt sich aus der Vektorsumme der Teilkräfte  $\vec{F}_{i1}$ :

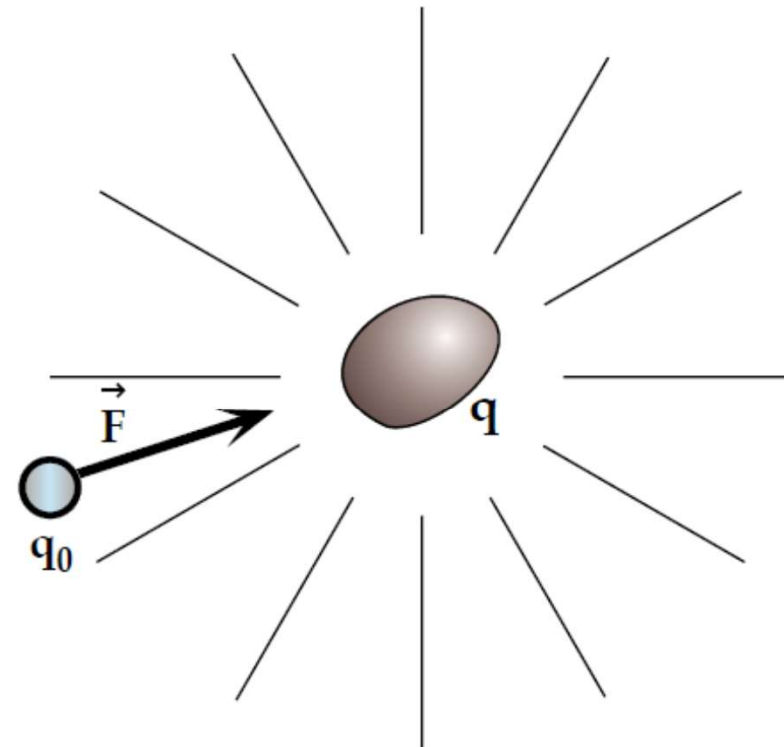
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \dots$$



## 3. Das elektrische Feld

### 3.1 Die elektrische Feldstärke

Der Raum um eine Ladung  $q$  wird durch die Anwesenheit der Ladung verändert. Das zeigt sich darin, dass auf eine Probeladung  $q_0$  eine Kraft  $\vec{F}$  ausgeübt wird.





Definition des elektrischen Feldes E :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Einheit von E:  $1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^3\cdot\text{A}}$

In Kapitel 4 werden wir sehen, dass die Einheit von E auch in **Volt/Meter** angegeben werden kann.

Die **Feldlinien** des elektrischen Feldes erhält man indem man für eine grosse Zahl von Punkten im Raum die Richtung des  $\vec{E}$ -Feldes bestimmt. Die  $\vec{E}$ -Vektoren bilden dann Tangenten an die Feldlinien.

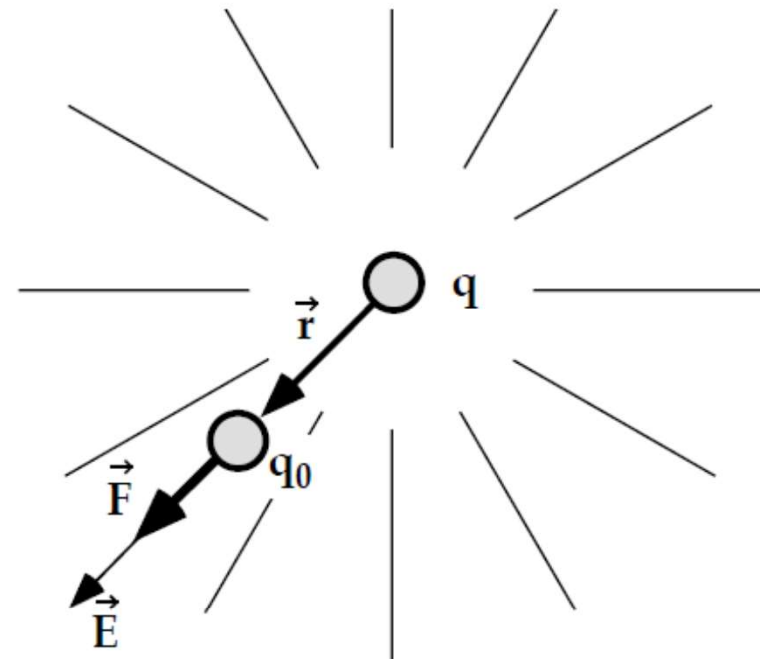
## 3.2 Berechnung des E-Feldes

Für eine **Punktladung**  $q$  ergibt sich

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q q_0}{q_0 r^2}$$

$$E(r) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Die Feldlinien verlaufen radial und sind für  $q > 0$  nach aussen gerichtet.

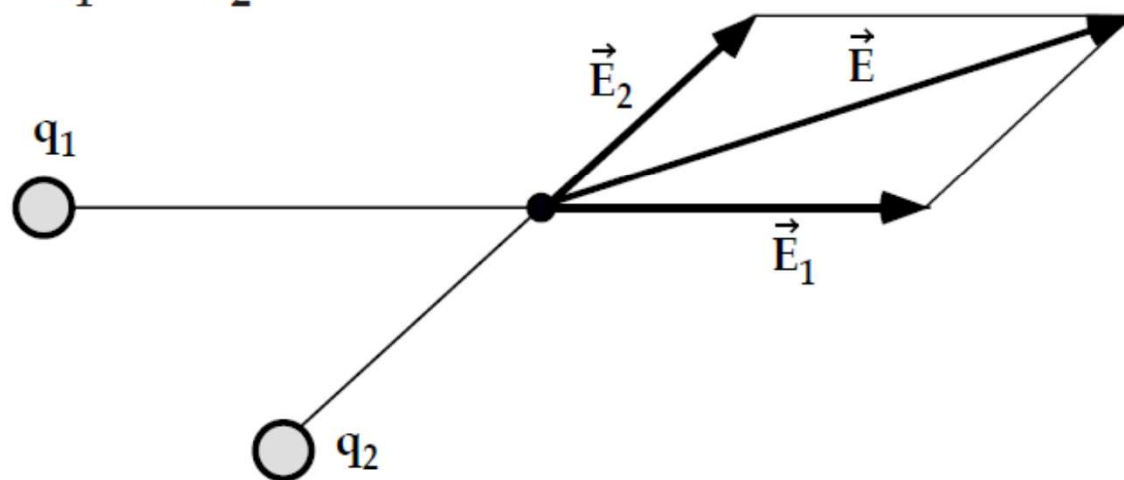


Im Falle von mehreren Ladungen ergibt sich die gesamte Feldstärke  $\vec{E}$  als die Vektorsumme der von den einzelnen Ladungen verursachten Teilfeldstärken  $\vec{E}_i$ .

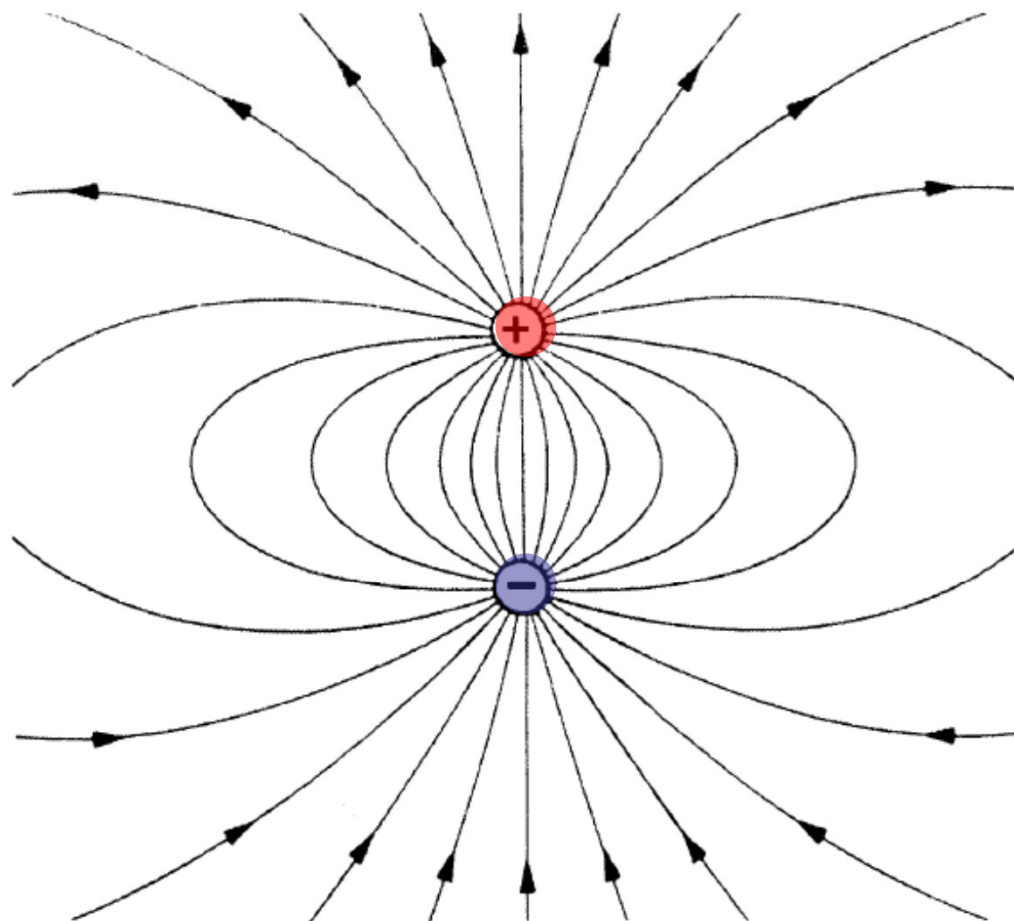
Exp: E-Feld einer Punktladung

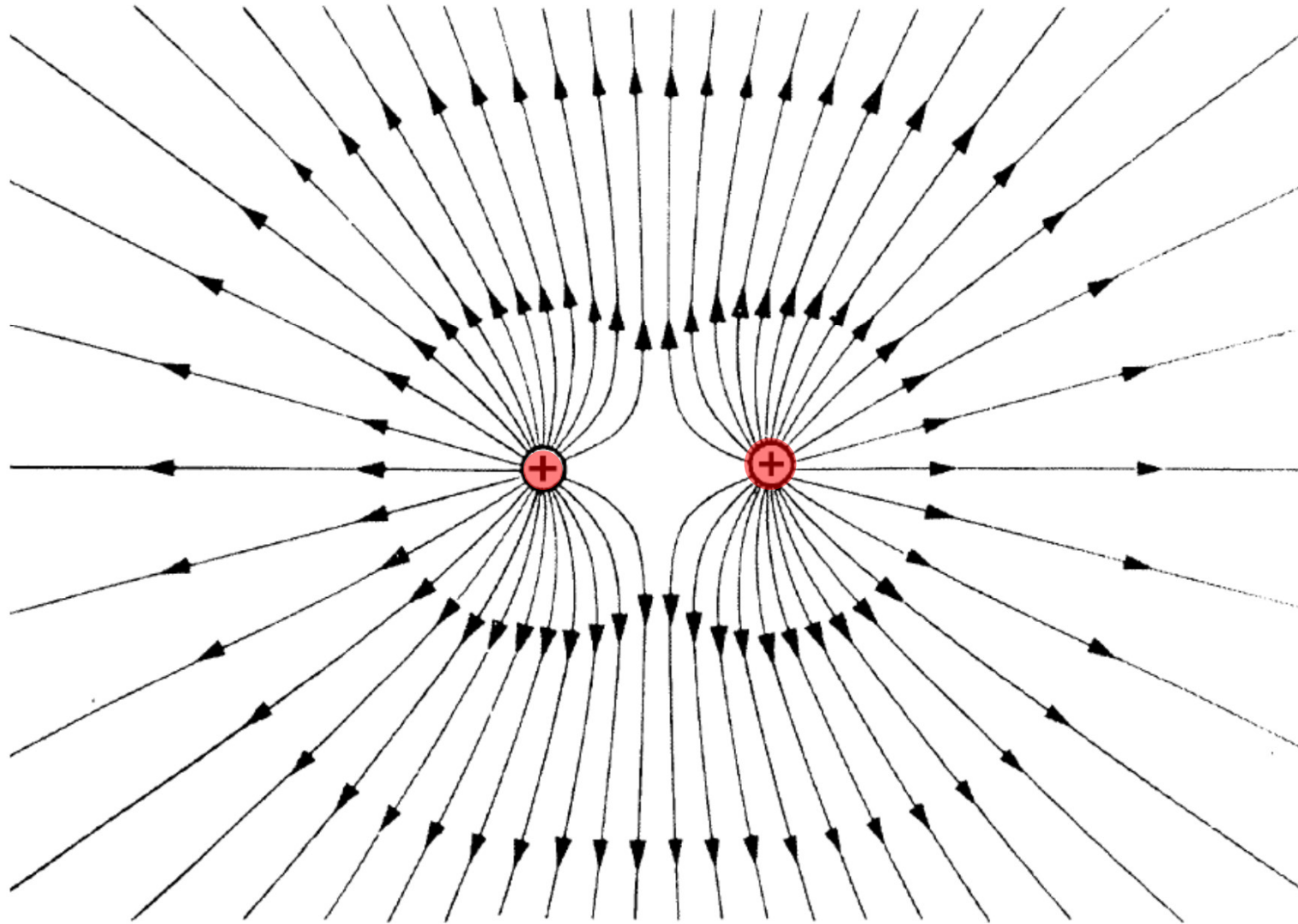
*Beispiel:*

2 Ladungen  $q_1$  und  $q_2$



Feldlinienbilder zweier Ladungspaare:  $(+q, -q)$  und  $(+q, +q)$

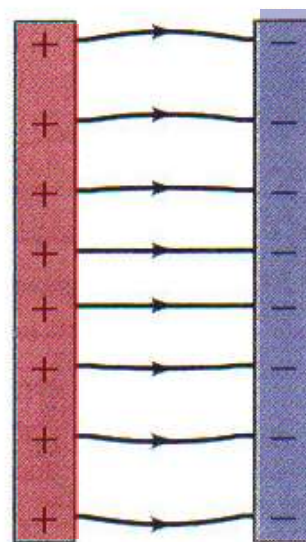
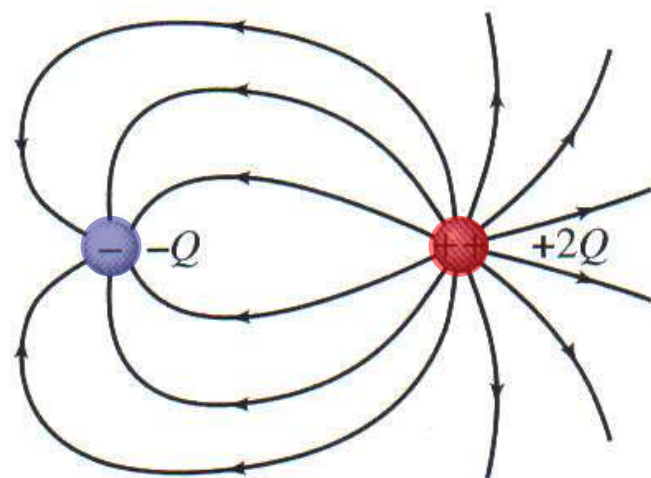
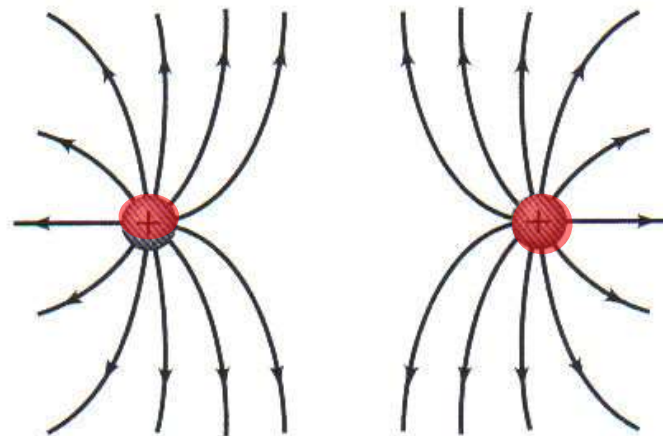
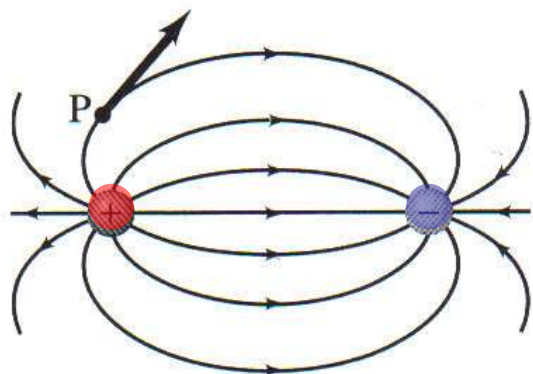




E-Felder: 2 Punktladungen, Plattenkondensator, Haus-Wolke



# Feldlinienbilder



### 3.3 Elektrische Dipole

Ein elektrischer Dipol besteht aus einem Ladungspaar  $(+q, -q)$  im Abstand  $\vec{a}$

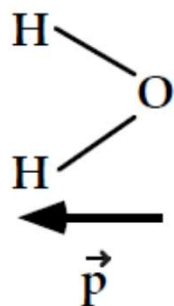
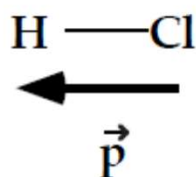
Definition des Dipolmoments  $\vec{p}$

$$\vec{p} = q \cdot \vec{a}$$

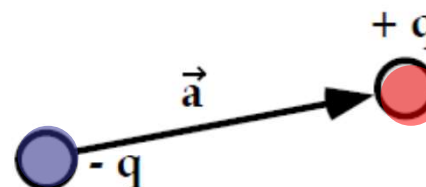
Einheit von  $\vec{p}$  :  $1 \text{ C} \cdot \text{m}$

Dipolmomente spielen eine wichtige Rolle bei Molekülen.

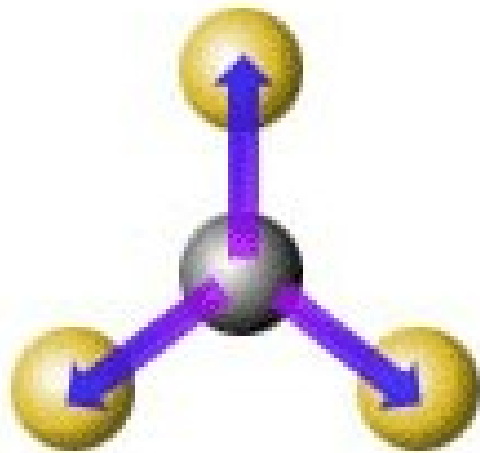
Beispiele:



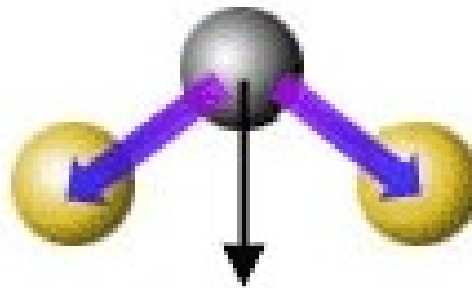
Anmerkung: in der Chemie wird das Dipolmoment mit dem entgegengesetzten Vorzeichen versehen



## Dipolmoment und Molekülgeometrie



Dipolmoment = 0  
(CH<sub>4</sub>, CF<sub>4</sub>)



Dipolmoment >0  
(H<sub>2</sub>O = 1,85)



Dipolmoment = 0  
(CO<sub>2</sub>)

1 Debye =  $3.335 \cdot 10^{-30}$  Cm

H<sub>2</sub>O: 1.85D

HCl: 1.08D

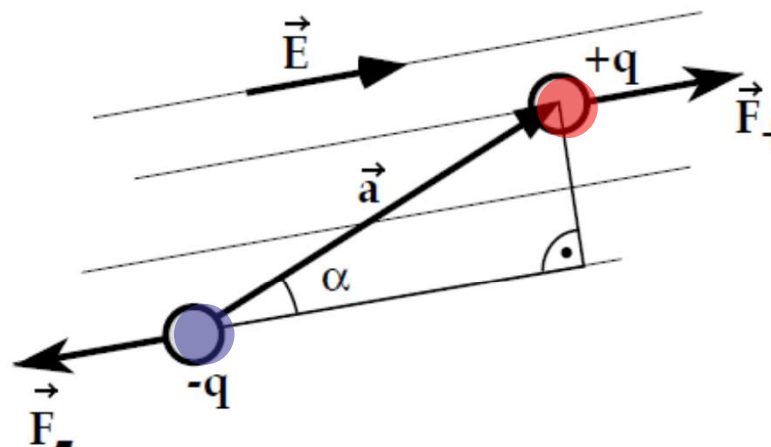
## Elektrische Dipole im homogenen elektrischen Feld

Auf einen Dipol  $\vec{p}$  in einem homogenen elektrischen Feld  $\vec{E}$  wirkt ein Drehmoment  $\vec{M}$

$$\begin{aligned} |\vec{M}| &= |\vec{F}| \cdot |\vec{a}| \sin \alpha \\ &= q |\vec{E}| \cdot |\vec{a}| \sin \alpha \\ |\vec{M}| &= |\vec{p}| \cdot |\vec{E}| \sin \alpha \end{aligned}$$

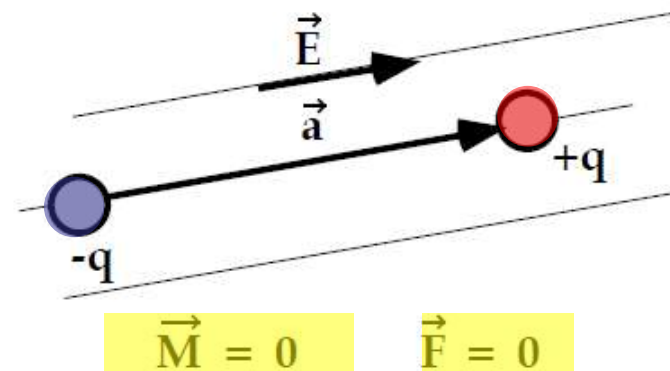
oder

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$$



## Ausrichtung des Dipols im homogenen Feld

Falls  $\vec{a} \parallel \vec{E}$  wird  $\vec{M} = 0$ ,  
 was der stabilen Lage des Dipols  
 entspricht (minimale potentielle Energie).  
 Ebenso ist die resultierende Kraft auf  
 den Dipol null.

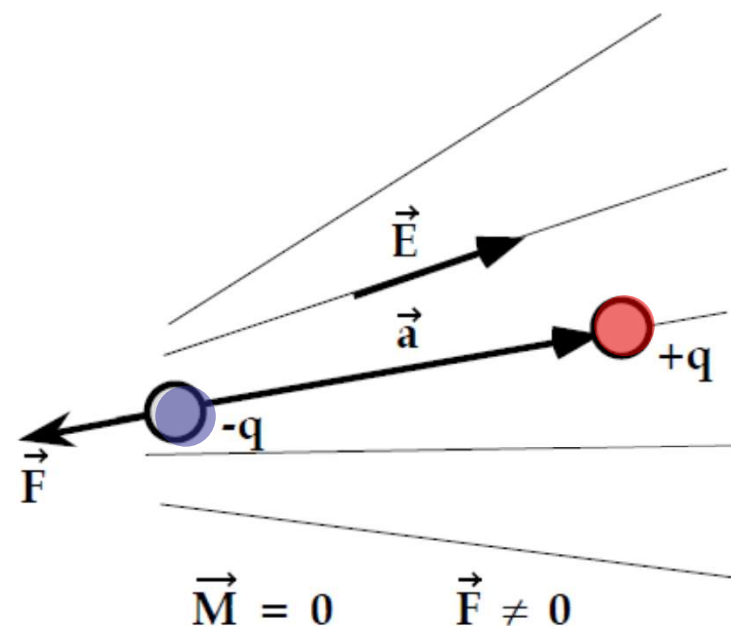


Exp: Dipol (Pfeil) im Plattenkondensator



## Der elektrische Dipol im inhomogenen Feld

Selbst wenn der Dipol  $\vec{p}$  parallel zu den  $\vec{E}$ -Feldlinien ausgerichtet ist, wirkt eine resultierende Kraft, da sich die Teilkräfte auf die beiden Ladungen nicht aufheben. Der Dipol wird in Richtung grösserer E-Feldstärke gezogen.



Exp: Papierschnitzel, Wasserstrahl

### 3.4 Der Satz von Gauss

Der Zusammenhang zwischen elektrischer Feldstärke und der Ladung  $q$  kann mathematisch auf ganz andere Weise dargestellt werden :

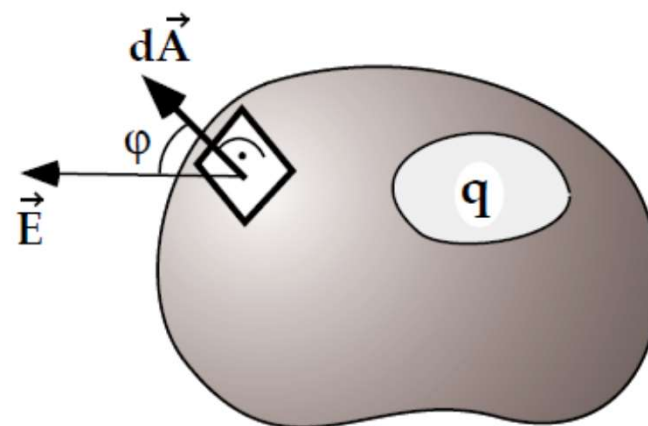
$$\oint_A \vec{E} \, d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

Satz von Gauss (Carl Friedrich Gauss , 1777 - 1855)

$\oint_A \vec{E} \, d\vec{A} = \Phi$  ist der Fluss des elektrischen Feldes durch eine geschlossene Fläche  $A$  und  $q$  ist die gesamte Ladung innerhalb von  $A$ .

$d\vec{A}$  : nach aussen gerichteter  
Normalvektor auf Flächenelement  $dA$

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot dA \cdot \cos\varphi$$



**Beispiel :**

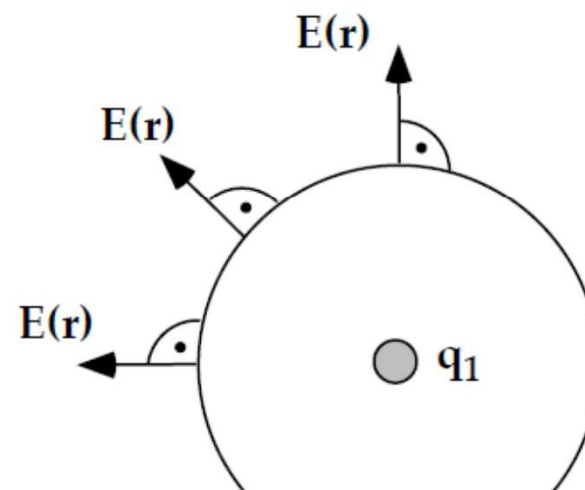
Punktladung  $q_1$ , wir wählen als geschlossene Fläche die Kugel mit Radius  $r$

Satz von Gauss :

$$\oint_A \vec{E} \, d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} q_1$$

$$E(r) \cdot 4 \pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} q_1$$

$$E(r) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q_1}{r^2}$$



für die Kraft auf eine Ladung  $q_2$  im Abstand  $r$  von  $q_1$  erhält man dann

$$F = E \cdot q_2 = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

was mit dem Gesetz von Coulomb identisch ist.

## Anwendung des Satzes von Gauss

### Ort der Ladung auf einem metallischen Leiter

Der metallische Leiter verfügt über frei bewegliche Ladungen, die Elektronen.

Im Gleichgewicht gilt im Inneren des Leiters

$$\vec{E}_{\text{innen}} = 0$$

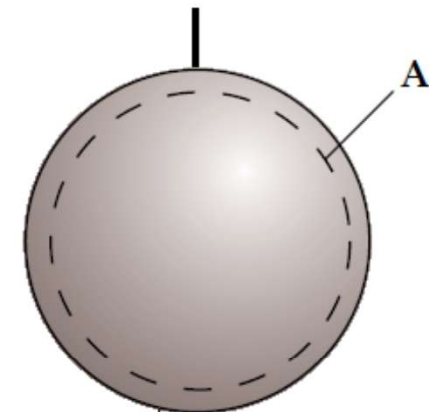
(Falls  $\vec{E}_{\text{innen}} \neq 0$ , so würde solange eine Ladungsverschiebung stattfinden bis

$\vec{E}_{\text{innen}} = 0$  erreicht ist)

Falls wir nun eine Gaussche Fläche A direkt unter der Oberfläche wählen, gilt

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

da  $E_{\text{innen}} = 0$ . Somit muss  $q_{\text{innen}} = 0$  sein.

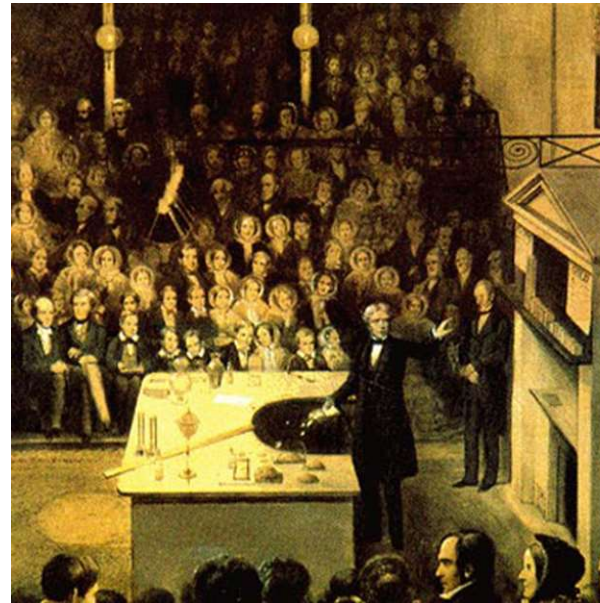


mit der Ladung  $q$   
geladenes Metallstück

Daraus folgt, dass eine überschüssige Ladung auf der Oberfläche lokalisiert sein muss.



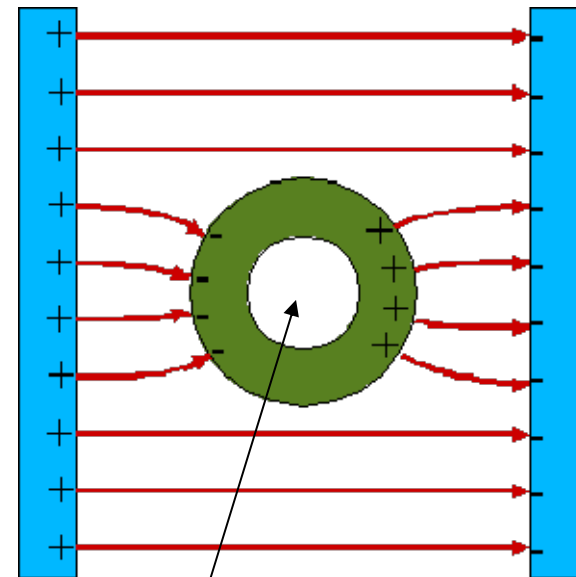
# Faraday-Käfig



Exp: Faraday-Käfig

Michael Faraday (1791-1867)

# Faraday-Käfig

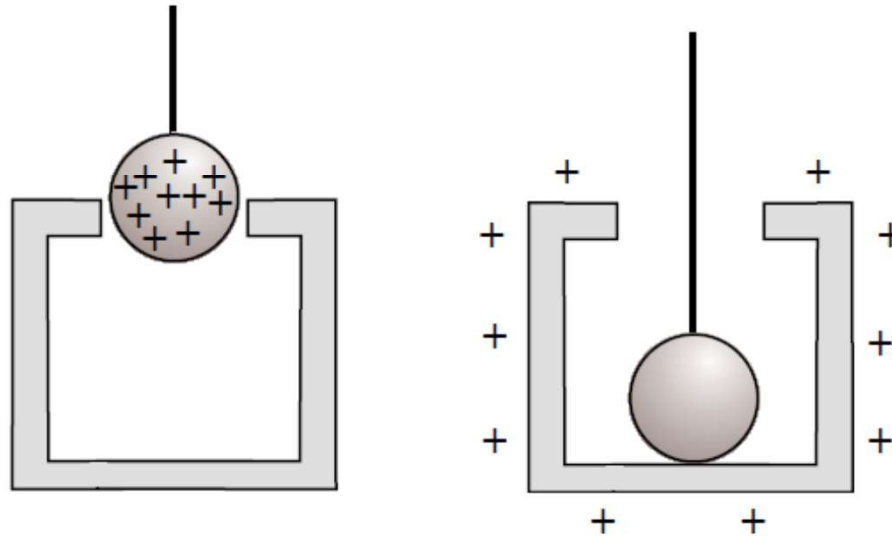


$$E_{\text{innen}} = 0$$





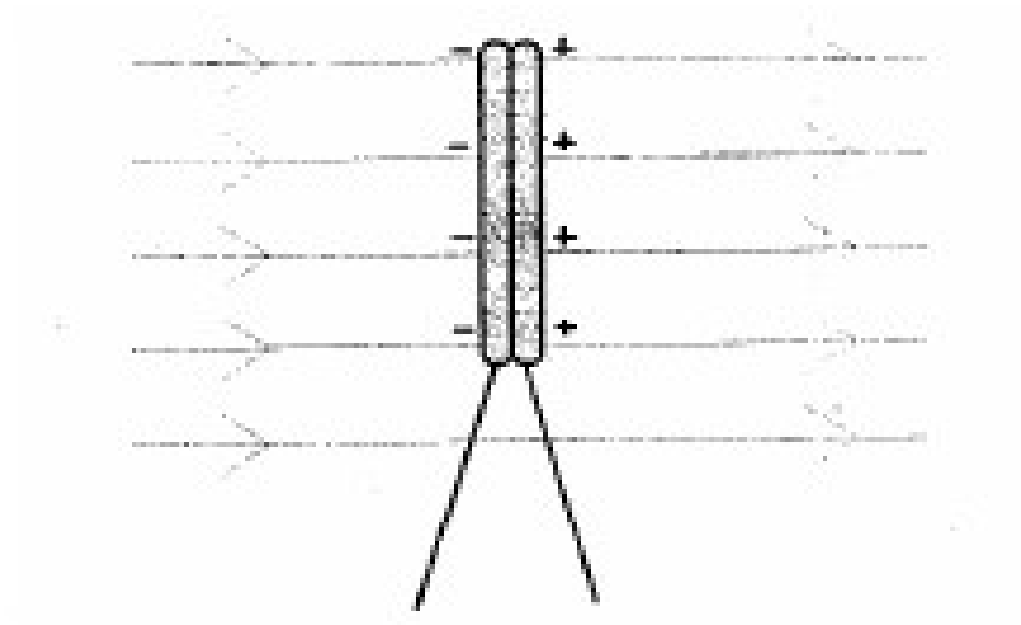
Ein einfaches Experiment bestätigt dieses Phänomen:



Die anfänglich geladene Kugel überträgt die Ladung auf die Aussenfläche des Gefässes und ist dann ungeladen.

Exp: Mie 'sche Platten

# Mie'sche Platten



Influenz erzeugt Ladungen, damit  $E_{\text{innen}}=0$

## 4.1 Definition des elektrischen Potentials

Um eine Ladung  $q$  in einem elektrischen Feld zu verschieben, müssen wir gegen die Coulombkraft  $F_C$  Arbeit verrichten. Diese Arbeit berechnet sich nach

$$dW = -\vec{F}_C \cdot d\vec{s} = -q \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

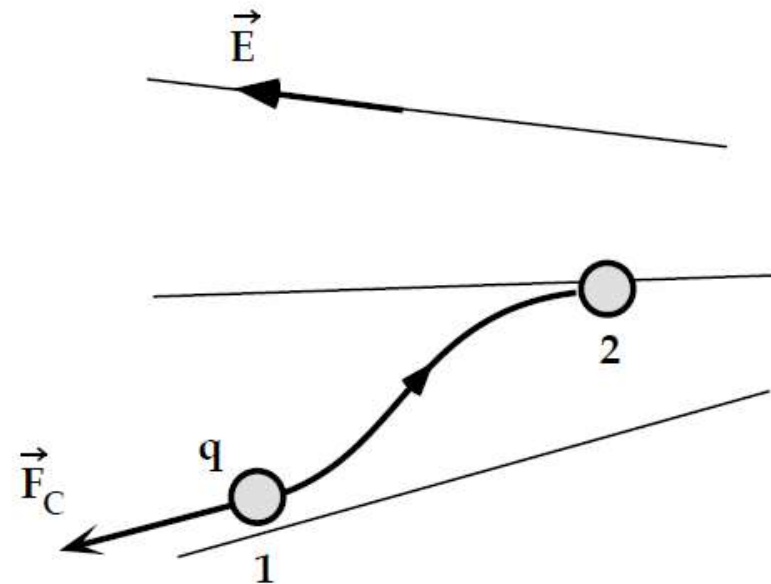
Das elektrische Potential  $U$  definieren wir durch

$$dU = \frac{dW}{q} = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Verschieben wir die Ladung von 1 nach 2 so gilt

$$U_{12} = \frac{\Delta W_{12}}{q}$$

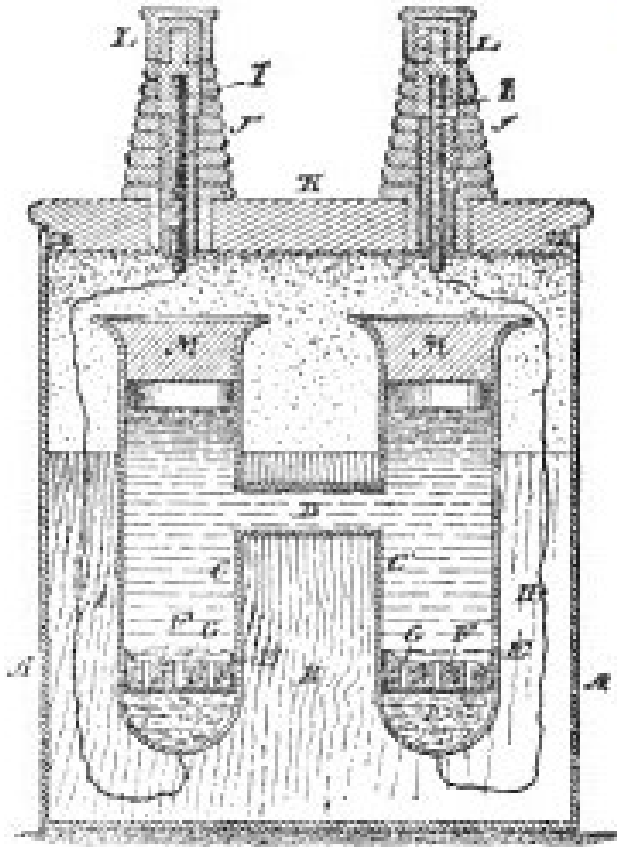
Die Potentialdifferenz zwischen den Punkten 1 und 2 bezeichnen wir als **elektrische Spannung**.



Einheit: 1 Joule/Coulomb = 1 Volt = 1 V

$U$  ist eine skalare Größe

# Weston Normalelement

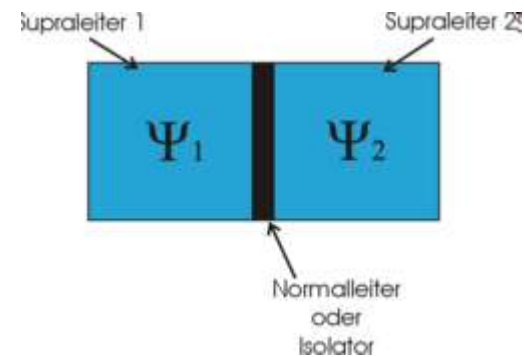


Hg-Sulfat/Cd-Amalgam  
Flüssigkeit: Kadmiumsulfat

1893 Edward Weston

Ergibt Spannung  
von 1.01865V

Seit 1990 durch  
Josephson-Effekt festgelegt



$$f = \frac{2 \cdot e \cdot U}{h}$$

Exp: Normalelement, Spannungen sind additiv

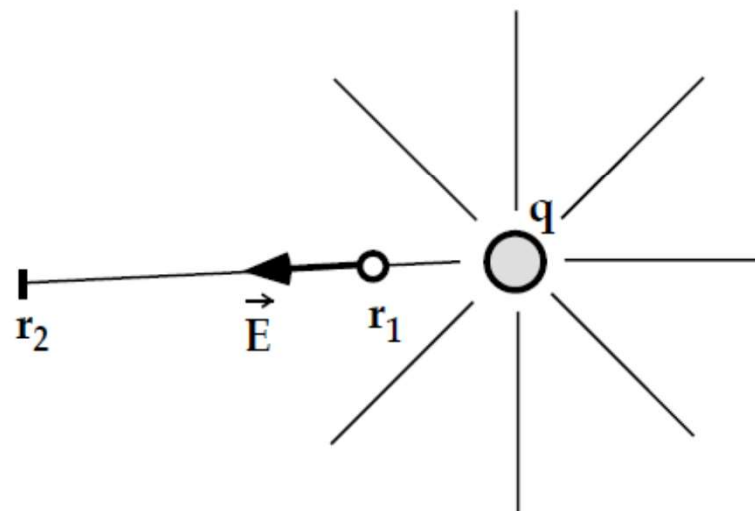


## 4.2 Das Potential einer Punktladung $q$

$$\int_{r_1}^{r_2} dU = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \, d\vec{s}$$

$$U(r_2) - U(r_1) = - \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} q \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr$$

$$U(r_2) - U(r_1) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} q \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

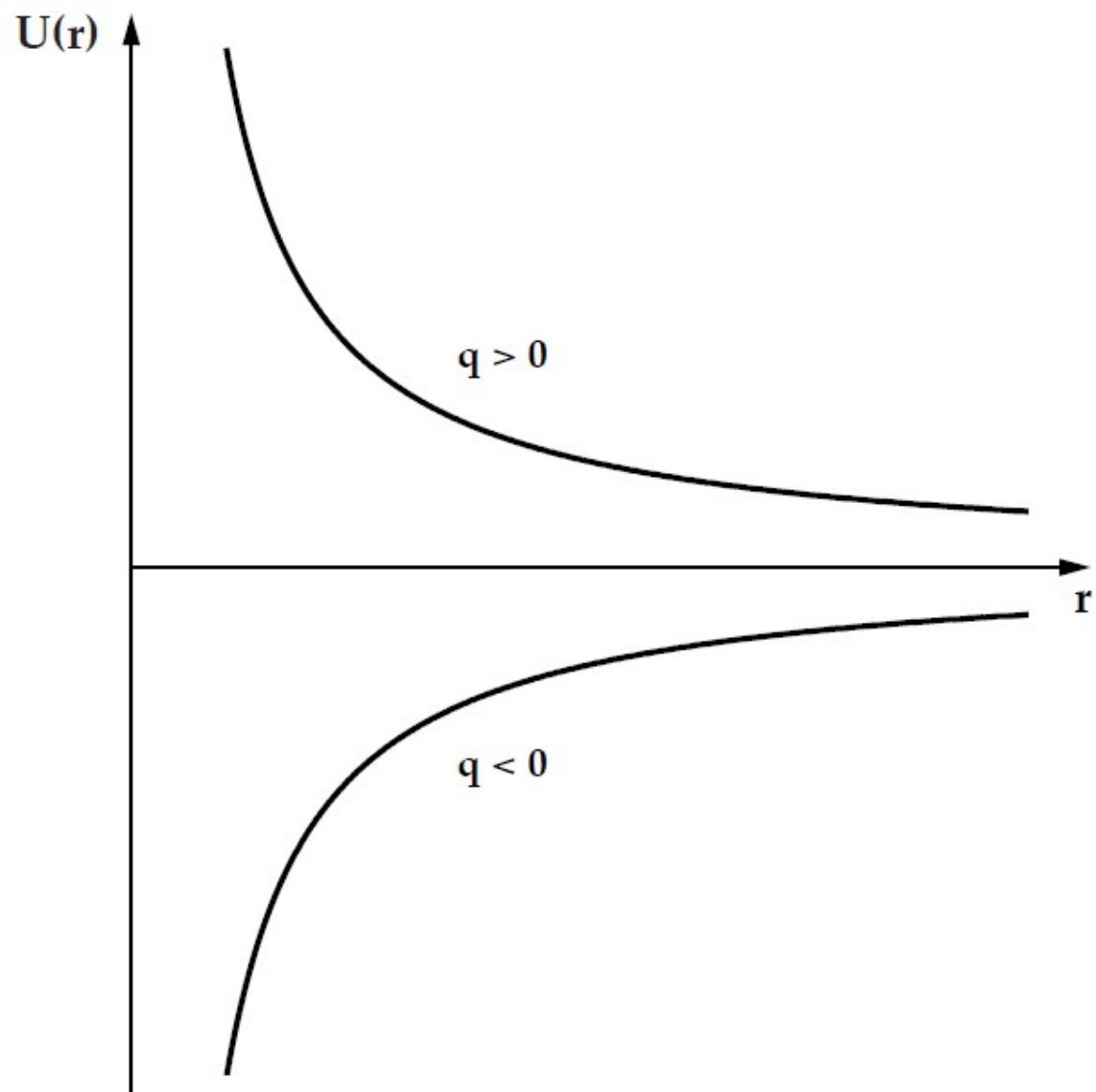


Wählen wir  $r_2 \rightarrow \infty$  als Referenzpunkt und setzen dort  $U(r_2 \rightarrow \infty) = 0$ , so erhalten wir

$$U(r) = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q}{r}$$

elektrisches Potential einer Punktladung

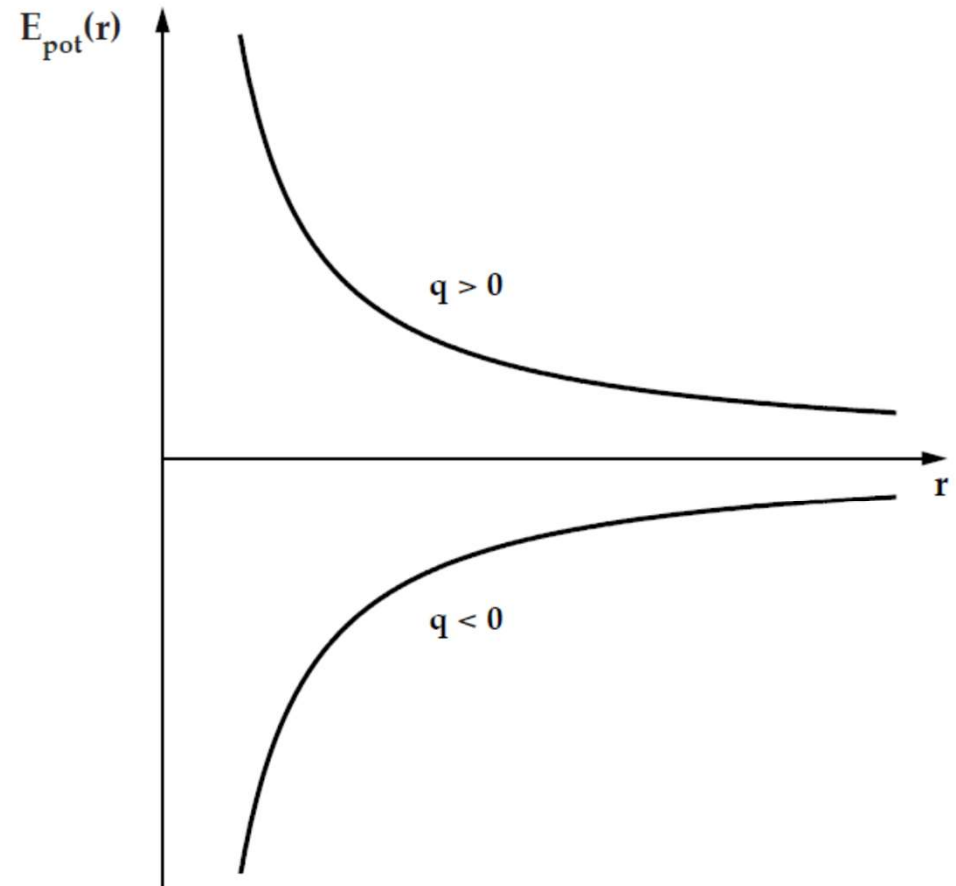




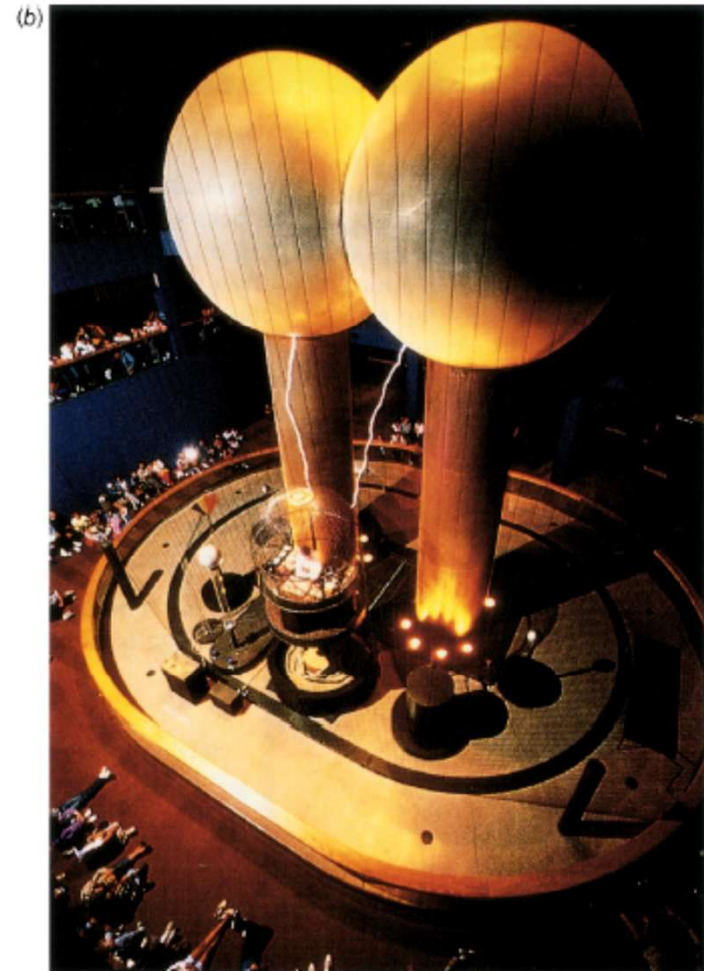
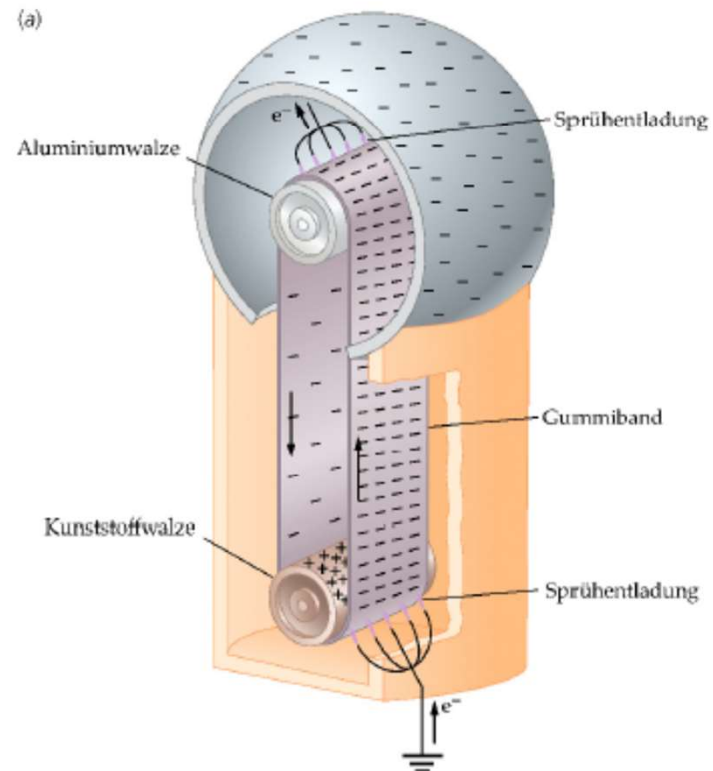
## 4.3 Potentielle Energie einer Ladung

Befindet sich eine Ladung  $q_0$  im Feld einer Ladung  $q$ , so beträgt die potentielle Energie  $E_{\text{pot}}$

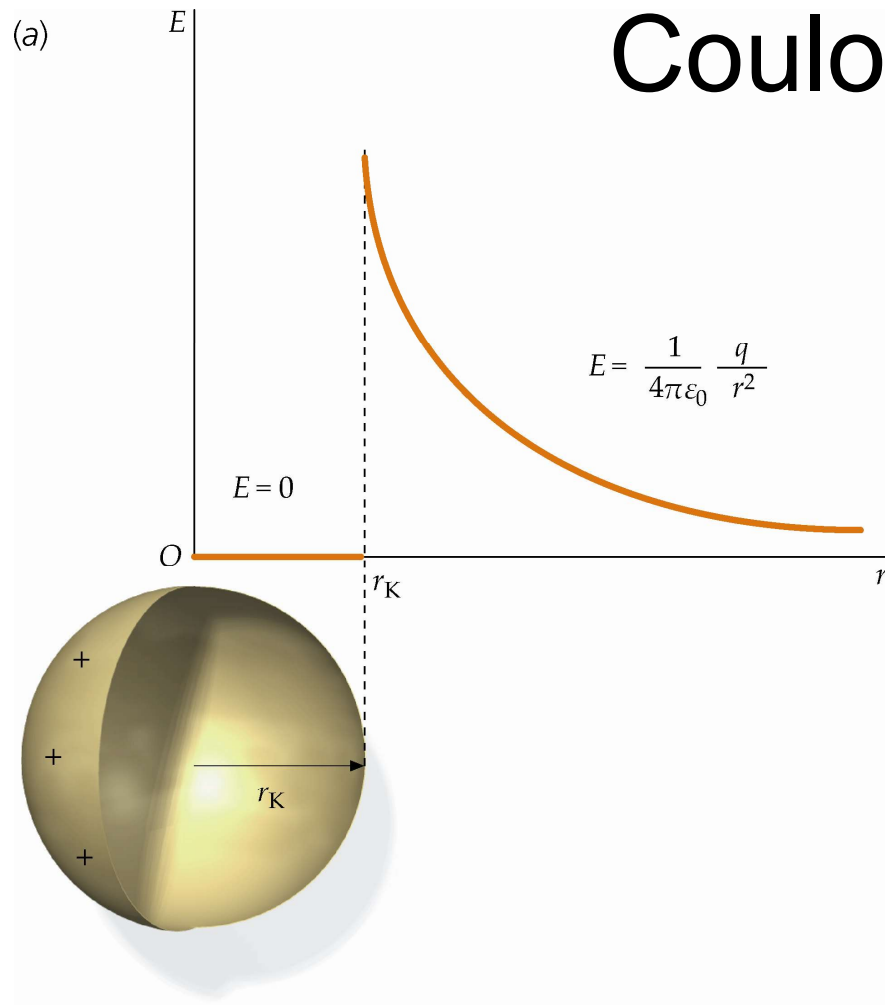
$$E_{\text{pot}}(r) = U(r) \cdot q_0 = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q \cdot q_0}{r}$$



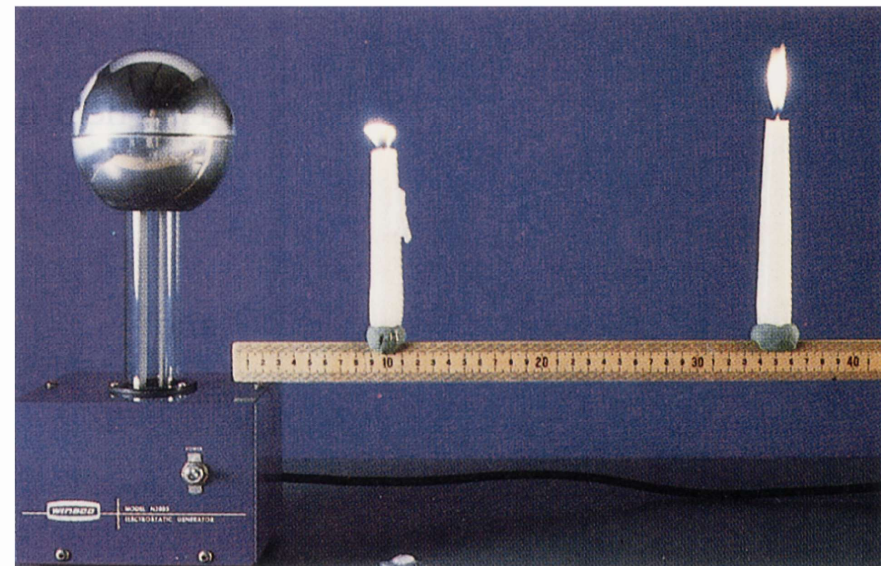
# Van der Graaf Generator



# Van der Graaf Generator und Coulombfeld

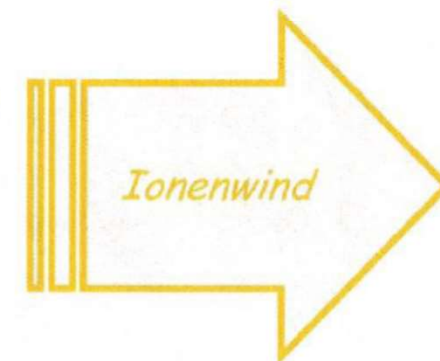
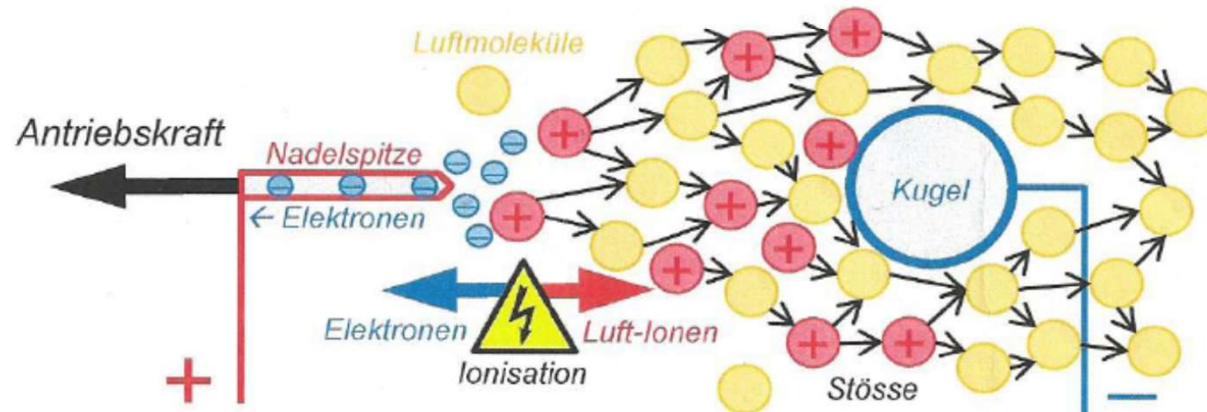
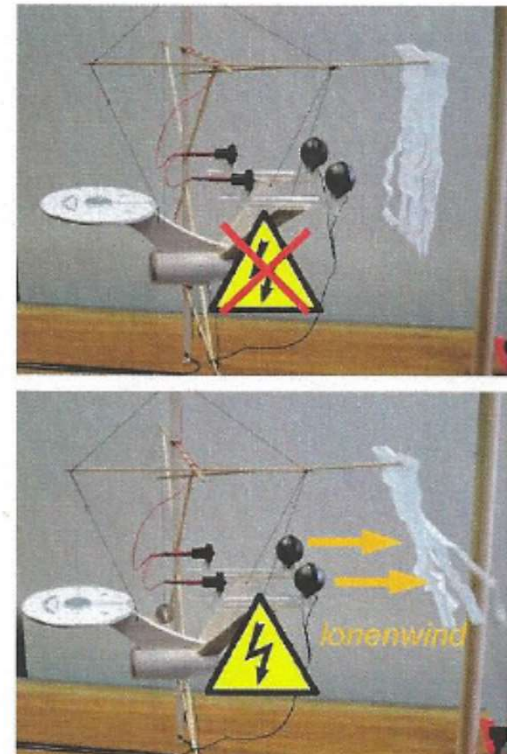
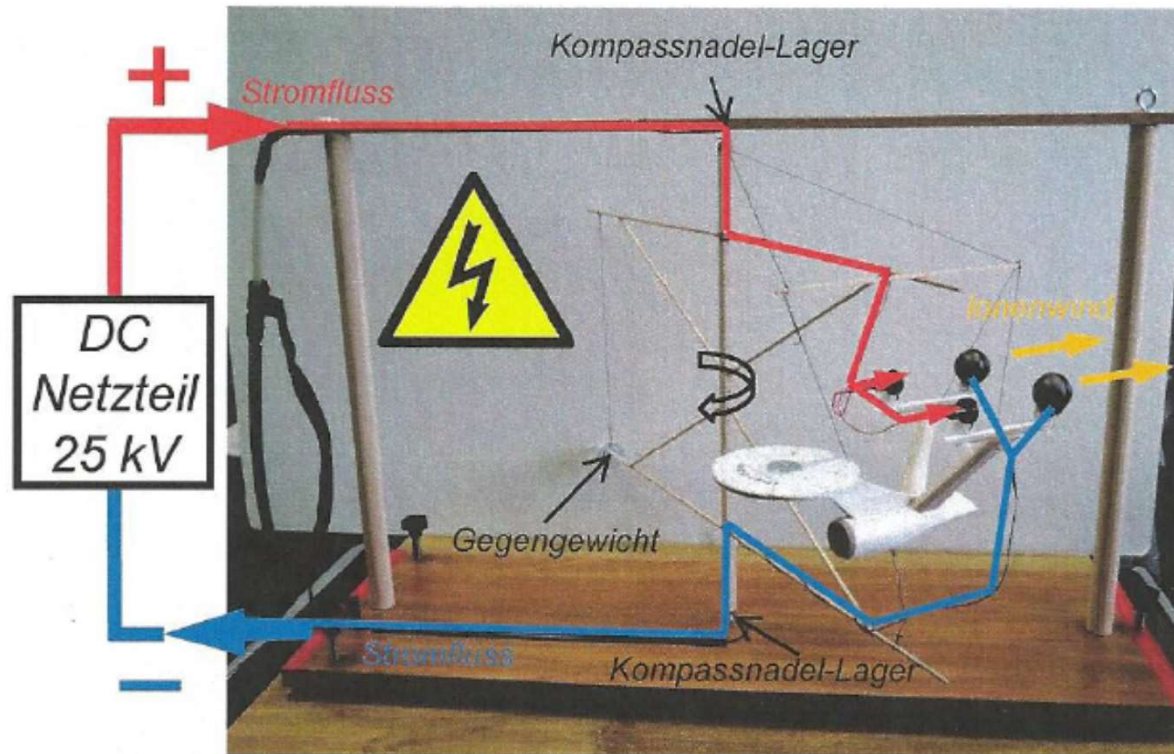


(b)





# Raumschiff Enterprise Experiment

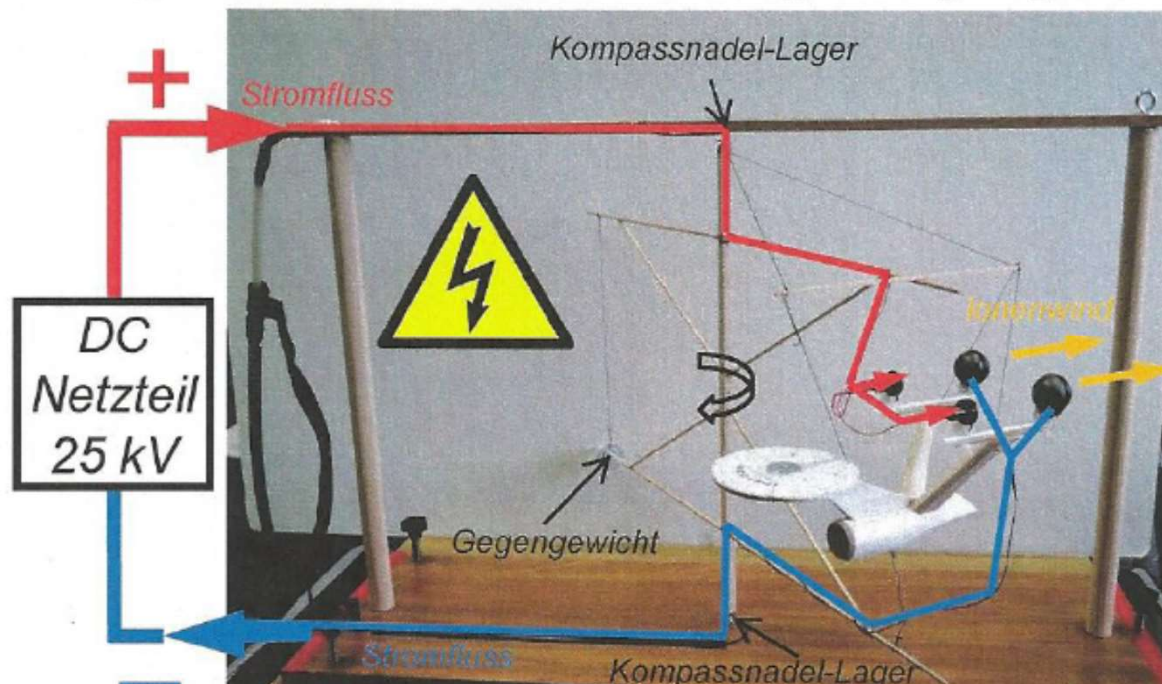




# Warum dreht die Enterprise?

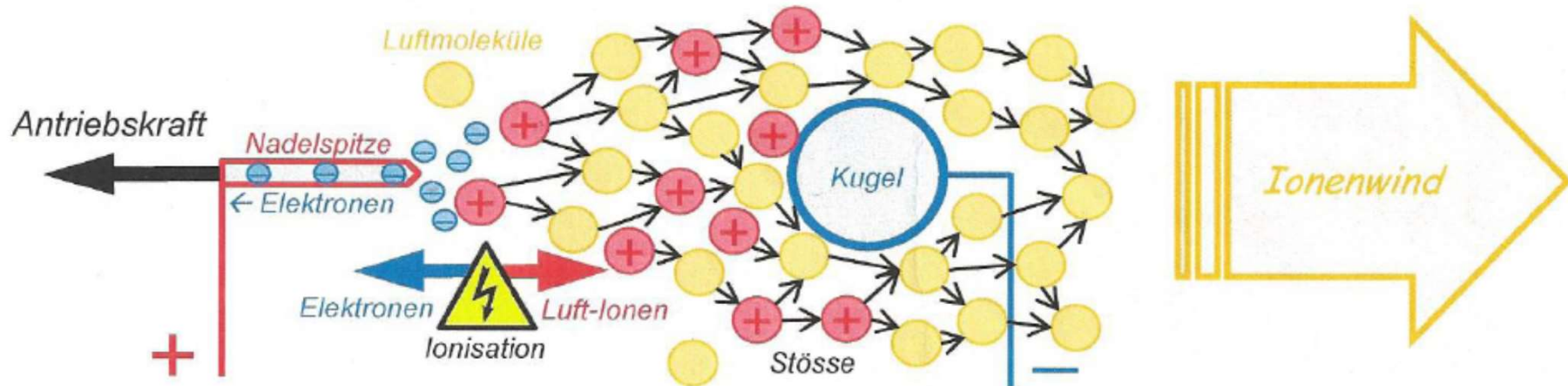
## Modell eines Ionenantriebs

- Der eigentliche Ionenantrieb funktioniert im Vakuum (Weltall). Die mit sehr hoher Geschwindigkeit ausgestossenen Gasmoleküle geben dem Raumschiff den Antrieb. Die Gasmoleküle müssen mit dem Raumschiff mitgeführt werden.
- Dieses Modell benutzt die Gasmoleküle der Umgebungsluft, welche durch die hohe elektrische Spannung an den beiden **Nadelspitzen** nach hinten in Richtung der beiden **Kugel-Elektroden** gestossen werden. Es entsteht ein **Ionenwind**. Die Antriebskraft ist sehr klein (etwa 5 mN) und deshalb muss das Drehmodell leicht gebaut sein und sehr reibungsarm gelagert werden.





- Ab etwa 20 kV wird die elektrische Feldstärke an der **Nadelspitze** so hoch, dass Luftmoleküle ionisiert werden und ein kleiner Ionen-Strom ( $\sim 10 \mu\text{A}$ ) durch die Luft zu fließen beginnt (Spitzenentladung). Dieser Ionen-Strom fließt zur **Kugel-Elektrode**, welche den **Minuspol** der Hochspannung bildet.



-Die fließenden **Luft-Ionen** treffen auf ihrem langen Weg laufend mit **Luftmolekülen** zusammen und stoßen diese nach hinten weg. Dadurch entsteht der gut spürbare **Ionenwind**. Durch die Impulserhaltung erfährt die Enterprise eine Antriebskraft entgegen dem **Ionenwind** und sie beginnt zu drehen. Die Kraftübertragung erfolgt durch die Kopplung der fließenden **Luft-Ionen** mit dem elektrischen Feld zwischen der Spitze und der Kugel.

Wird die Hochspannung umgepolt, so bewegt sich das Raumschiff in gleicher Richtung! Anstelle von positiv geladenen Luft-Ionen fließen nun negative Luft-Ionen zu den Kugeln und es entsteht derselbe **Ionenwind**.

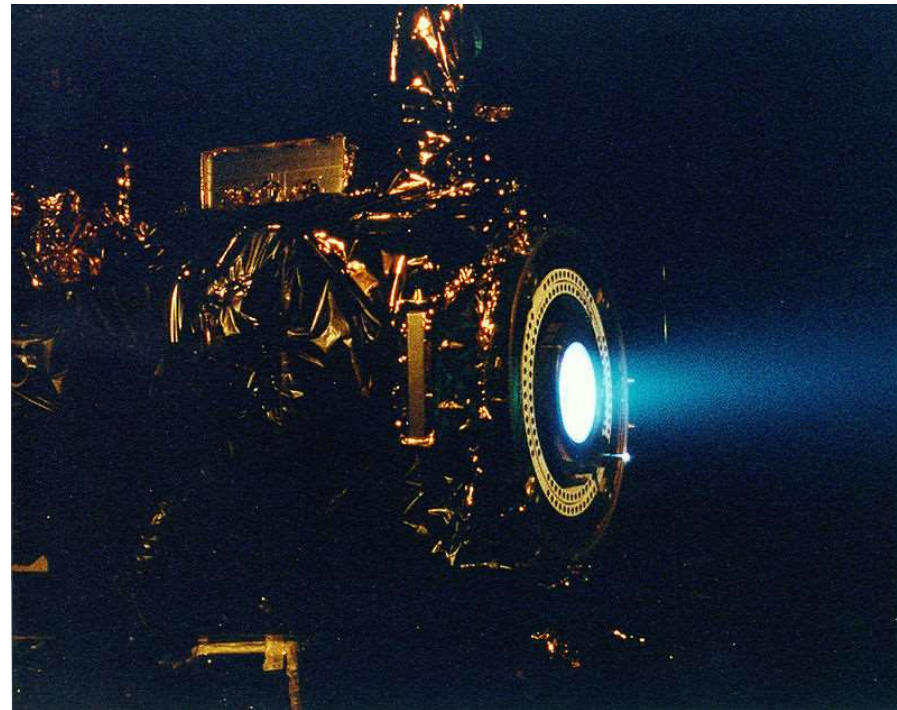
# Ionenantrieb

Statt chemischer Reaktion und der damit einhergehenden thermischen Energie der Abgase werden Ionen mittels eines elektrischen Feldes beschleunigt und erzeugen so einen grösseren Rückstoss

Probleme:

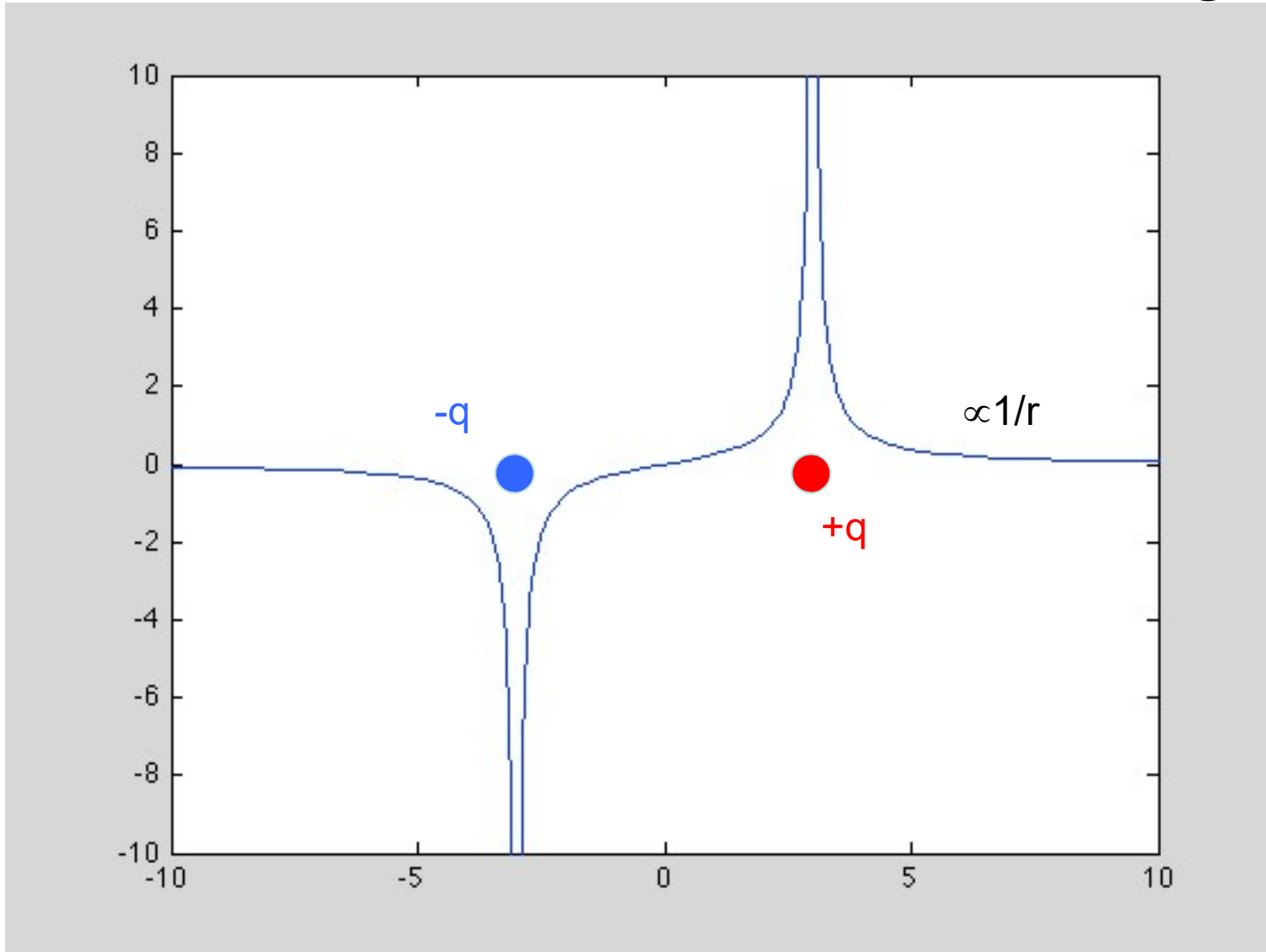
- Gas muss mitgeführt werden
- Energie für Hochspannung mittels Solarzellen

Bei Satelliten hat sich der Ionenantrieb durchgesetzt



Xenon-Ionen Triebwerk der NASA

# Potential in der Nähe von 2 Ladungen



## 4.4 Berechnung der elektrischen Feldstärke aus dem Potential

Das elektrische Potential haben wir definiert durch

$$dU = -\vec{E} \, d\vec{s}$$

Schreiben wir  $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$  so gilt

$$dU = -E_x \, dx \quad (y = \text{const.}, z = \text{const.})$$

$$dU = -E_y \, dy \quad (z = \text{const.}, x = \text{const.})$$

$$dU = -E_z \, dz \quad (x = \text{const.}, y = \text{const.})$$

Dies schreibt man in der Form

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Diese drei Gleichungen können mit einem Differentialoperator, dem **Gradienten**, zusammengefasst werden

$$\vec{E} = -\text{grad } U = -\left( \frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z} \right)$$



## 4.5 Aequipotentialflächen und E-Feldlinien

Aequipotentialflächen sind definiert durch  $U = \text{konstant}$ .

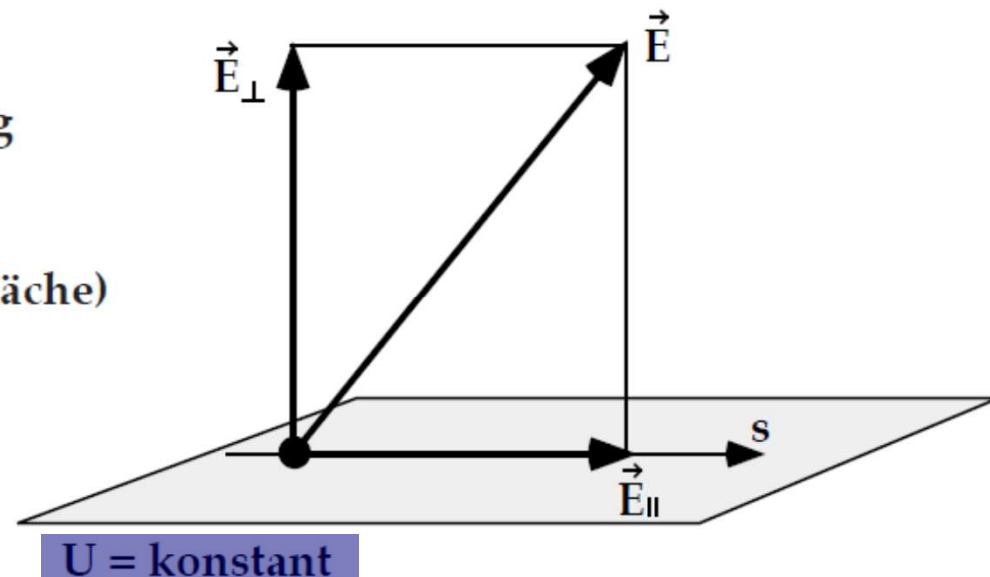
Aequipotentialflächen und E-Feldlinien stehen senkrecht aufeinander.

Beweis:

Annahme:  $E$  hat eine beliebige Richtung auf der Fläche  $U = \text{konstant}$ .

In Richtung  $\vec{E}_{||}$  (auf der Aequipotentialfläche) muss gelten

$$-\frac{dU}{ds} = \vec{E}_{||} = 0$$



Exp: Feldlinienbild Kugel/Ebene

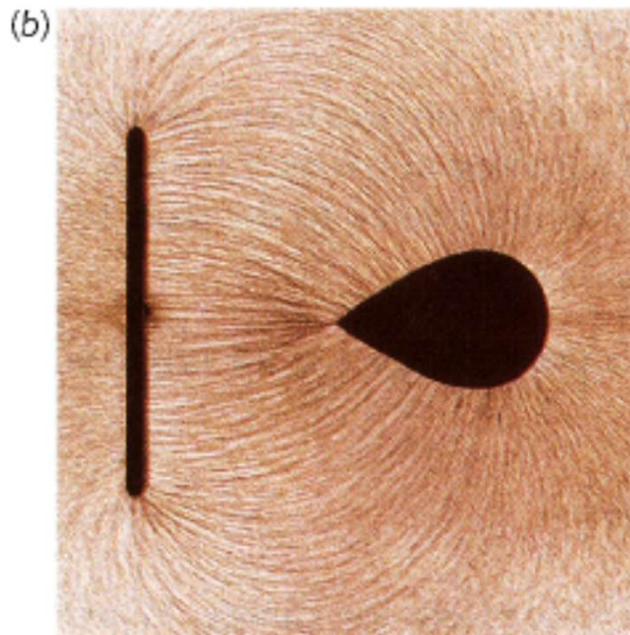
Metalloberflächen sind Aequipotentialflächen



# Aequipotentialflächen und Entladungen



Erhöhte Dichte der Feldlinien in der Nähe der Spitze (kleiner Radius)



Entspricht Orten mit grosser Feldstärke  $E=U/r$  und Ladungsdichte  $\sigma=\epsilon_0 E$

An den Spitzen ( $r$  klein) erfolgt Entladung durch dielektrischen Durchschlag (Ionisation des Mediums und Funken/Blitzausbreitung)

Durchschlagsfestigkeiten:

Luft :  $3\text{kV/mm}=3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$

Glas:  $14\text{kV/mm}$

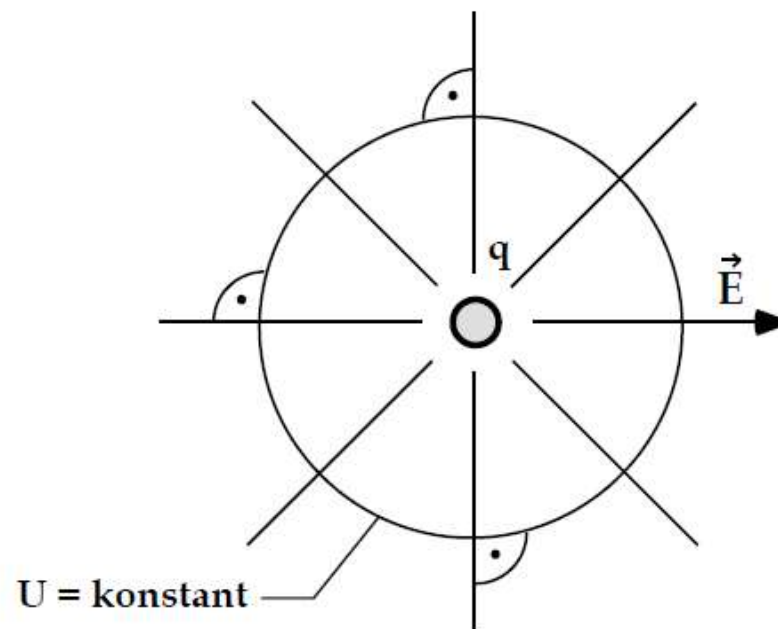
Porzellan:  $6.7 \text{ kV/mm}$

Plexiglas:  $40\text{kV/mm}$

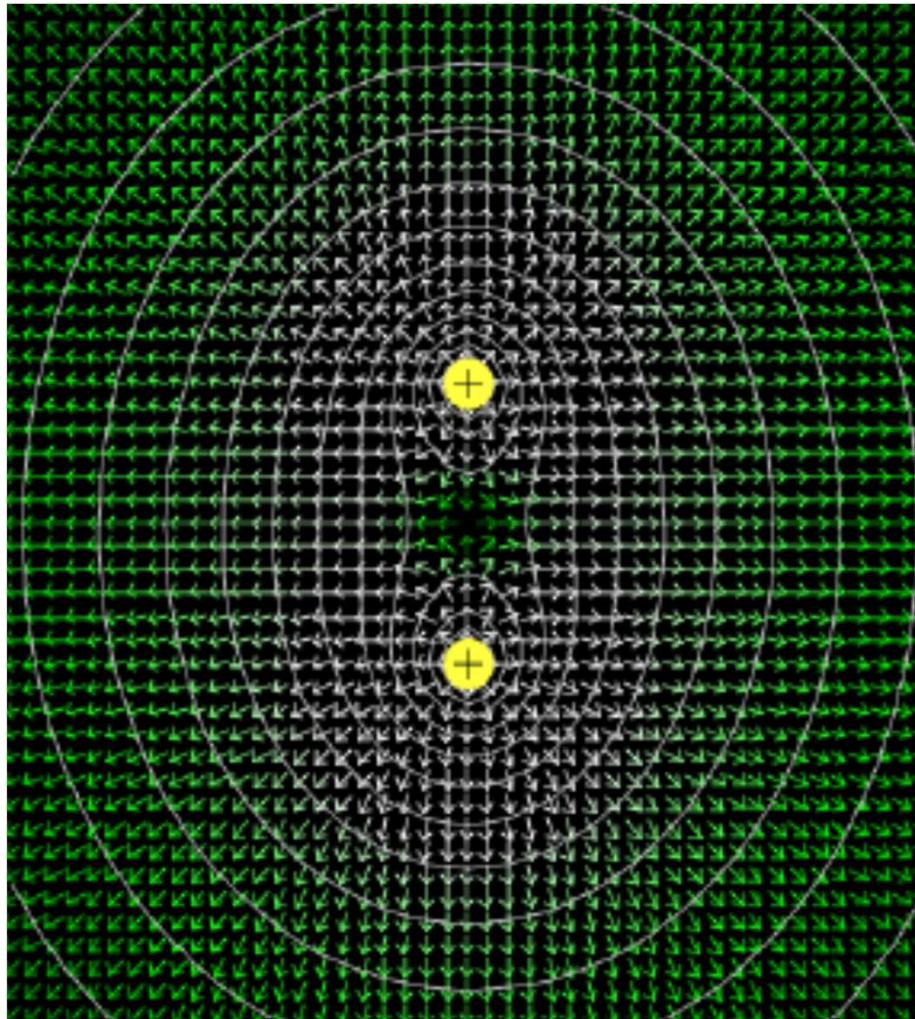
**Beispiel :**

Punktladung  $q$

Die Aequipotentialflächen sind Kugeln,  
die  $\vec{E}$ -Feldlinien sind radial gerichtet.

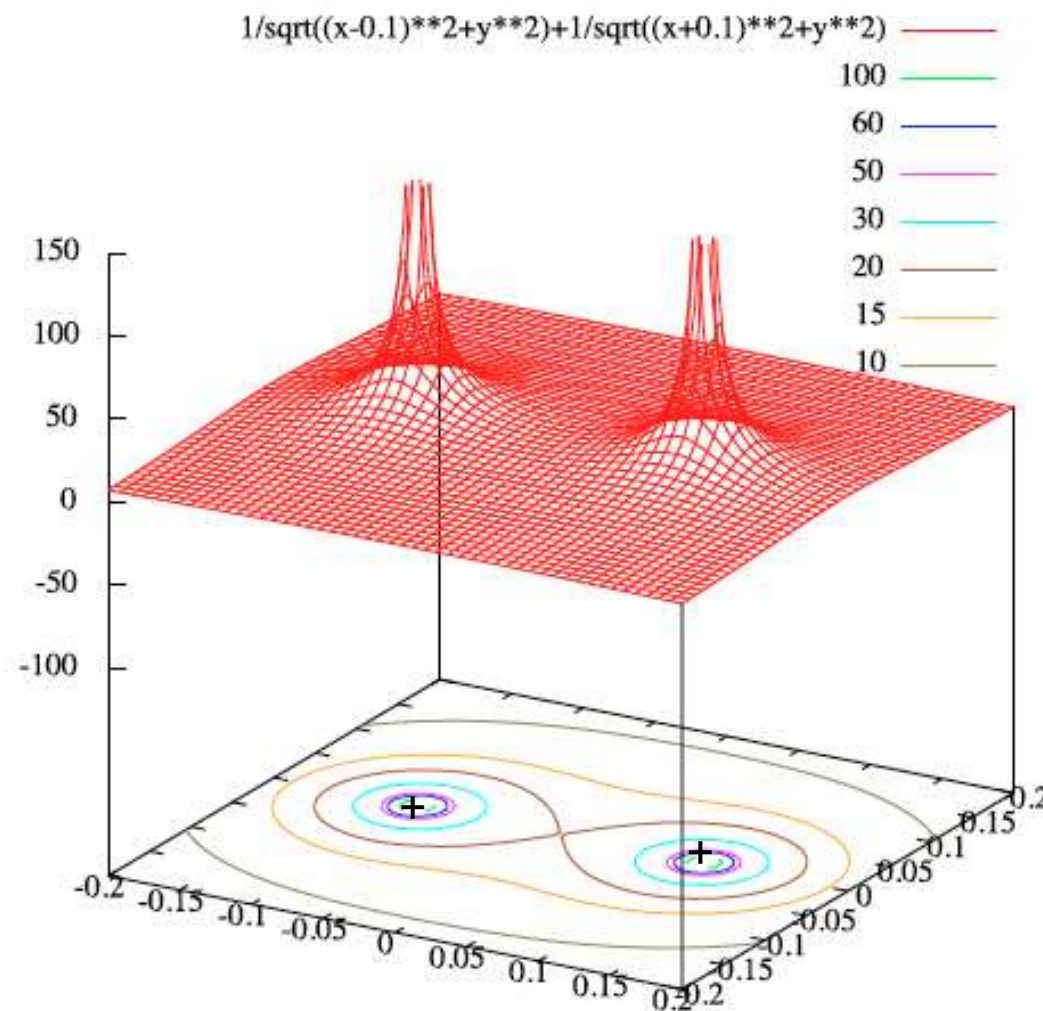


# Simulation von E-Feld und Äquipotentiallinien



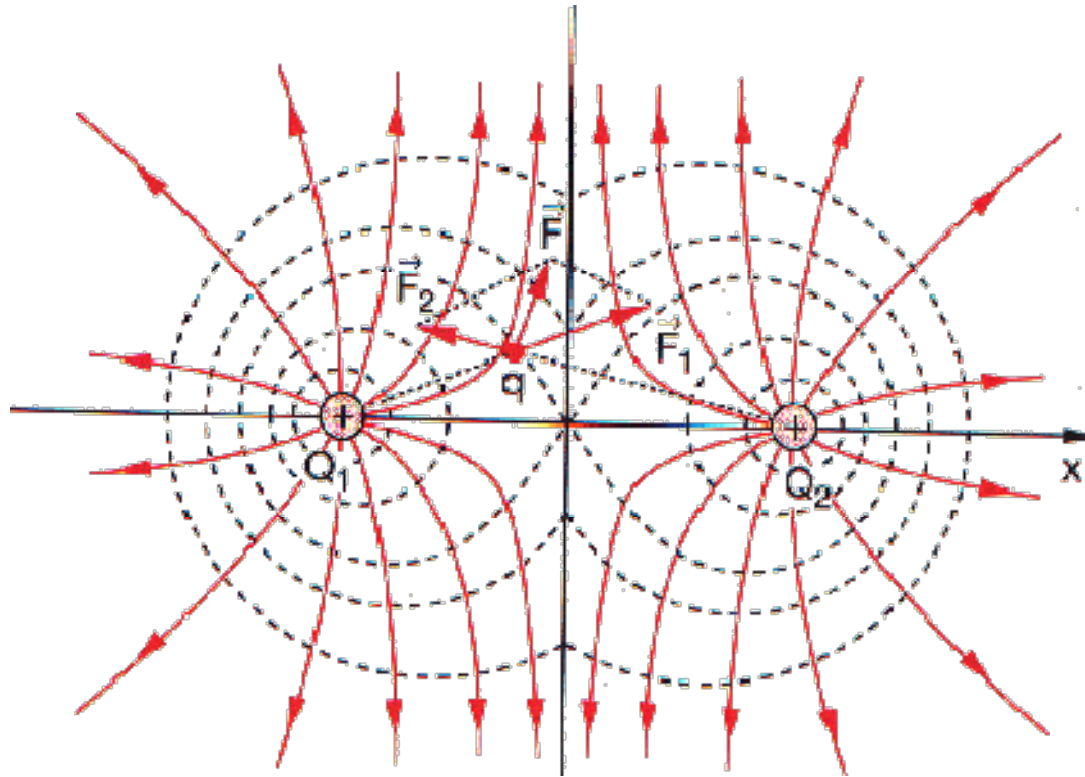
Applet: [www.falstad.com](http://www.falstad.com)

# 2d-Potential für zwei Ladungen +q,+q und Aequipotenziallinien



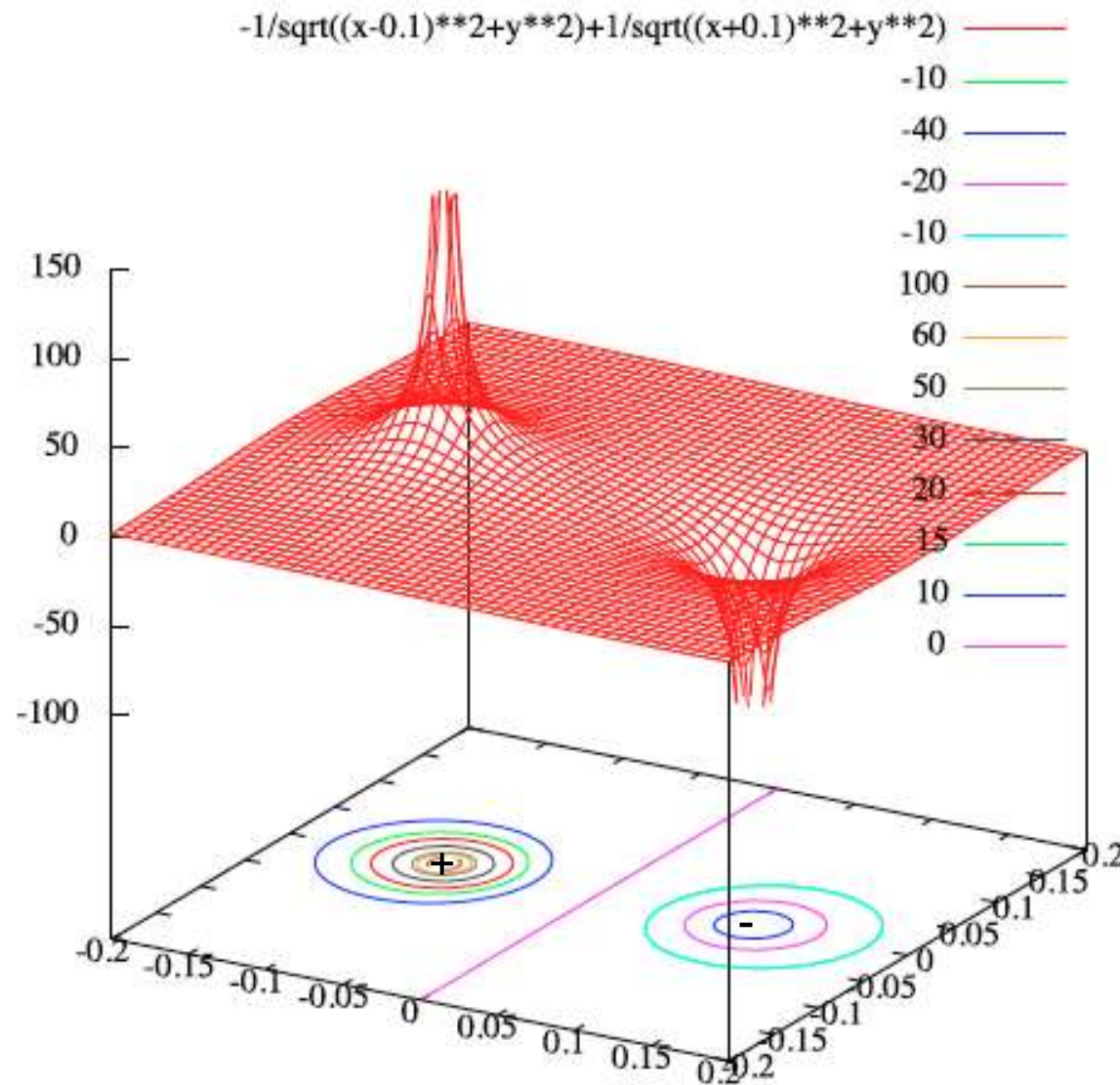
Zwei positive Ladungen

# Elektrisches Feld und Aequipotentiallinien von $+Q, +Q$



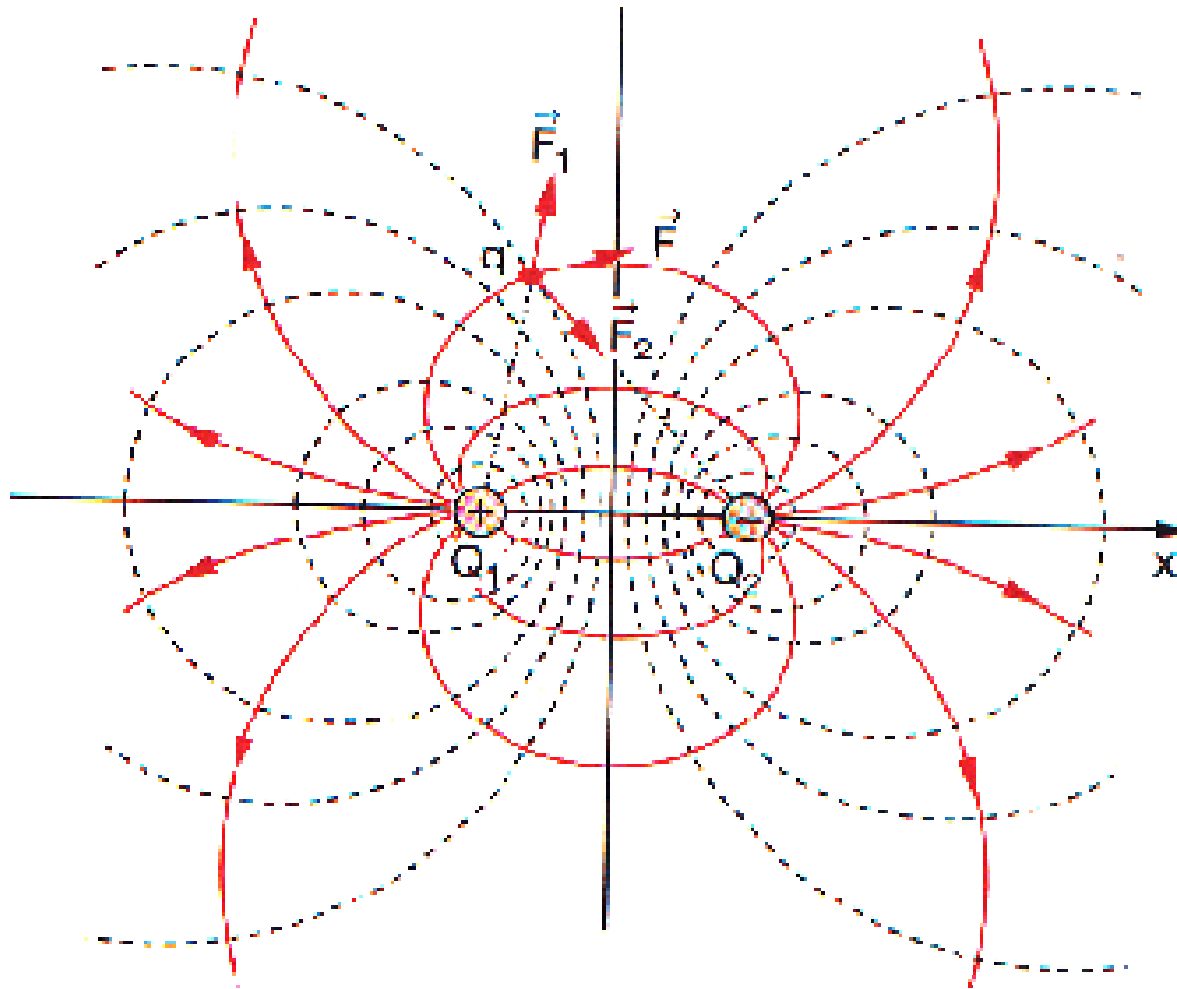


# 2d-Potential für Ladungen +q und -q





# Elektrisches Feld und Aequipotentiallinien von $+Q, -Q$



## 5. Kondensatoren und Dielektrika

### 5.1 Begriff der Kapazität

Jeder nach aussen isolierte Leiter hat die Fähigkeit eine elektrische Ladung  $q$  aufzunehmen. Die Oberfläche des Leiters wird dadurch auf ein Potential  $U$  gebracht.

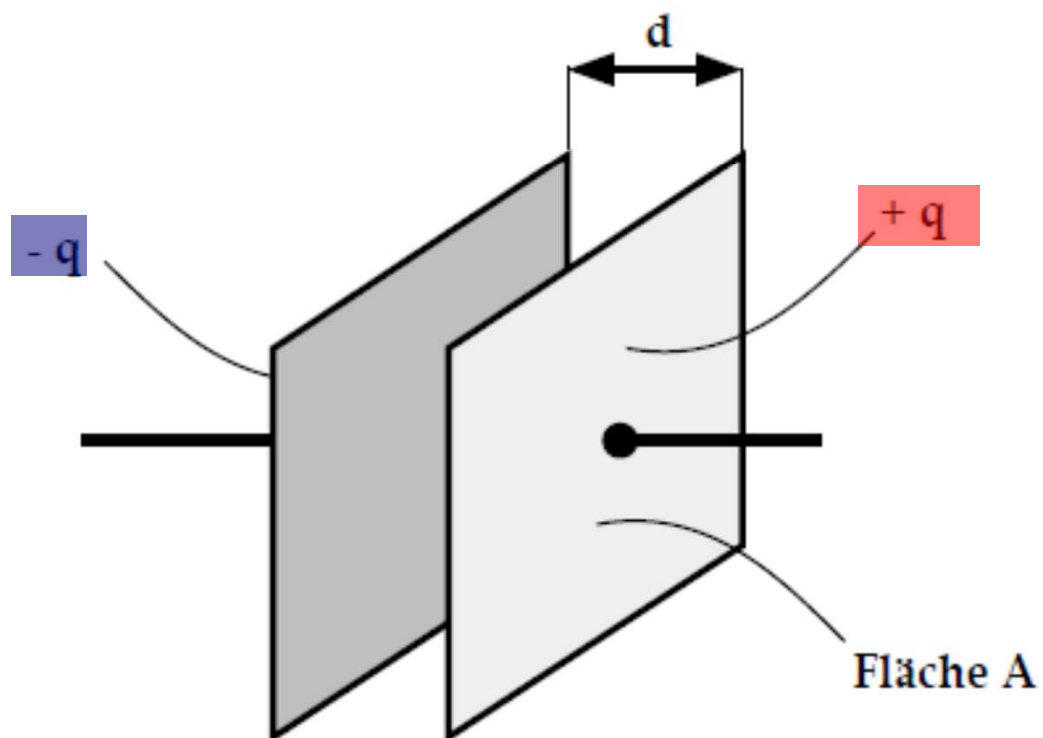
Definition der Kapazität  $C$

$$q = C \cdot U$$

Einheit:  $1 \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = 1 \frac{\text{C}}{\text{V}} = 1 \text{ Farad} = 1 \text{ F}$

$C$  ist die Kapazität der Leiteranordnung, die wir als Kondensator bezeichnen.

Normalerweise besteht ein Kondensator aus zwei Leiterplatten



im geladenen Zustand tragen die Platten die Ladung  $+q$  und  $-q$ .

## 5.2 Berechnung der Kapazität

Wir betrachten einen Plattenkondensator. Die Kapazität dieses Kondensators ist proportional zur Plattenfläche  $A$  und umgekehrt proportional zum Abstand  $d$  der Platten.

Quantitativ gilt

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Kapazität des Plattenkondensators

Exp: Entladung eines Kondensators mit Knall; Goldcap

Exp:  $U = \text{const}$ :  $Q = \text{const} \cdot 1/d$ ;  $Q = \text{const}$ :  $U = \text{const} \cdot d$

Die Kapazität des Plattenkondensators lässt sich mit Hilfe des Satzes von Gauss berechnen.

Annahme:

zwischen den Platten ist  $E = \text{konst.}$

ausserhalb  $E_a = 0$

$$\oint \vec{E} \, d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

da  $\vec{E} = \text{konst.}$  und  $\vec{E} \perp A$  gilt

$$E \cdot A = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

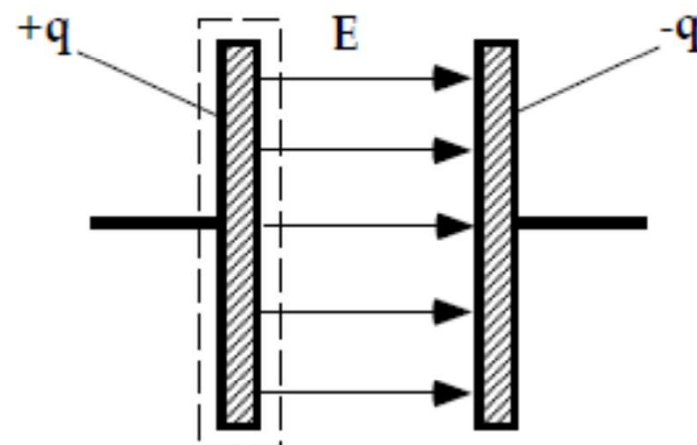
und für die Potentialdifferenz zwischen den Platten gilt wegen des homogenen Feldes

$$U = E \cdot d$$

$$\frac{U}{d} A = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

$$\epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{q}{U} = C$$

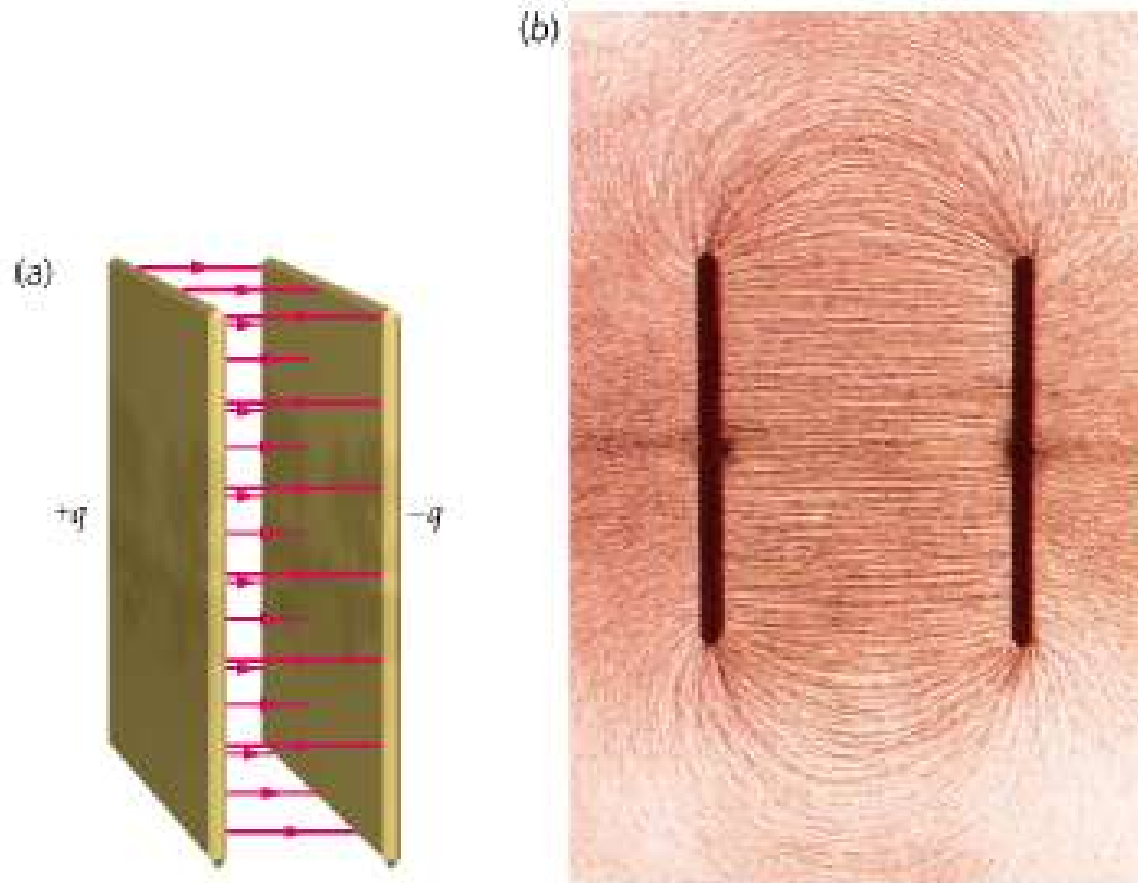
was obiger Formel für den Kondensator entspricht.



Exp: Feldverteilung Kondensator (Proki); Exp: C berechnen



# Feld im Kondensator



Feld ist homogen:  $E = \sigma / \epsilon_0$  mit  $\sigma = q/A$

# Kondensatoren und Kapazitäten capacitor and capacitance

Typisch:

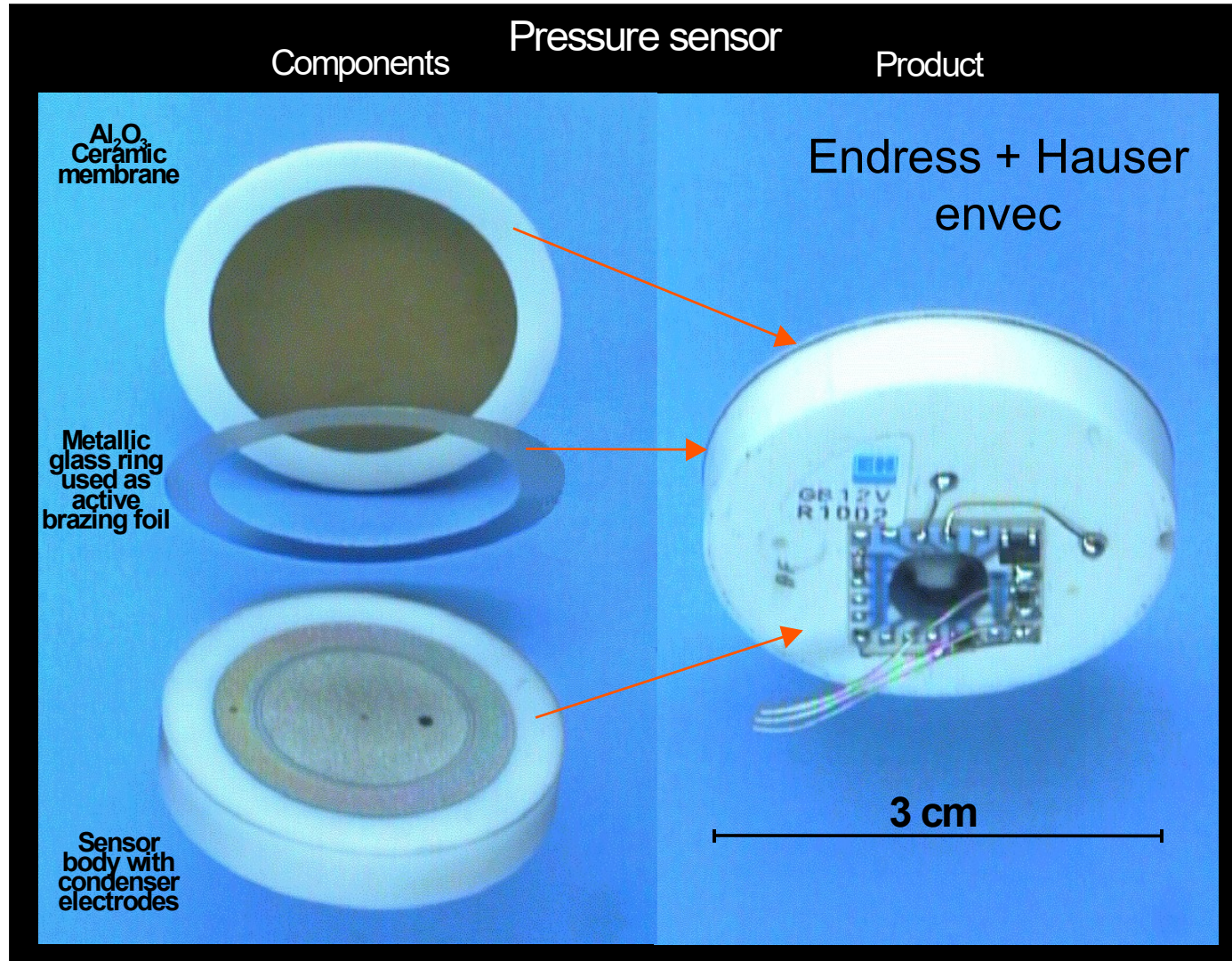
1 micro Farad = 1/1,000,000 or 0.000 001 times the unit ( $10^{-6}$ )

1 nano Farad = 1/1,000,000,000 or 0.000 000 001 times the unit ( $10^{-9}$ )

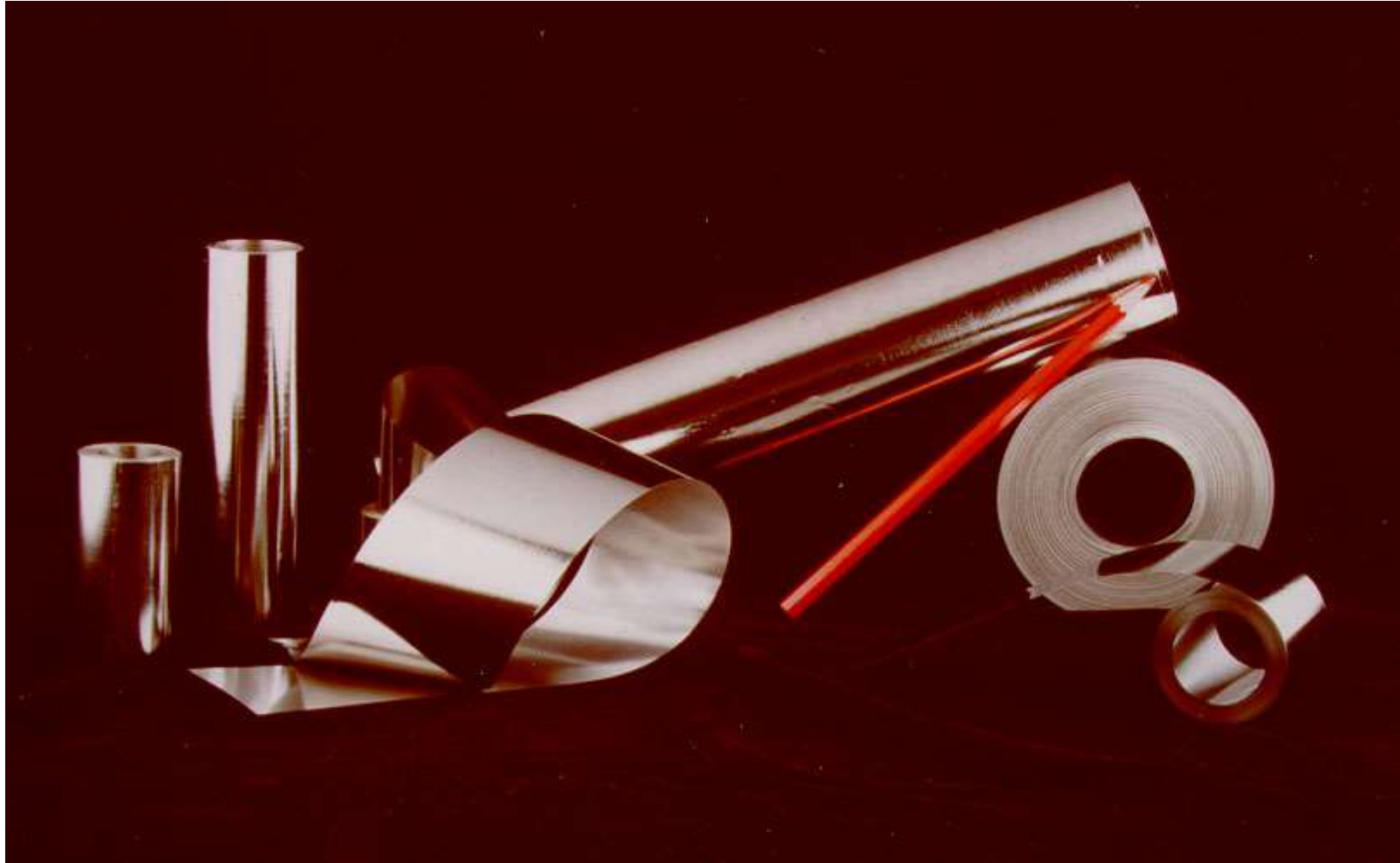
1 pico Farad = 1/1,000,000,000,000 or 0.000 000 000 001 times the unit ( $10^{-12}$ )



# Verlötete Keramikkomponenten in einem Drucksensor

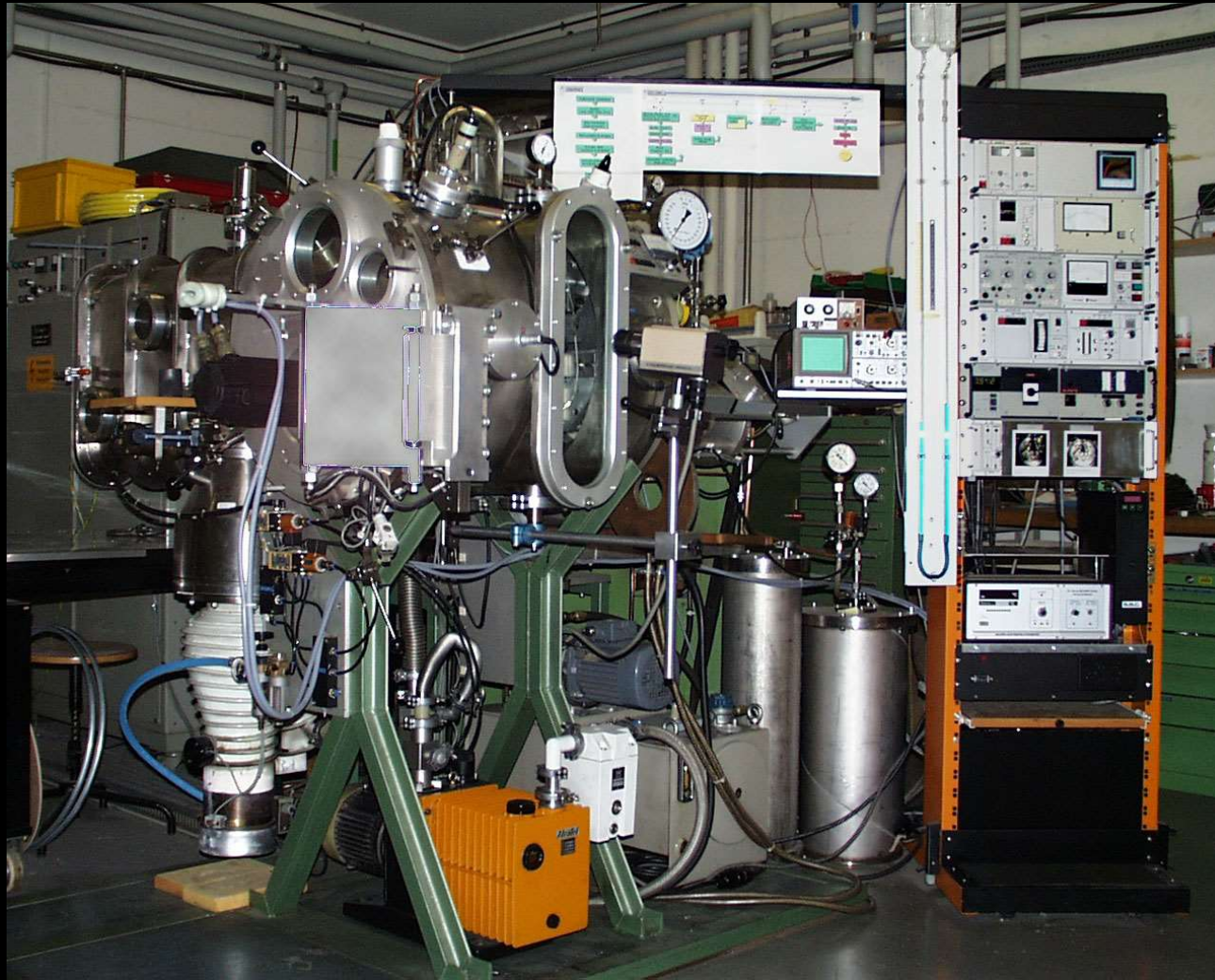


# Metallische Gläser



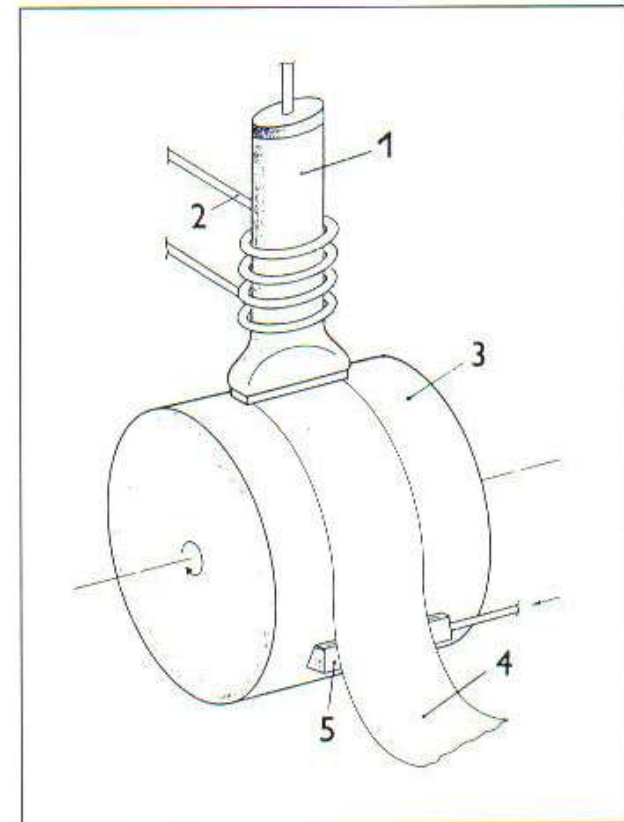
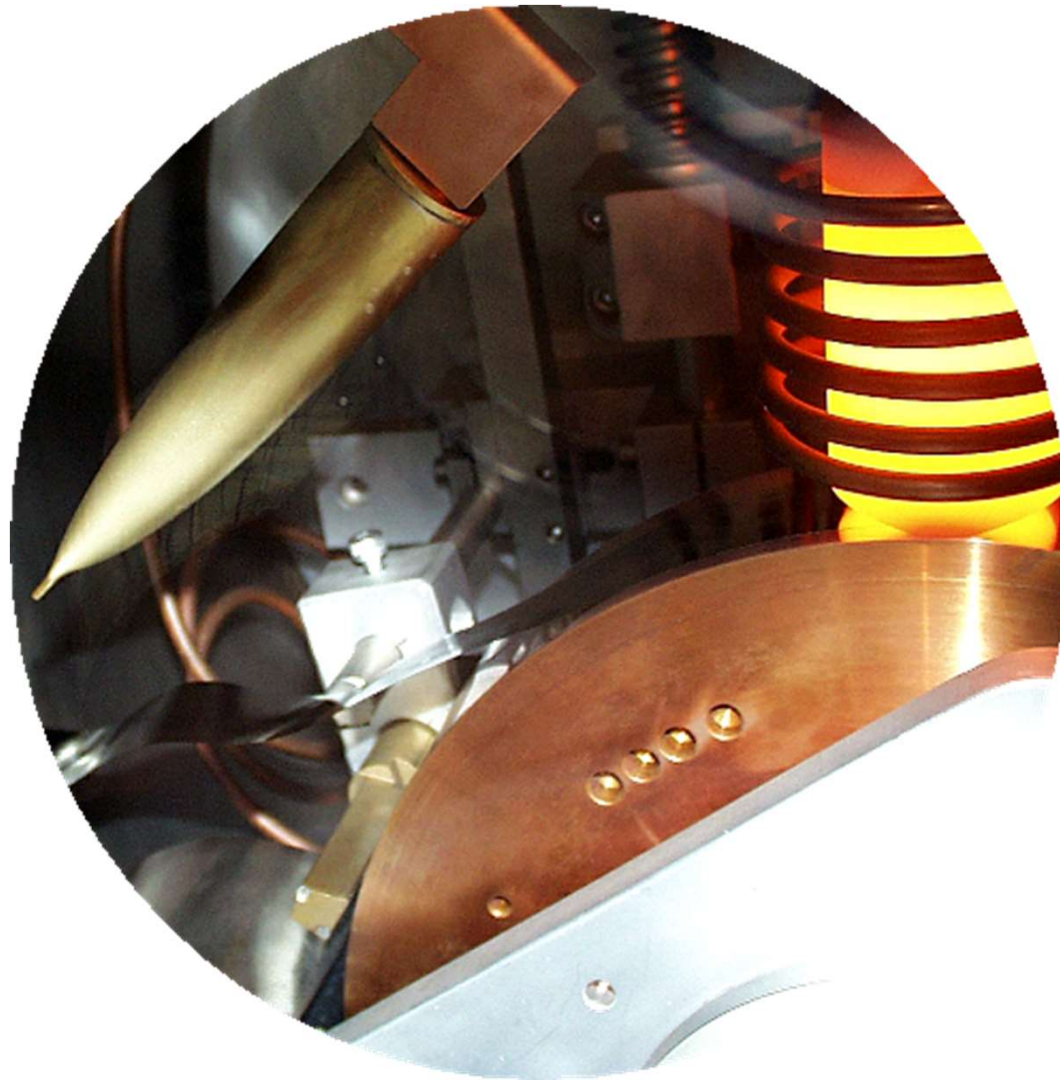


# Melt-Spinning-Anlage an der Uni Basel





# Melt-Spinning-Prozess



# Super-Kondensatoren

Zukunft: Super-Kondensatoren

Poröse Kohlenstoff-Schichten von wenigen Nanometern

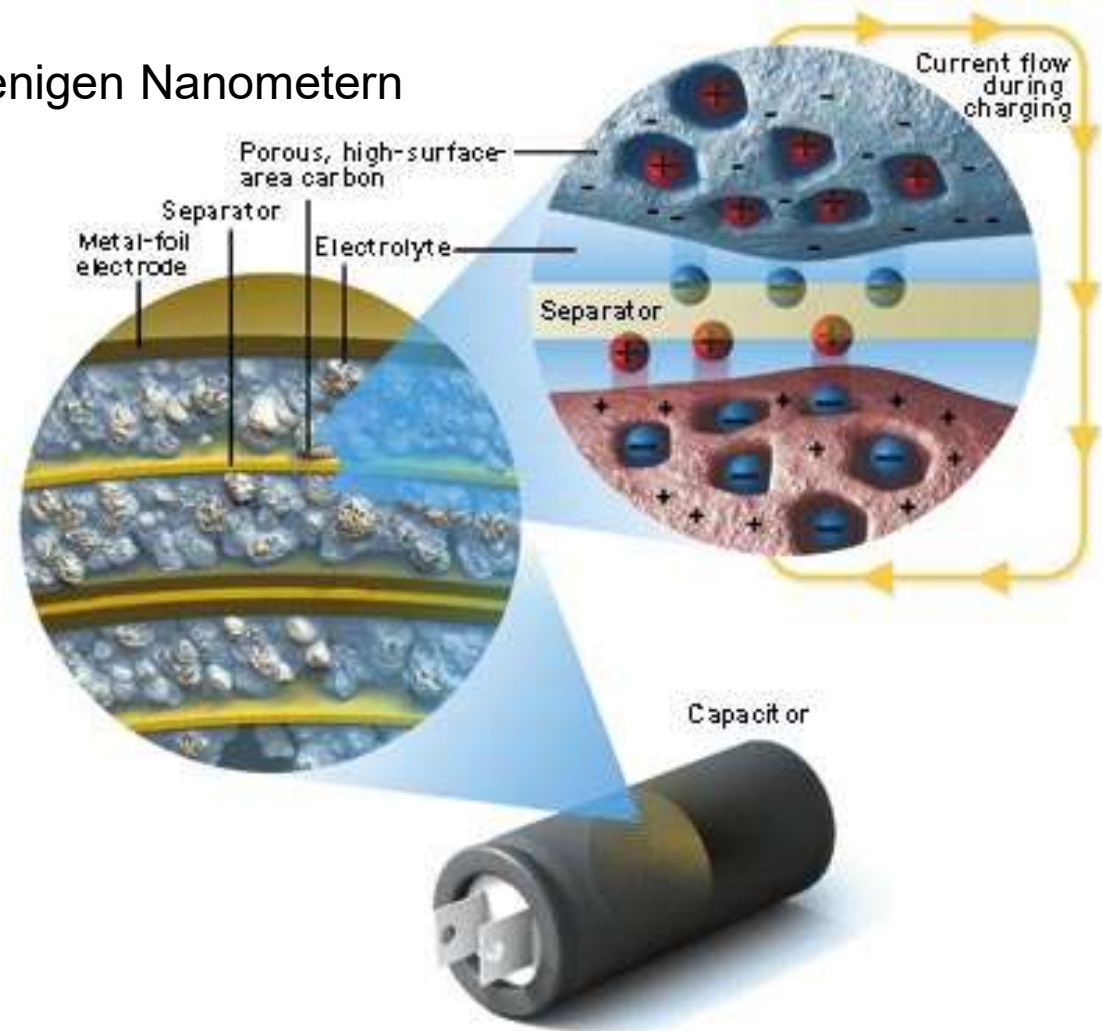
Zurzeit: 5000Farads mit 2.7V

Einsatz für Autobatterien, Laptop?...

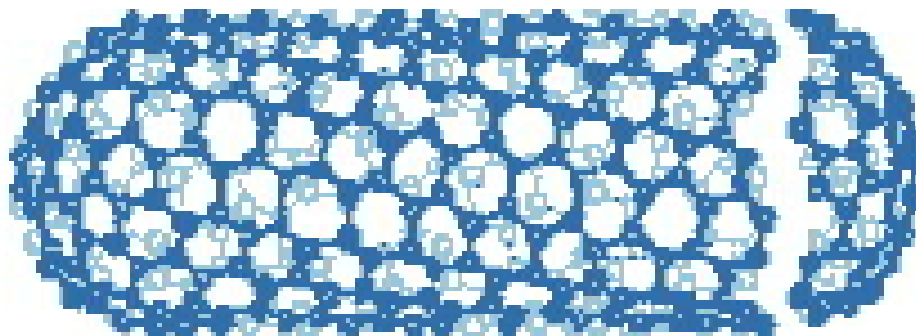
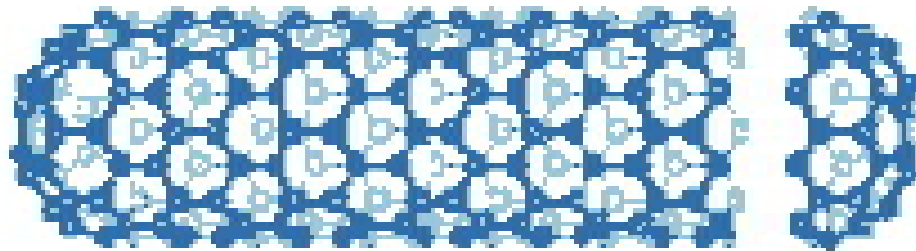
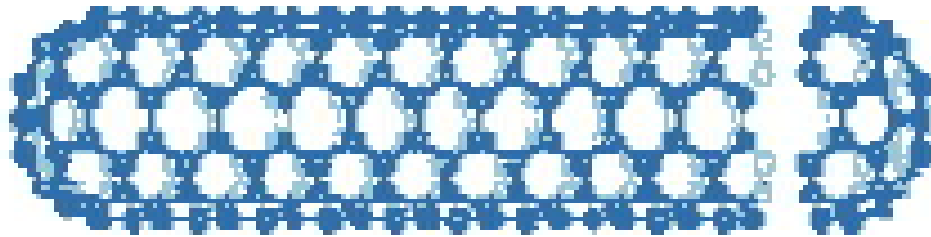
Vorteil gegenüber Batterien:

Beliebig oft aufladbar

Umweltschonende Materialien



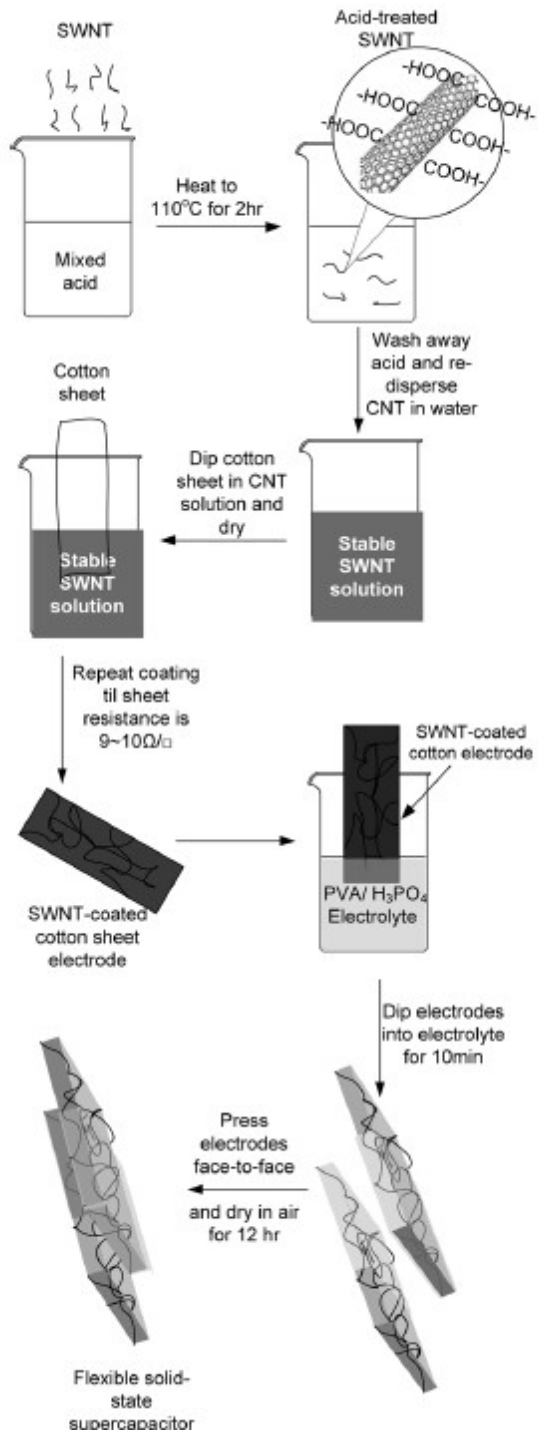
# Nanotubes: Kohlenstoff-Röhrchen mit einem Durchmesser von 1 Nanometer



- 1000-mal stärker wie Stahl!
- Bessere Leitfähigkeit wie Kupfer

Entdeckung 1991 durch Sumio Iijima, NEC

# Super-Kondensatoren



(a)

(b)

FIG. 2. (Color online) Flexible and solid-state supercapacitors, (a) supercapacitors with two shapes, and (b) supercapacitor bent by more than 90°.

Kapazität: 115F/g

Energiespeicherung: 48Wh/kg

vgl.

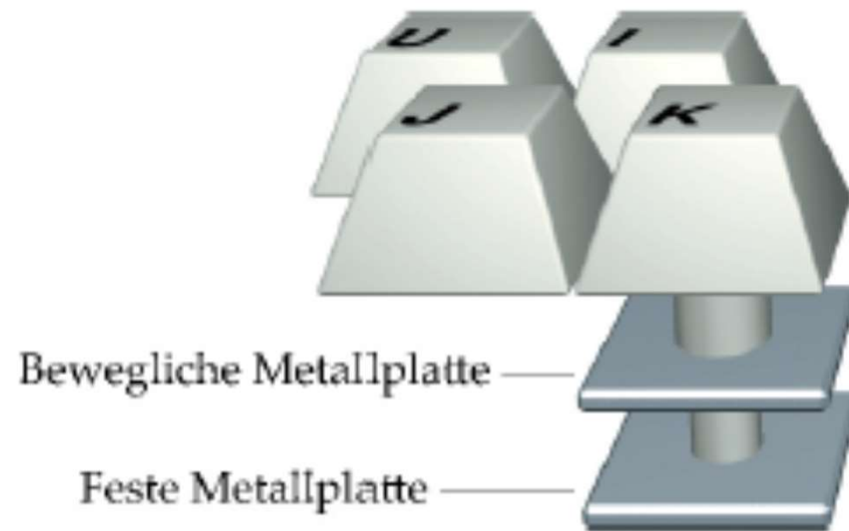
Lithium Ionen Akku: 120-200Wh/kg

Bleiakkumulator: 30Wh/kg

Benzin: 11'000 Wh/kg

S. Hu. R. Rajaman and Xun Yu,  
Appl.Phys.Lett. 100, 104103 (2012)

# Kapazitive Schalter einer Computertastatur



24.7 Kapazitive Schalter einer Computertastatur. An jeder Taste ist eine Metallplatte angebracht, die als die obere Kondensatorplatte wirkt. Beim Drücken der Taste wird der Abstand zwischen der oberen und der unteren Platte verringert, sodass die Kapazität steigt. Eine entsprechende Auswerteschaltung des Computers erkennt hieran den Tastendruck.



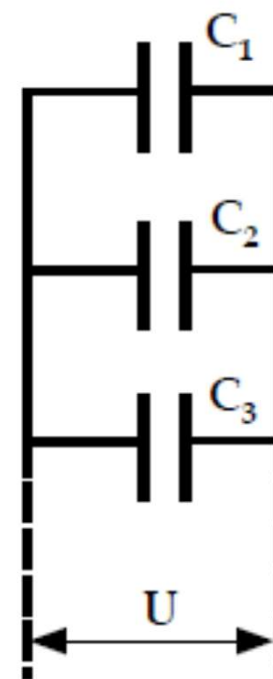
## 5.3 Schaltungen von Kondensatoren

Gegeben sind Parallel- und Serienschaltungen von Kondensatoren  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ .  
Gesucht sind Ersatzkondensatoren  $C$ , die dieselbe Kapazität aufweisen wie die Schaltung der  $n$  Kondensatoren.

### Parallelschaltung

$$C = \frac{q_{\text{tot}}}{U} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{U} = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

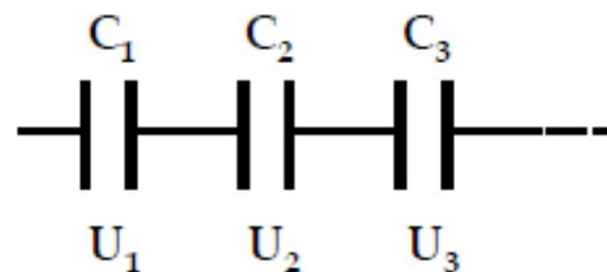
Alle Kondensatoren besitzen die gleiche Spannung  $U$



## Serienschaltung

$$\frac{1}{C} = \frac{U_{\text{tot}}}{q} = \frac{U_1 + U_2 + \dots + U_n}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Der Betrag der Ladung ist an allen  
Kondensatorplatten gleich  $q$ .



## 5.4 Energiedichte des elektrischen Feldes

Das Aufladen eines Kondensators erfordert Arbeit.

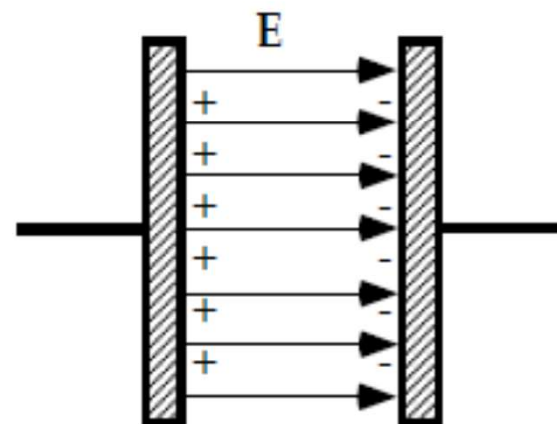
Um die Ladung  $dq$  von der rechten zur linken Platte zu verschieben ist die Arbeit  $dW$  erforderlich.

$$dW = U \cdot dq$$

$$dW = \frac{1}{C} q \, dq$$

$$W = \int_0^q dW = \frac{1}{C} \int_0^q q \, dq$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2$$



Energie des geladenen Kondensators

andererseits gilt

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

und für das homogene Feld E

$$U = E \cdot d$$

oben eingesetzt liefert

$$W = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{A}{d} E^2 d^2$$

$$\frac{W}{A \cdot d} = \frac{E_{el}}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Energiedichte des elektrischen Feldes

## 5.5 Kondensatoren mit Dielektrika

Bei den behandelten Phänomenen und Gesetzen haben wir vorausgesetzt, dass sich die betrachteten Leiter und Ladungen im Vakuum befinden. Kondensatoren zeigen deutlich, dass die Anwesenheit eines dielektrischen Stoffes (eines Isolators) einen grossen Einfluss haben kann. Wird der Raum zwischen den Platten eines Kondensators mit einem Dielektrikum gefüllt, so erhöht sich die Kapazität  $C$ . Bezeichnen wir die Kapazität des Kondensators ohne Dielektrikum mit  $C_0$  (Vakuum-Kondensator) so gilt

$$C = \varepsilon C_0$$

$\varepsilon$  : Dielektrizitätskonstante des Mediums,  $\varepsilon$  ist dimensionslos



Tabelle : Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$  einiger Stoffe

Stoff	$\epsilon$	Stoff	$\epsilon$
Vakuum	1	Chloroform	4.8
Luft	1.00054	Bernstein	5.4
Helium	1.0055	Porzellan	6.5
Teflon	2.1	Neoprene	6.9
Polyethylen	2.3	Glimmer	7.0
Benzol	2.3	Iod	11.1
Olivenöl	3.1	Ethylalkohol	24
Papier	3.5	Glycerin	43
Schwefel	3.5	Wasser (18 °C)	81.1
Bakelit	4.8	Titanoxid	100

PMMA (Plexiglas) 3.3-3.9

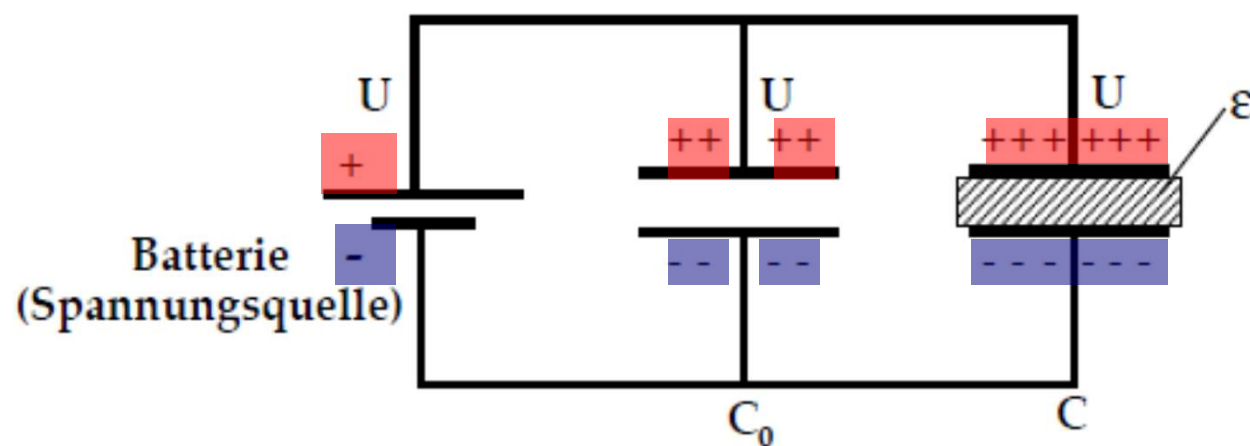
Die Anwesenheit eines Dielektrikums ändert nichts an der Definition der Kapazität und es gilt weiterhin

$$q = C \cdot U$$

## Einfluss des Dielektrikums auf $q$ und $U$ eines Kondensators

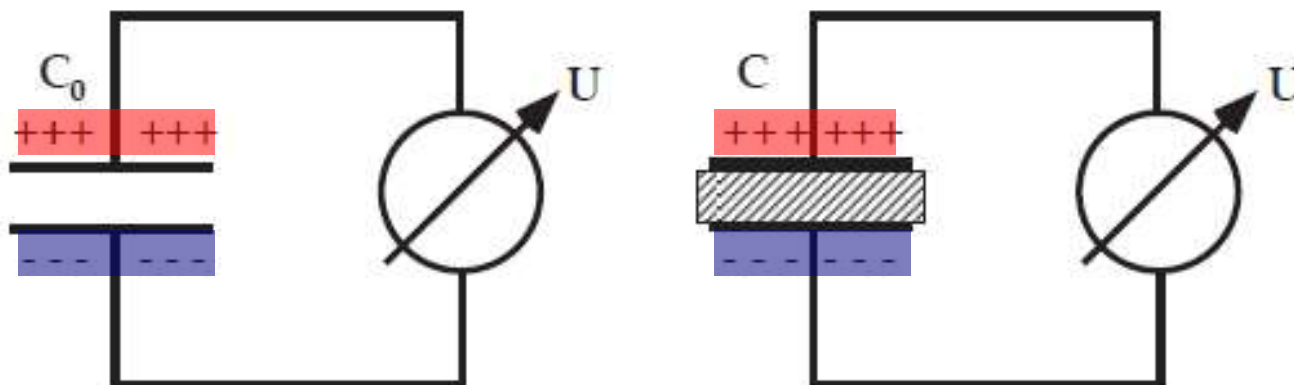
- zwei Kondensatoren mit derselben Spannung  $U$

$$\frac{C}{C_0} = \epsilon$$



wegen  $q = C \cdot U$  ist die Ladung auf den Kondensatorplatten von  $C$  um den Faktor  $\epsilon$  grösser als auf  $C_0$

- zwei Kondensatoren mit derselben Ladung  $q$



wegen  $U = \frac{q}{C}$  ist die Spannung  $U$  an  $C$  um den Faktor  $1/\epsilon$  kleiner als auf  $C_0$

Exp: Plattenkondensator mit Plexiglasplatte

Änderung der Energie im geladenen Kondensatoren beim Einfügen eines Dielektrikums:

- $U = \text{konstant}$

$$E_0 = \frac{1}{2} C_0 U^2$$

(siehe Abschnitt 5.4)

→

mit Dielektrikum

$$E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon C_0 U^2$$

die Energie ist um einen Faktor  $\epsilon$  grösser

- $q = \text{konstant}$

$$E_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{C_0} q^2$$

→

$$E = \frac{1}{2} \frac{1}{C} q^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon C_0} q^2$$

die Energie ist um einen Faktor  $1/\epsilon$  kleiner

## Mikroskopische Betrachtung des Dielektrikums

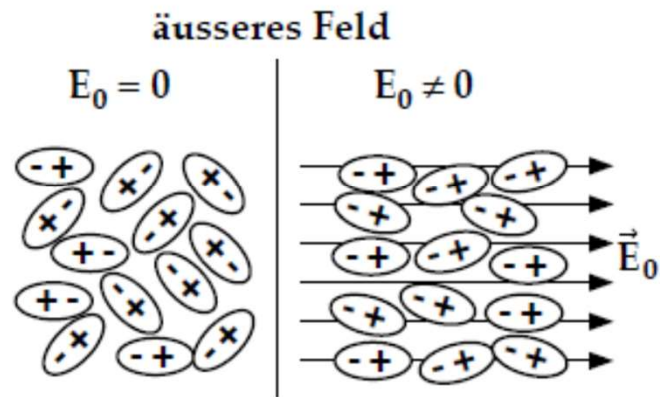
Wir unterscheiden zwei Arten von Dielektrika:

- Dielektrika, die aus Molekülen mit einem Dipolmoment  $\vec{p}$  bestehen und
- Isolatoren, deren Atome durch die Anwesenheit eines äusseren  $\vec{E}$ -Feldes polarisiert werden und dadurch dann auch ein Dipolmoment besitzen (induzierte Dipole).

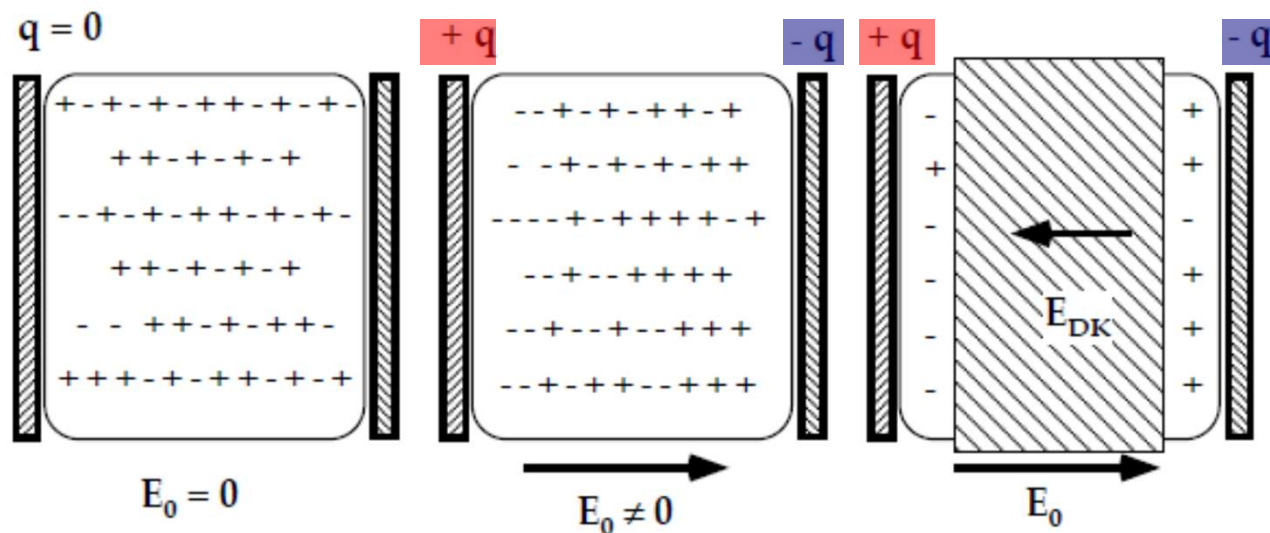


# Dielektrikum in einem $\vec{E}$ -Feld

Beim Anlegen eines äusseren Feldes richten sich die Dipolmomente  $\vec{p}$  bevorzugt in der Richtung des  $\vec{E}$ -Feldes aus.



Die thermische Bewegung der Moleküle verhindert eine perfekte Ausrichtung der Moleküle.



Die Ladungen an der Oberfläche des Dielektrikums bewirken ein kompensierendes E-Feld  $E_{DK}$  das dem äusseren Feld  $E_0$  entgegengesetzt ist.

Das resultierende Feld beträgt dann

$$E = E_0 - E_{DK}$$

Da  $U = E \cdot d$ , reduziert sich die Spannung  $U$  beim Einschieben eines Dielektrikums zwischen die Kondensatorplatten, was wir oben bereits phänomenologisch diskutiert haben.

Auch die Coulombkraft auf eine Ladung  $q_0$  wird durch die Anwesenheit eines Dielektrikums abgeschwächt. Da

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

bewirkt die Reduktion des Netto-E-Feldes durch das Dielektrikum auf  $E = E_0 - E_{DK}$  auch eine Reduktion der Kraft. Da das E-Feld um einen Faktor  $1/\epsilon$  reduziert wird, beträgt die Coulombkraft

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \frac{q_1 \cdot q_1}{r^2}$$

## Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten

Da die thermische Bewegung der Moleküle einer perfekten Ausrichtung in einem äusseren Feld entgegenwirkt, ist leicht einzusehen, dass die Dielektrizitätskonstante bei diesen Stoffen mit zunehmender **Temperatur stark abnimmt**.

Die Dielektrizitätskonstante von Stoffen mit induzierten Dipolen ist **nicht temperaturabhängig**. Dafür hängt hier die Dielektrizitätskonstante vom äusseren Feld ab.

# 6. Der elektrische Strom

306-1

## 6.1 Definition des elektrischen Stromes

Definition:

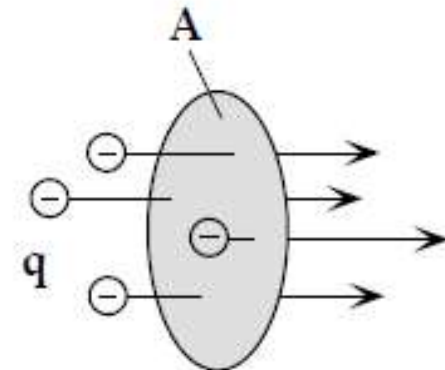
Der elektrische Strom  $I$  durch einen festgelegten Querschnitt ist gegeben durch

$$I = \frac{dq}{dt}$$

oder falls der elektrische Strom zeitunabhängig ist

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Einheit:  $1 \text{ Ampère} = 1 \text{ A} = 1 \frac{\text{Coulomb}}{\text{Sekunde}}$



Die Stromstärke 1 Ampère ist eine der sieben SI Basiseinheiten.

Definition:

Die elektrische Stromdichte  $i$  durch einen Querschnitt  $A$  ist gegeben durch

$$i = \frac{I}{A} = \frac{dq}{dt} \cdot \frac{1}{A}$$

Einheit:  $1 \frac{A}{m^2}$

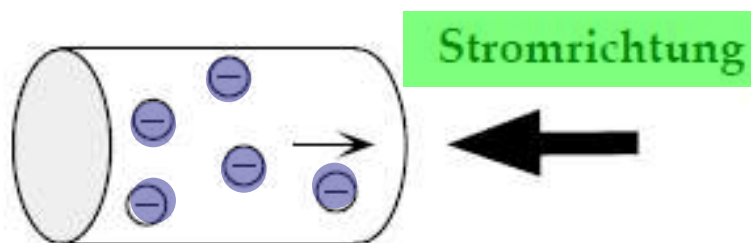
Exp: Strom ist bewegte Ladung



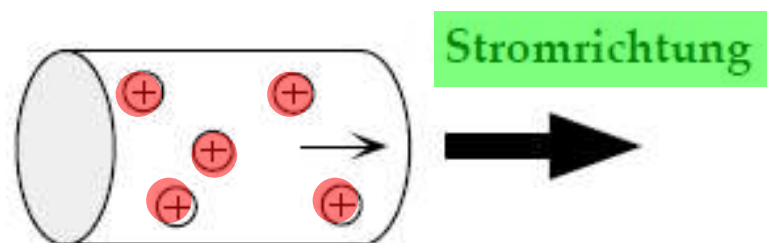
## Konvention der Stromrichtung

Die Stromrichtung ist bestimmt durch die Bewegungsrichtung der positiven Ladungsträger

*Beispiele:*



Elektronen in einem metallischen Leiter



H<sup>+</sup> Ionen in einem Elektrolyten

Ein elektrischer Strom liegt also immer dann vor, wenn Ladung transportiert wird. Da elektrische Ladung an Materie gebunden ist (Elektronen, Protonen, Ionen) ist mit dem elektrischen Strom auch ein Materietransport verbunden.

Ein elektrischer Strom in Materie mit frei beweglichen Ladungsträgern kommt durch Anlegen einer elektrischen Spannung  $U$  (und damit eines elektrischen Feldes) zustande. Ladungen können jedoch auch im Vakuum transportiert werden, z. B. als Elektronenstrahlen, wobei die Elektronen durch ein elektrisches Feld beschleunigt werden können.

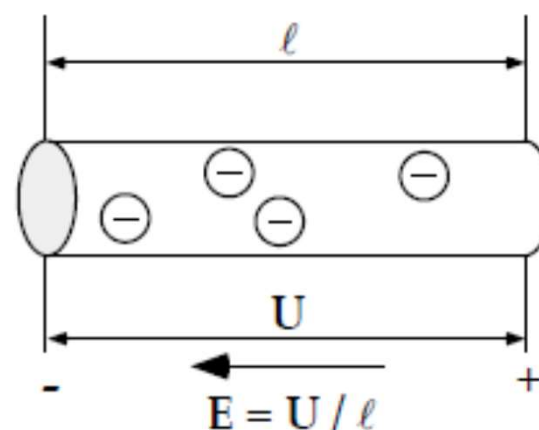
Exp: Ionisiertes Gas leitet den el. Strom

## 6.2 Elektrische Ströme in Materie

Legen wir an einen elektrischen Leiter der Länge  $\ell$  eine konstante Spannung  $U$  an, so fließt ein konstanter elektrischer Strom  $I$ .

Auf die Elektronen wirkt eine beschleunigende Kraft

$$\vec{F} = -e \vec{E}$$



Da die Elektronen Stöße mit dem Ionengitter machen, stellt sich eine stationäre mittlere Geschwindigkeit der Elektronen ein, die **Driftgeschwindigkeit  $v_D$** .  
(Analogie: Driftgeschwindigkeit einer fallenden Kugel in viskoser Flüssigkeit)

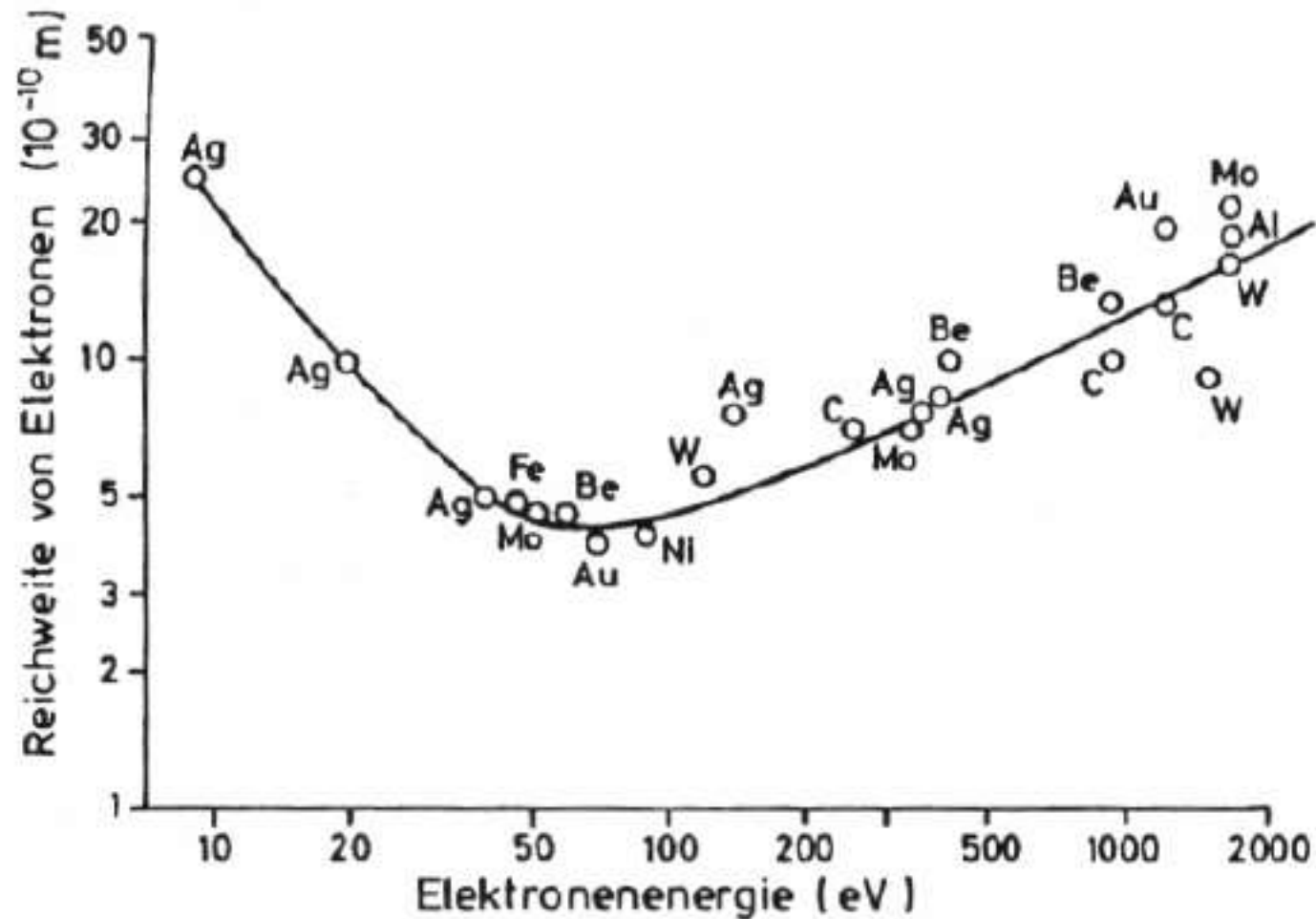


Abbildung 5.4: typische mittlere freie Weglänge für Elektronen in einem Festkörper (Metall); andere organische Materialien zeigen eine Tendenz zu größeren mittleren freien Weglängen im Vergleich zur Universalkurve [aus M. Henzler, W. Göpel, „Oberflächenphysik des Festkörpers“, S. 100, Teubner, Stuttgart 1994].

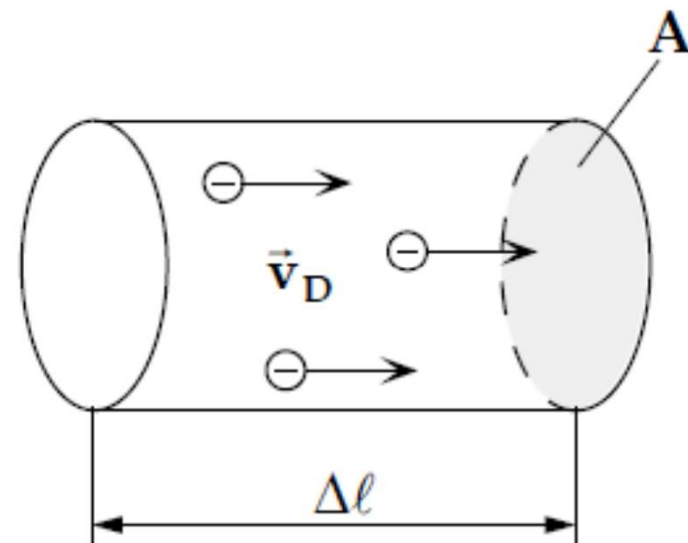
Wir betrachten das Volumen

$$\Delta V = A \cdot \Delta \ell$$

und die darin enthaltenen  
Elektronen, die zum Strom  $I$   
beitragen

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{e n \Delta V}{\Delta t} = e n A \underbrace{\frac{\Delta \ell}{\Delta t}}_{v_D}$$

$$I = e n A v_D$$



oder für die Stromdichte

$$i = \frac{I}{A} = e n v_D$$

$n$ : Dichte der Leitungselektronen  
(Elektronen, die zur Leitung beitragen)  
 $e$ : Elementarladung ( $1.602 \cdot 10^{-19} \text{C}$ )



**Beispiel:** Kupferdraht  $A = 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$   
 $I = 1 \text{ A}$   
 $n = 1 \text{ Elektron/Cu-Atom}$

$$A_{\text{Cu}} = 64 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

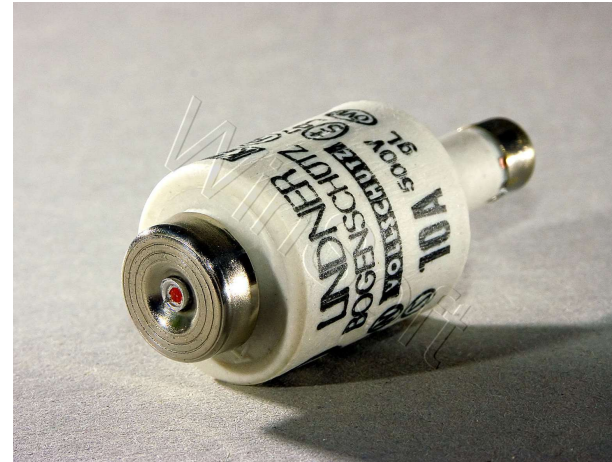
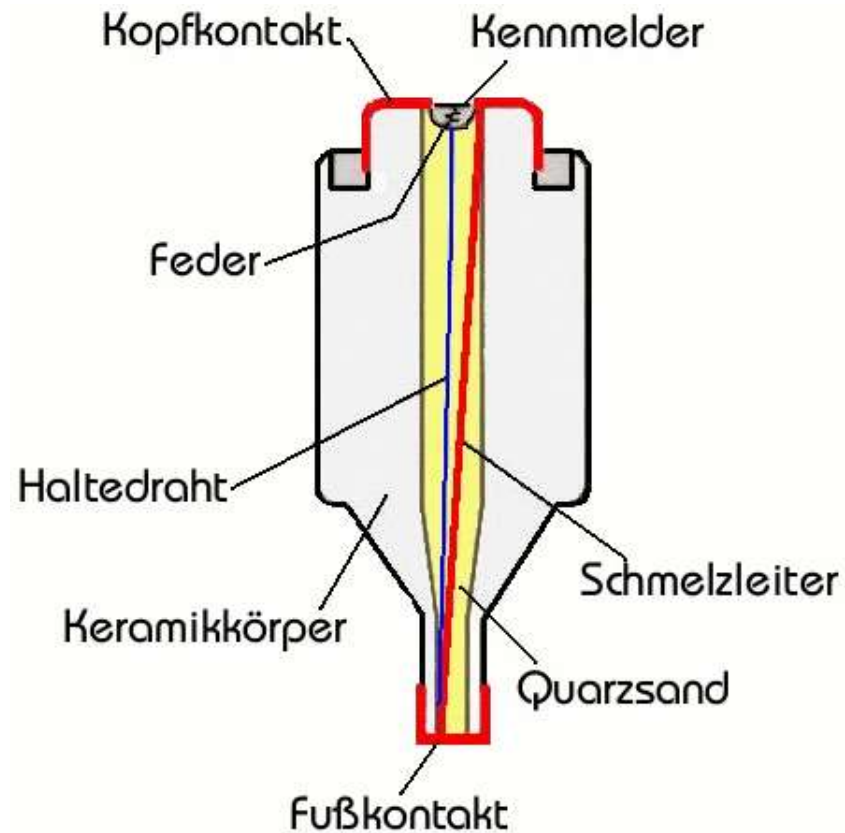
$$\rho_{\text{Cu}} = 9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$n = \frac{N_{\text{A}} \cdot \rho_{\text{Cu}}}{A_{\text{Cu}}} = \frac{6.02 \cdot 10^{23} \cdot 9 \cdot 10^3}{64 \cdot 10^{-3}} = 8.5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$v_{\text{D}} = \frac{I}{e \cdot n \cdot A} = \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 8.5 \cdot 10^{28} \cdot 10^{-6}} = 7.4 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

$$= 0.074 \text{ mm/s}$$

# Schmelzsicherungen



16A und 1mm<sup>2</sup>  
Stromdichte:  $i=1.6 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$

## Definition

Der elektrische Widerstand  $R$  eines Leiters ist gegeben durch

$$R = \frac{U}{I}$$

Einheit:  $1 \text{ Volt/Ampère} = 1 \text{ Ohm} = 1 \Omega$

## Definition

Der spezifische elektrische Widerstand  $\rho$  eines Materials ist gegeben durch

$$\rho = \frac{E}{i}$$

Einheit:  $1 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{A}} = 1 \Omega \cdot \text{m}$

## Definition

Die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  ist definiert durch

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Einheit:  $1 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1} = 1 \frac{\text{Siemens}}{\text{Meter}} = 1 \frac{\text{S}}{\text{m}}$

Mit den letzten beiden Definitionen kann die Stromdichte  $i$  auch geschrieben werden

$$i = \frac{1}{\rho} \cdot E = \sigma \cdot E$$

## Zusammenhang R und $\rho$

$$\rho = \frac{E}{i}$$

$$\rho = \frac{U}{\ell} \cdot \frac{1}{I/A}$$

$$\frac{U}{I} = \frac{\rho \cdot \ell}{A} = R$$

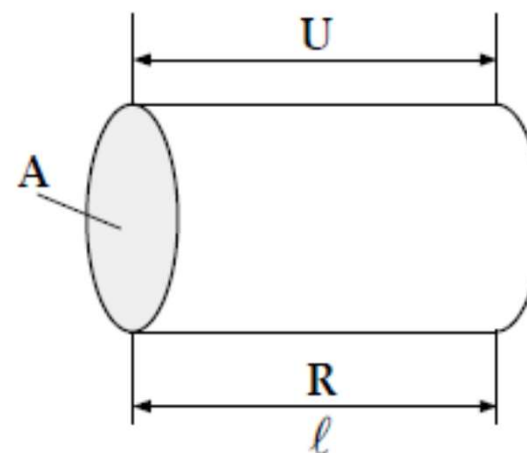


Tabelle: elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$ , spezifischer Widerstand  $\rho$  und deren Temperaturkoeffizienten  $\alpha$  von einigen Materialien.

$$U = R \cdot I$$

Stoff	elektrische Leitfähigkeit	spez. Widerstand	$\alpha$ - Parameter
	[ S·m <sup>-1</sup> ]	[ $\Omega$ ·m]	[1/°C]
Silber	$6.25 \cdot 10^7$	$1.6 \cdot 10^{-8}$	0.0061
Kupfer	$5.88 \cdot 10^7$	$1.7 \cdot 10^{-8}$	0.0068
Aluminium	$3.12 \cdot 10^7$	$3.2 \cdot 10^{-8}$	0.0043
Eisen	$1.15 \cdot 10^7$	$8.7 \cdot 10^{-8}$	0.0065
Konstantan	$0.20 \cdot 10^7$	$50 \cdot 10^{-8}$	$(-8 \text{ bis } +4) \cdot 10^{-5}$
Graphit	$10^4 \text{ bis } 10^5$	$10 \text{ bis } 100 \cdot 10^{-6}$	-0.0005
Germanium	$2.17 \cdot 10^{-4}$	4600	
Silizium	$4.34 \cdot 10^{-8}$	$2.3 \cdot 10^7$	
Blut	0.625	1.6	
Muskelg.	0.5	2	
Glas	$10^{-13}$	$10^{13}$	
Hartgummi	$10^{-17}$	$10^{17}$	



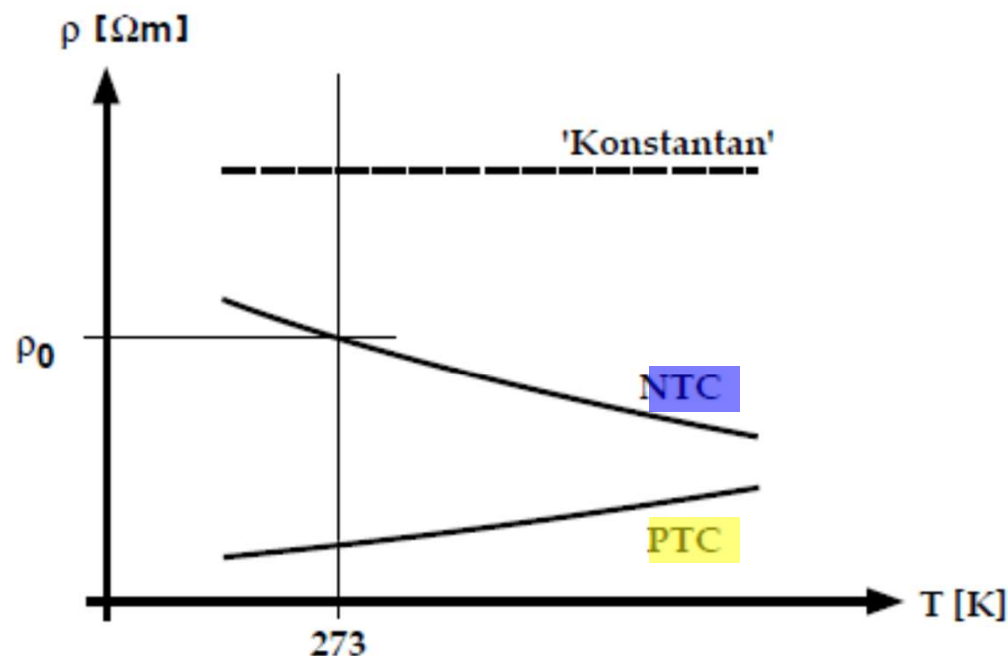
Der elektrische Widerstand ist temperaturabhängig. Die Variation von  $\rho$  (oder R) kann berechnet werden nach

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

Dabei setzt man voraus, dass im betrachteten Temperaturbereich eine lineare Abhängigkeit besteht.

Der Temperaturkoeffizient  $\alpha$  ist bei den meisten Metallen positiv, d.h. der elektrische Widerstand R nimmt mit zunehmender Temperatur zu (PTC - Leiter oder 'Kaltleiter').

Es gibt aber auch Stoffe, die einen negativen Temperaturkoeffizienten aufweisen (NTC - Leiter oder 'Heissleiter').



Exp: Ohmscher Leiter, Photowiderstand, NTC Heissleiter, PTC Kaltleiter

## Supraleitung

Viele Substanzen zeigen unterhalb einer kritischen Temperatur  $T_c$  supraleitendes Verhalten ( $\Rightarrow$  'Supraleiter'). Unterhalb  $T_c$  fällt der elektrische Widerstand auf Null ab.

Die Supraleitung wurde am Quecksilber 1911 durch Kamerlingh Onnes entdeckt.

J. G. Bednorz und K. A. Müller erhielten 1987 für die Entdeckung der Hochtemperatur-supraleiter den Nobelpreis.

Exp: schwebender Supraleiter

a) Supraleiter auf 4 Magneten b) Magnet auf Supraleiter (rotiert)

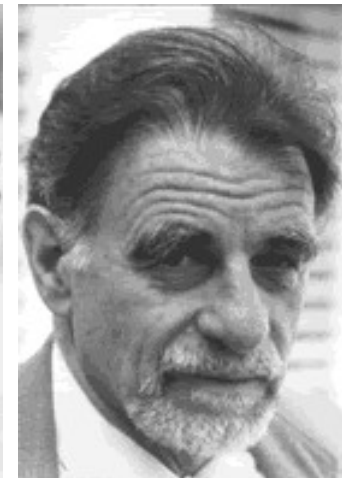
# Supraleitung



Kammerlingh Onnes  
Nobelpreis 1913

Supraleiter wie Blei:

-269°C

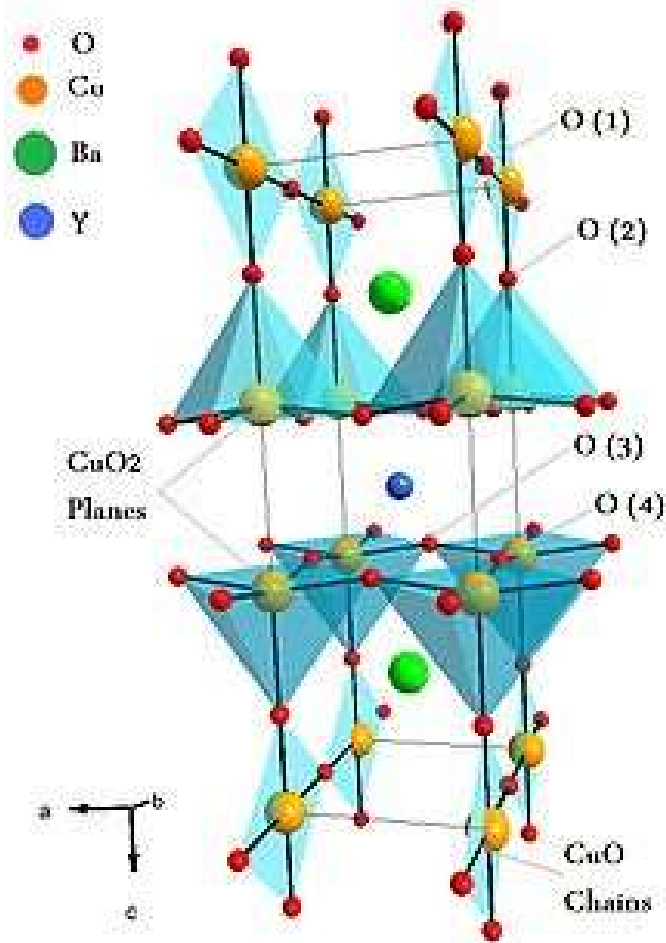


G. Bednorz    K. A. Müller  
Nobelpreis 1987

Hochtemperatursupraleiter YBaCuO:

-183 °C

# Hochtemperatur-Supraleiter



Hochtemperatursupraleiter  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-d}$ :

$T_c = -183\text{ }^\circ\text{C} = 90\text{K}$

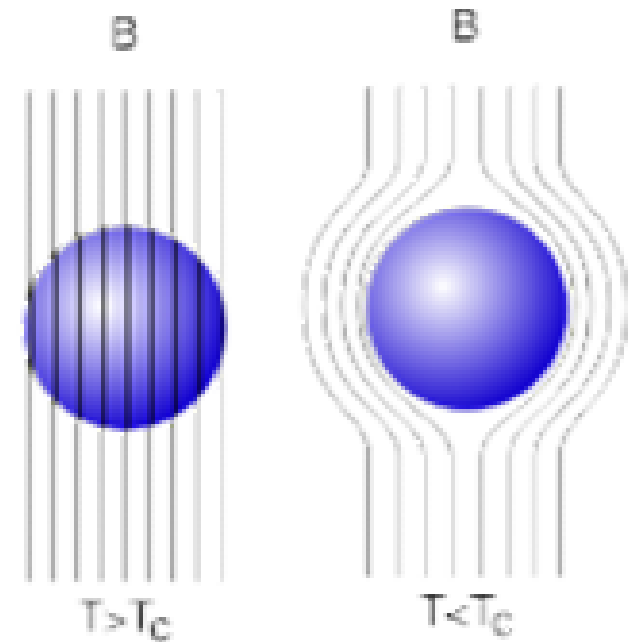
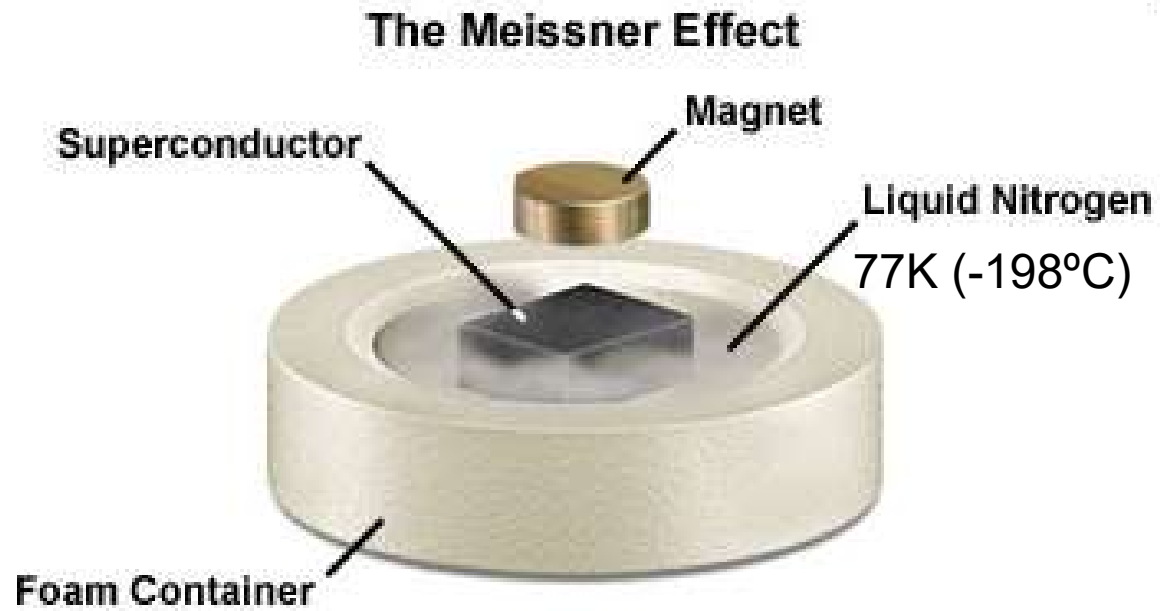
# Meissner-Ochsenfeld Effekt



Mit Supraleitern kann man Magnete zum Schweben bringen



# Meissner-Ochsenfeld Effekt

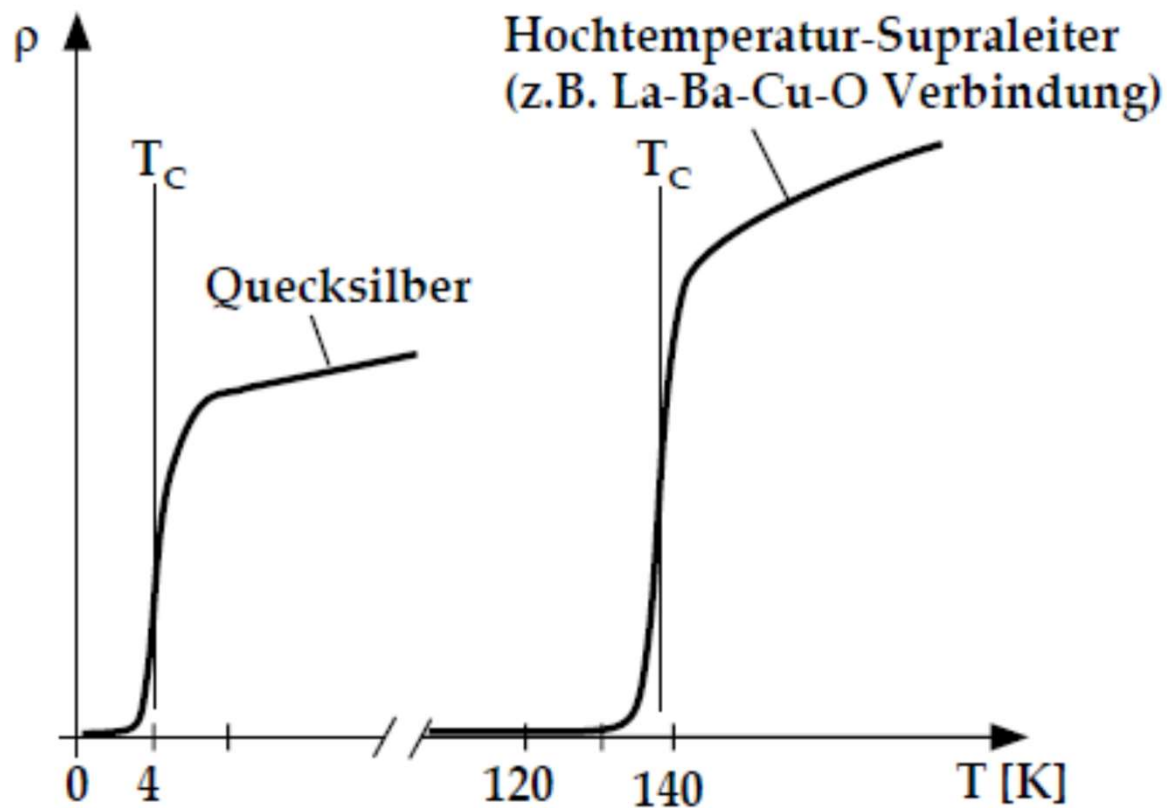


# Magnetschwebebahn



Reibungsverlusten führen zu riesigen Energieverlusten  
Abrieb ist neben den ökonomischen auch ein ökologisches  
Problem:

Abrieb von Eisenrädern und Pneus in 10 '000 Tonnen/Jahr  
⇒PM-10-Emission (Partikel mit Grössen kleiner 10Mikrometer)



$T_c$ : Sprungtemperatur der Supraleitung

Strom fließt ohne Widerstand!

Exp: Widerstand von supraleitendem Draht

## 6.3 Das Ohmsche Gesetz

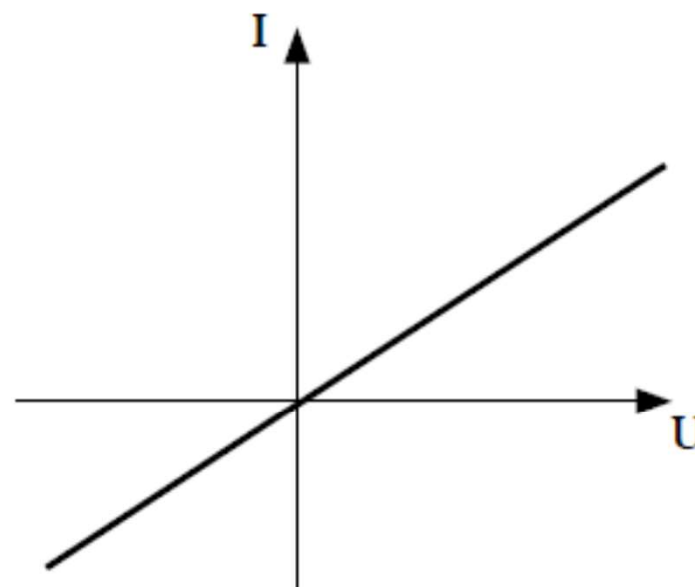
Experimentell wurde nachgewiesen, dass beim Anlegen einer Spannung  $U$  an einen elektrischen Leiter (auf konstanter Temperatur) ein Strom  $I$  resultiert, der proportional zu  $U$  ist.

$$I = \frac{1}{R} U$$

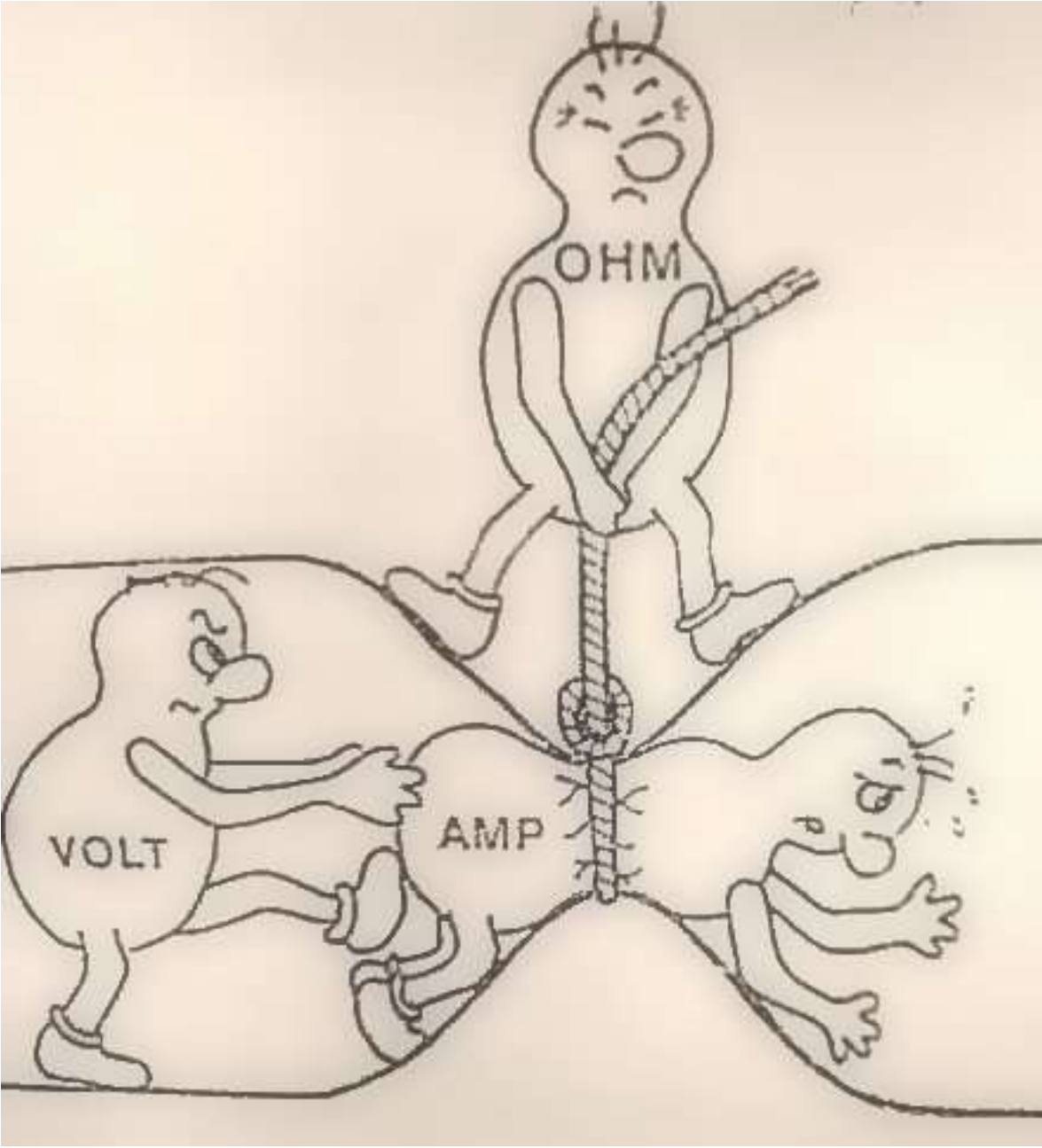
Ohmsches Gesetz  
(Georg Ohm 1789 - 1854)

Die Darstellung  $I(U)$  bezeichnet man als Kennlinie eines Leiters.

$$U = R \cdot I$$



Kennlinie eines Ohmschen Leiters

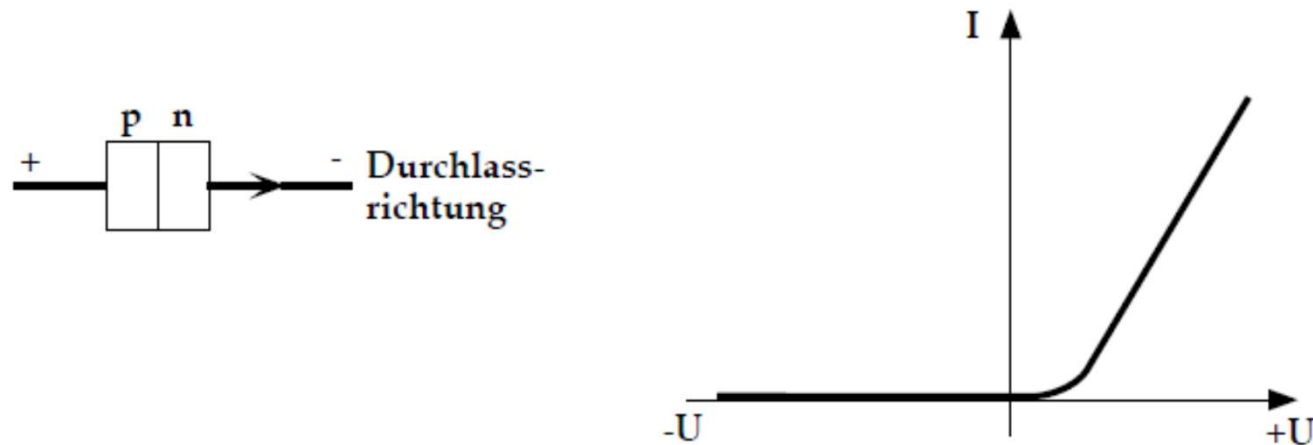




Es gibt viele Leiter, die keine lineare Kennlinie besitzen und somit kein ohmsches Verhalten zeigen.

306-8

### Kennlinie eines pn Halbleiterübergangs.

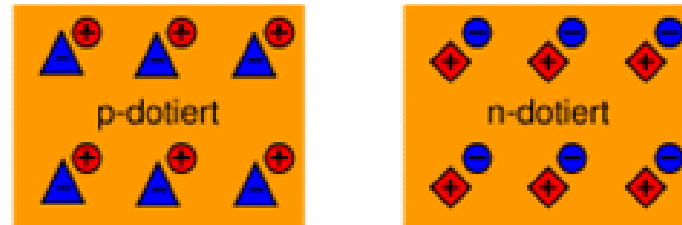


Die Kennlinie zeigt, dass der Strom **nur in einer Richtung fließen kann** (negative Polarität an n-Halbleiter). Man bezeichnet diese Anordnung als Gleichrichter oder Diode.

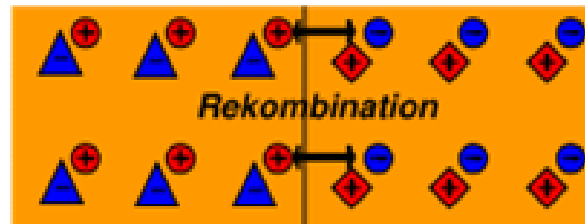
Die Diodenkennlinie wird bestimmt durch das elektrische Verhalten der Grenzfläche zwischen dem p-Typ und n-Typ Halbleiter.

# pn-Übergang

vor  
Kontakt



Kontakt

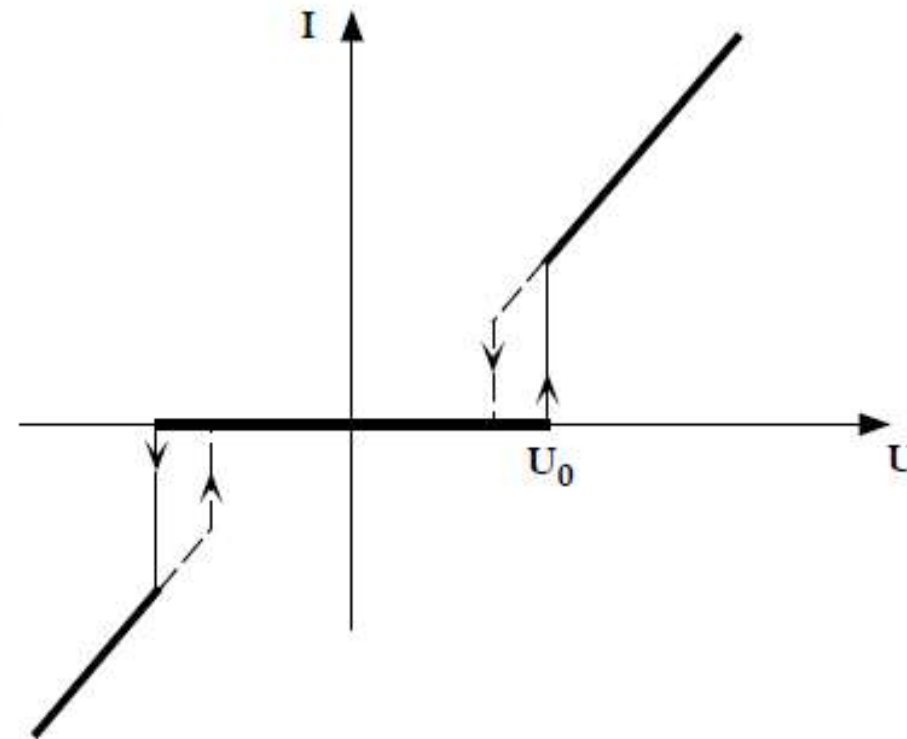


nach  
Kontakt



## Kennlinie einer Glimmlampe

Die Lampe wird gezündet sobald die Zündspannung  $U_0$  überschritten wird. Dabei wird eine grosse Zahl von Molekülen ionisiert und der Ionentransport wird dann von Ionen und Elektronen getragen.



Exp: Kennlinien: Ohmscher Widerstand, Metallfadenlampe, Kohlefadenlampe, Glimmlampe,

## 6.4 Metalle - Halbleiter - Isolatoren

**Isolatoren** besitzen spezifische Widerstände im Bereich von  $\rho > 10^{10} \Omega \cdot \text{m}$  ( $\sigma < 10^{-10} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ ).

Sie können den elektrischen Strom nicht leiten, weil sie keine frei beweglichen Ladungsträger besitzen. So sind z.B. die Valenzelektronen in Oxiden atomar lokalisiert und können deshalb nicht zur Leitfähigkeit beitragen.

**Halbleiter** besitzen spezifische Widerstände im Bereich von  $10^{-5} - 10^{10} \Omega \cdot \text{m}$ .

Charakteristisch ist hier die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit, die mit zunehmender Temperatur stark zunimmt wie

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{E_a}{kT}}$$

$\sigma_0$ : Leitfähigkeitsvorfaktor

$E_a$ : Aktivierungsenergie

$k$ : Boltzmann Konstante

Halbleitermaterialien sind Elemente oder Verbindungen mit (durchschnittlich) 4 Valenzelektronen pro Atom. Der Leitfähigkeitstyp (n- Typ oder p- Typ) wird bestimmt durch die Wertigkeit der Dotierungsatome im Halbleiter (5-wertige oder 3-wertige Elemente).

**Metalle** besitzen spezifische Widerstände im Bereich von  $1.59 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  (Silber) bis einige  $10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ .

Die hohe Leitfähigkeit kommt durch die metallische Bindung zustande. Die Valenzelektronen sind nicht lokalisiert sondern können sich mehr oder weniger frei im Metall bewegen. Bei den Edelmetallen Cu, Ag und Au tragen je etwa 1 Elektron/Atom zu den Leitungselektronen bei.



## 6.5 Ströme in Elektrolyten

### Der Begriff der Ladungsträgerbeweglichkeit

Die Stromdichte  $\mathbf{i}$  lässt sich nach Abschnitt 6.2 durch die Driftgeschwindigkeit ausdrücken

$$\mathbf{i} = \frac{\mathbf{I}}{\mathbf{A}} = e \cdot n \cdot v_D$$

und andererseits durch die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$

$$\mathbf{i} = \sigma \cdot \mathbf{E}$$

Damit können wir  $\sigma$  ausdrücken durch

$$\sigma = e \cdot n \frac{v_D}{E} = e \cdot n \cdot b$$

die Grösse  $b$  wird als **Beweglichkeit der Ladungsträger** bezeichnet

$$b = \frac{v_D}{E}$$

Einheit von  $b$ :  $1 \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}$

In verschiedenen Stoffen, wie z.B. Halbleiter oder Elektrolyten, tragen sowohl negative Ladungsträger (Elektronen, negative Ionen) wie positive Ladungsträger ('Löcher' im Falle der Halbleiter, positive Ionen) zur Stromleitung bei. Jeder Ladungsträgertyp besitzt dann im betreffenden Stoff eine charakteristische Beweglichkeit.

Zur gesamten Leitfähigkeit  $\sigma$  tragen die Ströme der einzelnen Ladungsträger bei:

$$\sigma = \sigma^+ + \sigma^- = z^+ \cdot e \cdot n^+ \cdot b^+ + z^- \cdot e \cdot n^- \cdot b^-$$

Dabei bedeuten

- $z^+, z^-$  Wertigkeit der positiven bzw. negativen Ionen
- $e$  elektrische Elementarladung ( $6.02 \cdot 10^{-19} \text{C}$ )
- $n^+, n^-$  Konzentration der positiven bzw. negativen Ladungsträger

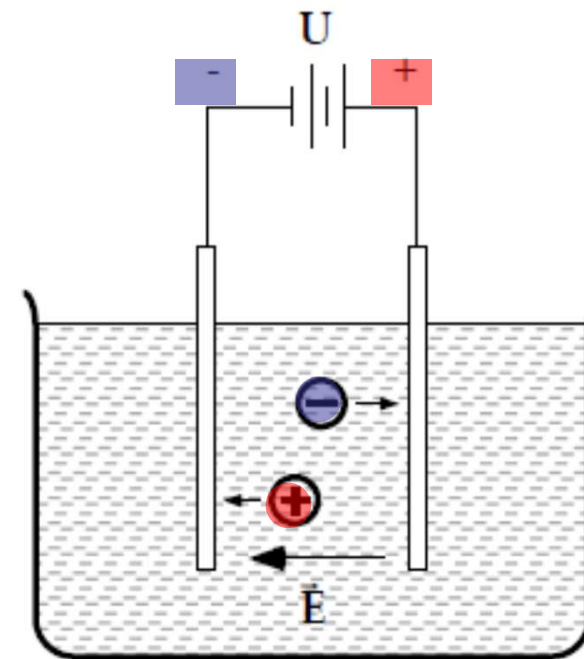
Tabelle : Ladungsträgerbeweglichkeit in einigen festen Stoffen und wässrigen Lösungen

Stoff	Elektronen [cm <sup>2</sup> / Vs]	Löcher [cm <sup>2</sup> / Vs]	wässrige Lösung (20°C) [cm <sup>2</sup> / Vs]	
Diamant	1800	1200	H <sup>+</sup>	3.26 · 10 <sup>-3</sup>
Silizium	1900	425	Li <sup>+</sup>	0.35 · 10 <sup>-3</sup>
Germanium	3900	1700	Na <sup>+</sup>	0.45 · 10 <sup>-3</sup>
GaAs	4000	240	K <sup>+</sup>	0.67 · 10 <sup>-3</sup>
Metalle	10 bis 100	-	Ca <sup>++</sup>	0.53 · 10 <sup>-3</sup>
			OH <sup>-</sup>	1.80 · 10 <sup>-3</sup>
			Cl <sup>-</sup>	0.68 · 10 <sup>-3</sup>
			SO <sub>4</sub> <sup>--</sup>	0.68 · 10 <sup>-3</sup>

Die Ionenbeweglichkeiten in Elektrolyten sind deshalb sehr klein, weil die Ionen grosse (und schwere) Solvatkomplexe bilden (Anlagerung der polaren H<sub>2</sub>O-Moleküle).

## Stofftransport in Elektrolyten

Beim Anlegen einer elektrischen Spannung an die Elektroden entsteht im Elektrolyten ein elektrisches Feld, welches die **Anionen** (negative Ionen, z.B.  $\text{Cl}^-$ ) in Richtung **Anode** (positive Elektrode) und die **Kationen** (positive Ionen, z.B.  $\text{Na}^+$ ) in Richtung **Kathode** (negative Elektrode) bewegt.



elektrolytische Zelle

An den Elektroden werden die Ionen durch Abgabe bzw. Aufnahme von Elektronen neutralisiert und an den Elektroden abgelagert (z.B. Abscheidung des Metalls) oder rekombinieren zu Gasmolekülen (z.B.  $\text{Cl}_2$ ).

Die Substanzmenge, die ausgeschieden wird ist gegeben durch :

$$n = \frac{Q}{z \cdot e} \cdot \frac{1}{N_A}$$

- n: Stoffmenge in Mol  
 Q: während des Prozesses  
 fließende Ladung ( $= \int I dt$ )  
 z: Wertigkeit des Ions  
 e: Elementarladung  
 $N_A$ : Avogadro'sche Zahl

die Grösse  $\frac{Q}{z \cdot e}$  entspricht der Anzahl der Ionen.

Die Ladung von einem Mol Elementarladungen bezeichnet man als Faradaysche Konstante F :

$$F = e N_A = 96'485 \text{ C / mol}$$

$$\Rightarrow n = \frac{Q}{z \cdot F}$$

Exp: Knallgas  $O_2$  und  $H_2$  Bildung an Anode und Kathode

Exp: Bleibaum; Bleiabscheidung bzw. aus/in Bleizuckerlösung



**Beispiel:** Ausscheidung von Silber aus Silbernitrat ( $\text{AgNO}_3$ ) - Lösung.

$$Q = 1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$$

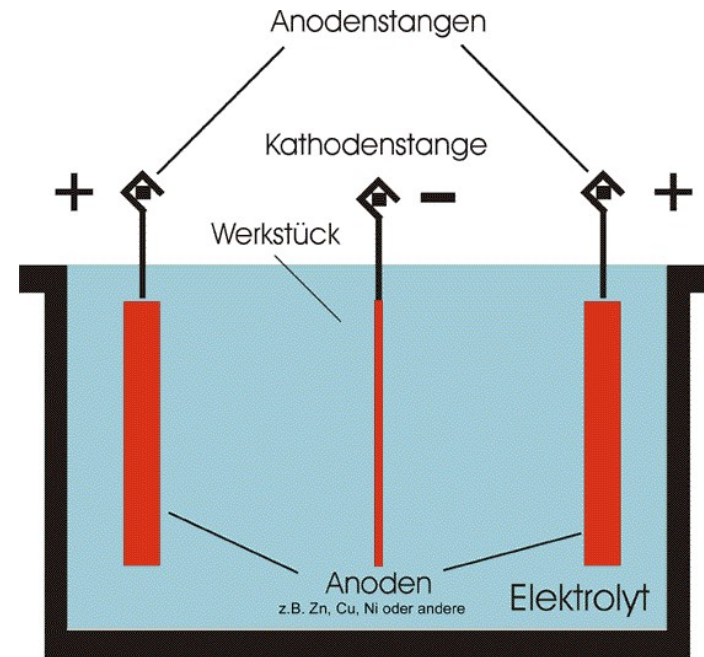
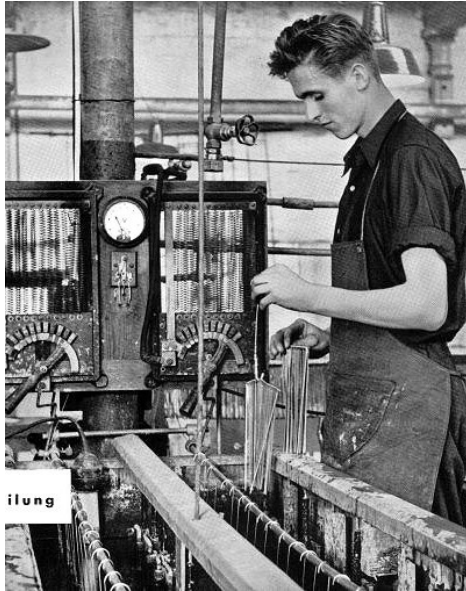
$$n = \frac{Q}{z \cdot F} = \frac{1}{1 \cdot 96485} = 1.0364 \cdot 10^{-5} \text{ Mol}$$

$$m = n \cdot A = 1.0364 \cdot 10^{-5} \cdot 107.9 \frac{\text{mol} \cdot \text{g}}{\text{mol}}$$

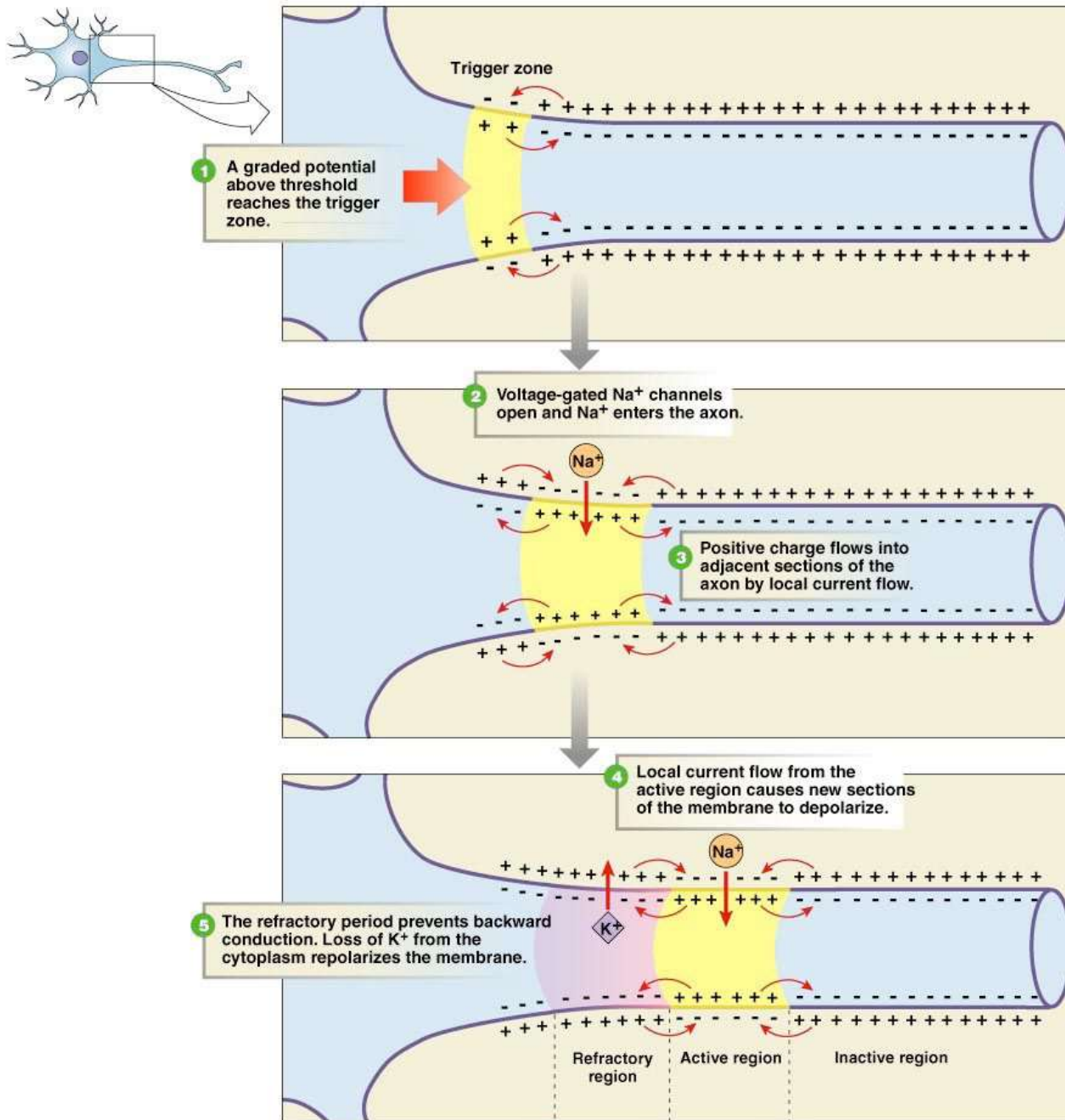
$$m = 1.118 \text{ mg}$$

(darauf beruhte früher die Definition des Ampère : Ausscheidung von 1.118 mg Ag aus  $\text{AgNO}_3$  Lösung bei 1 A in 1 s)

# Galvanisieren



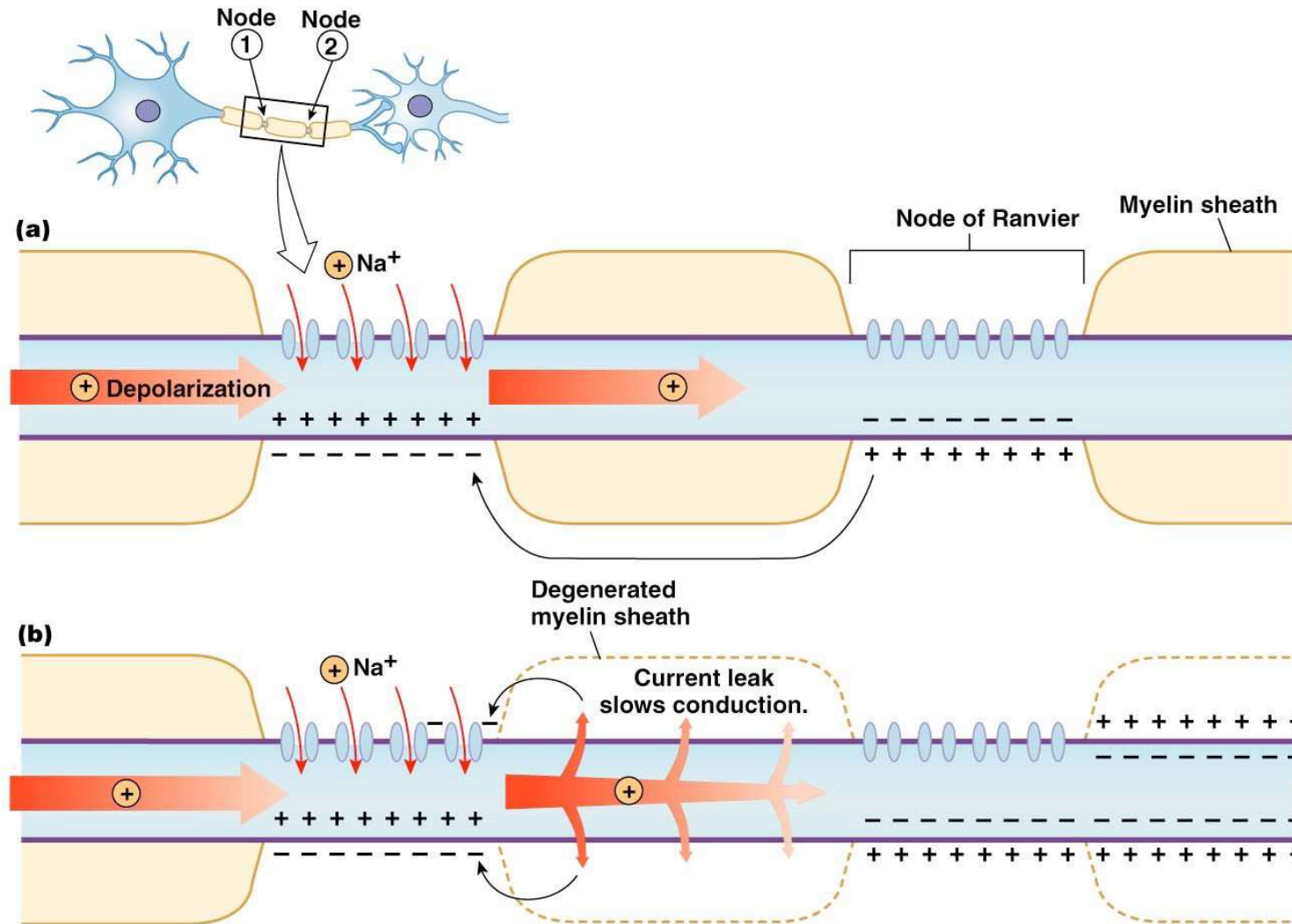
Galvanisches Bad



# Reizleitung in Nervenzellen

Tipler: Reizleitungen in Nervenzellen, S. 772-775

# Salatorische Reizleitung



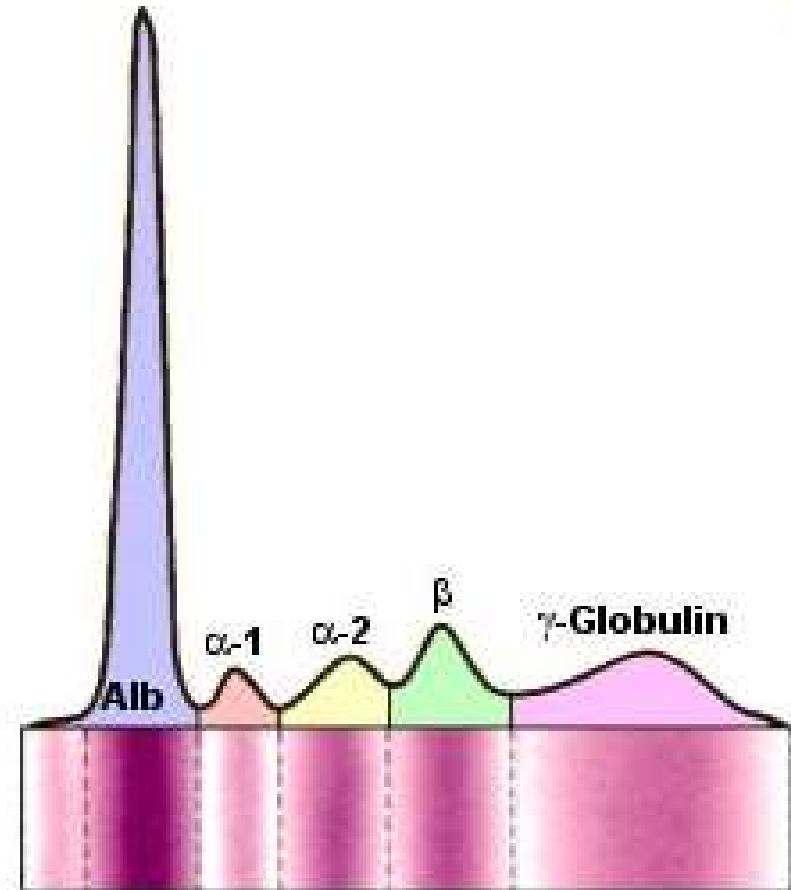
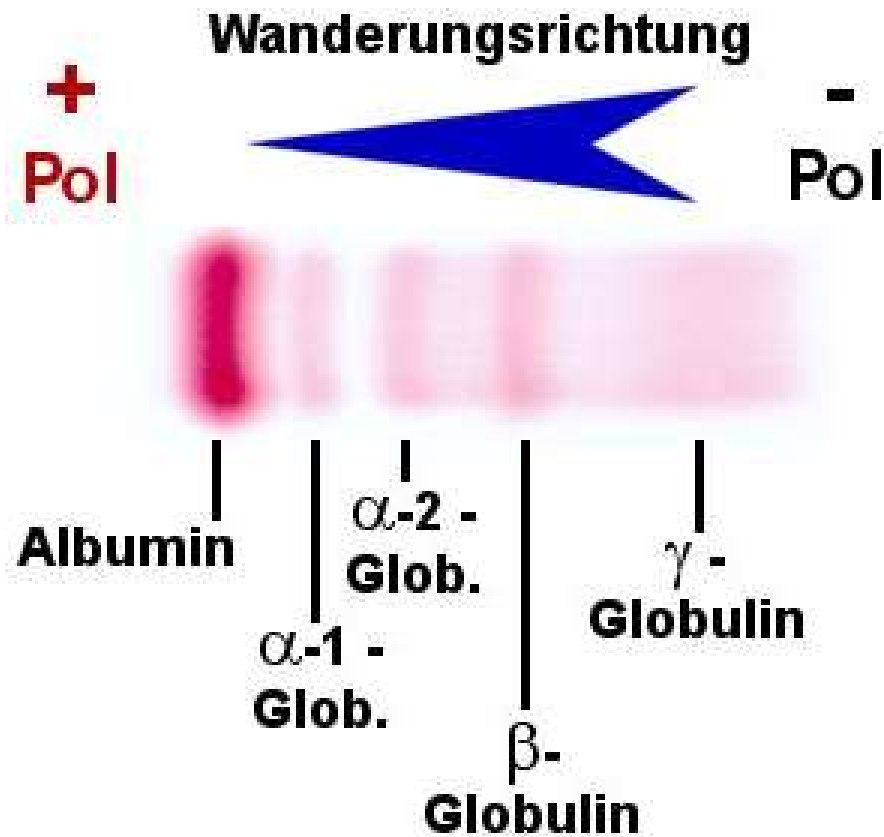


## Elektrophorese

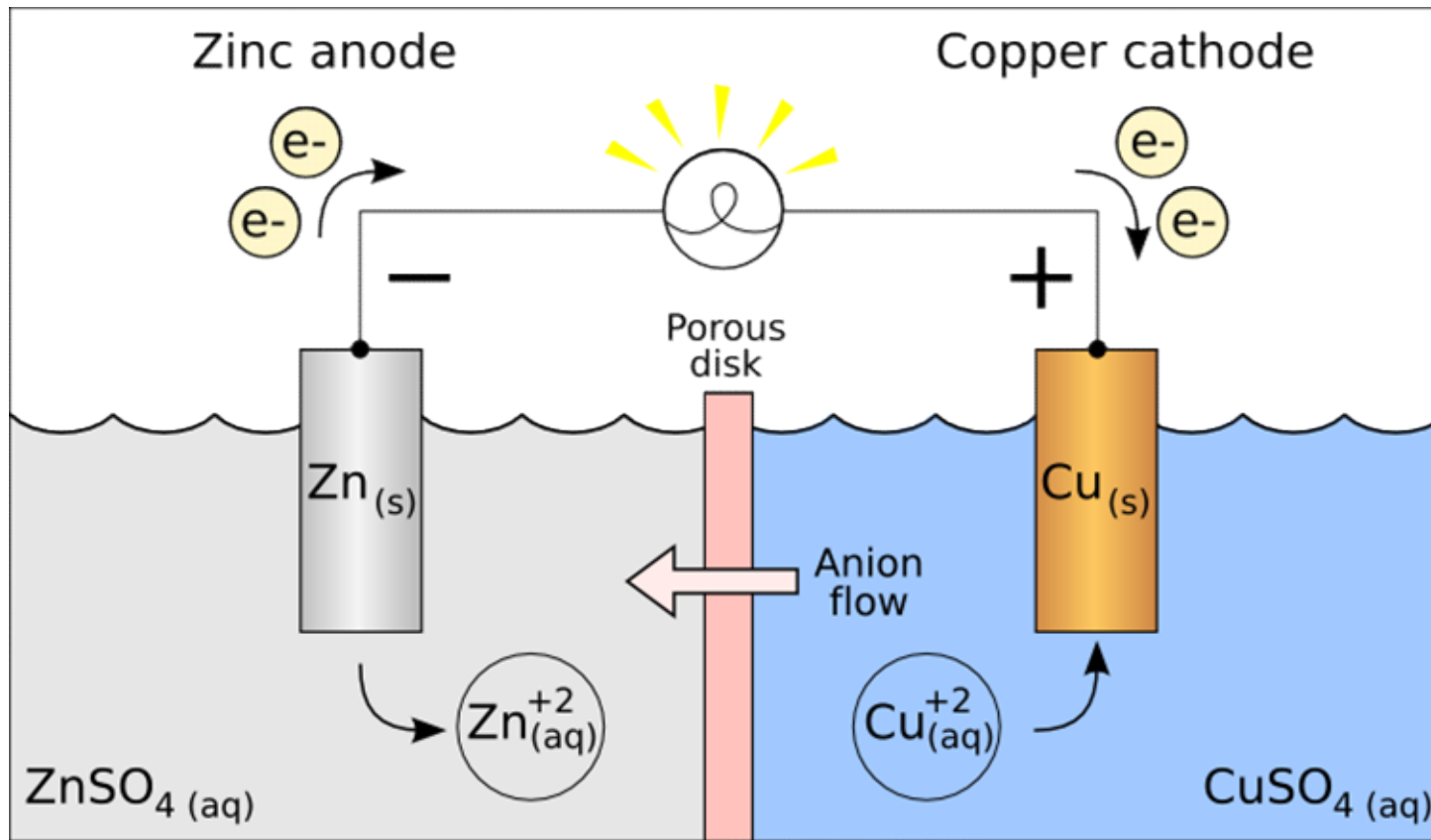
Bei der Elektrophorese werden Eiweiße (Albumin, Globulin), die in der Regel elektrisch geladen sind, in einem elektrischen Feld getrennt. Die Trennung erfolgt aufgrund der verschiedenen Beweglichkeiten  $b$  der verschiedenen Eiweiße. Diese liegen im Bereich von 1 bis  $10 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{Vs}$  und sind damit rund 100 mal kleiner als die der einfachen Ionen in Elektrolyten.



# Elektrophorese: Blutproteine



# Batterie und Galvanisches Element



Zn löst sich im Elektrolyt auf und  $\text{Zn}^{+2}$ -Ionen rekombinieren mit Anionen im Elektrolyt.  $2\text{e}^-$  stehen dann im äusseren Stromkreislauf zur Verfügung. Auf der Cu-Seite wird Cu abgeschieden.

## 6.6 Energieumwandlung in elektrischen Stromkreisen

Die Ladungsträger, die eine Potentialdifferenz  $U$  durchlaufen, nehmen dabei eine Energie  $W$  auf

$$W = q \cdot U$$

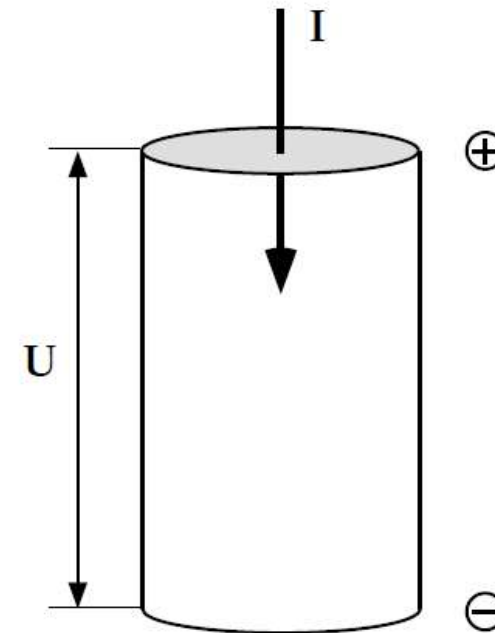
Für die Leistung  $P$  gilt dann

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{dq}{dt} U = I \cdot U$$

Dieser Zusammenhang gilt auch für Ströme und Spannungen, die zeitlich nicht konstant sind.

$$P(t) = U(t) \cdot I(t)$$

momentane Leistung

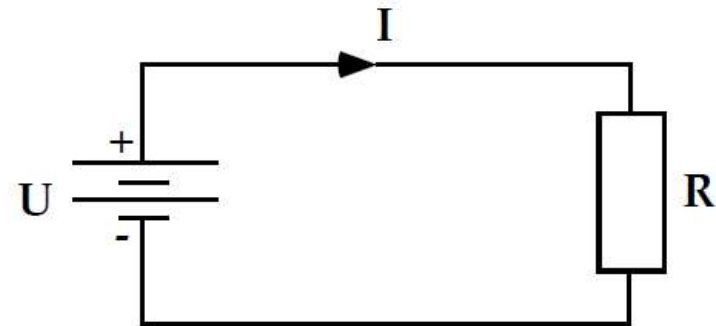


**Beispiel:** Stromkreis mit Batterie und ohmschem Widerstand

Die Batterie liefert die Spannung  $U$ .  
Damit ein Strom fließen kann braucht er einen geschlossenen Kreis. Die Verbindungen der einzelnen Elemente werden als Äquipotentialflächen betrachtet d.h. entlang den (idealen) Leitungen ist der Spannungsabfall

$$\Delta U = 0 \quad (\text{da } R_{\text{Leitung}} = 0)$$

Somit ist die Spannung an  $R$  ebenfalls  $U$  und der Strom  $I$  beträgt  $I = \frac{U}{R}$ .



Die Leistung, die am Widerstand in Wärme umgewandelt wird ist dann

$$P = UI = U \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

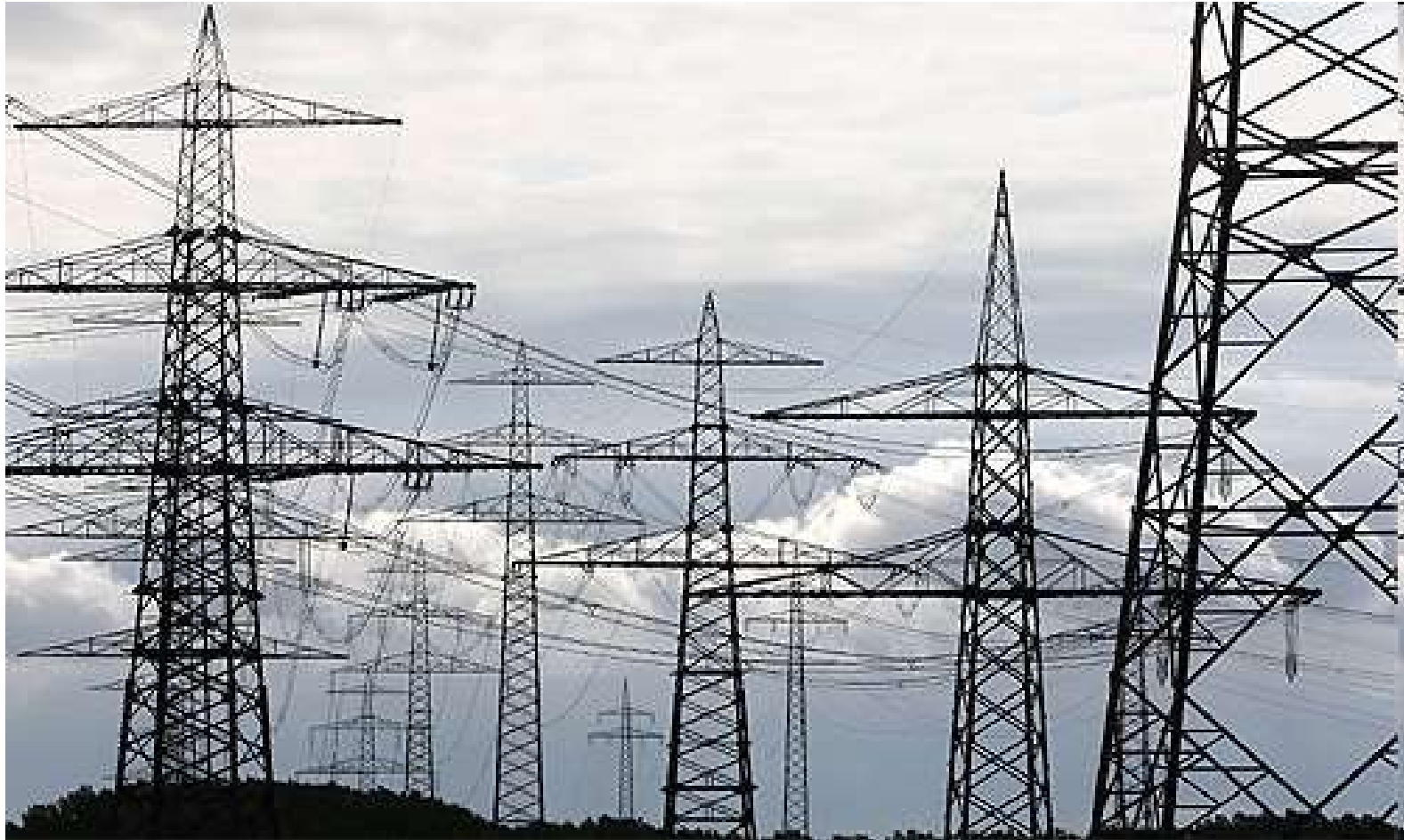
oder

$$P = UI = R \cdot I^2$$

Diese Leistung wird von der Batterie geliefert.



# Wozu dienen Hochspannungsleitungen?



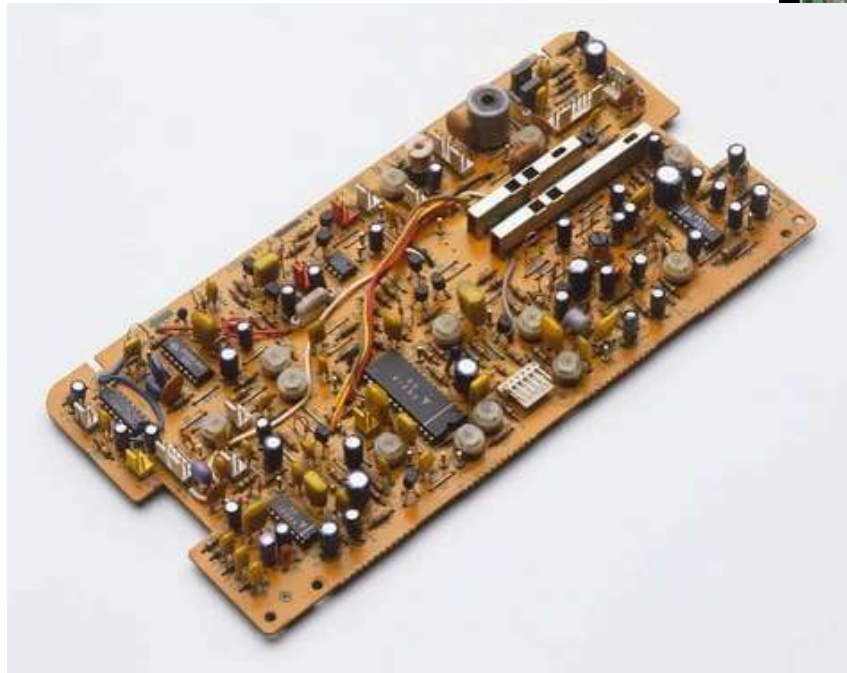
# Verluste beim Stromtransport

Netzebene	das heisst	Verlust
1	Übertragung 220 oder 380 kV	0,8%
2	Transformierung 220/380 auf 50/110 kV	0,3%
3	Übertragung 50 oder 110 kV	1,0%
4	Transformierung 50/110 auf 12/16 kV	0,6%
5	Versorgungsnetz 12 oder 16 kV	1,8%
6+7	Transformierung 12/16 auf 0,4 kV + Verteilnetz 400 V	3,9%
<b>Total</b>		<b>8,4%</b>

Quelle: E. Stocker, L. Gärtner, IWB

Bei einer Einspeisung mit 220 kV kommen also doch 8,4 % zusammen. Dazu kommen noch die technischen Verluste in der Produktion. In der Praxis dürfte es etwas weniger sein, da der Strom ja nicht von A nach B fließt, sondern sich im Netz den "Weg des geringsten Widerstands" sucht.

# Elektrische Netzwerke

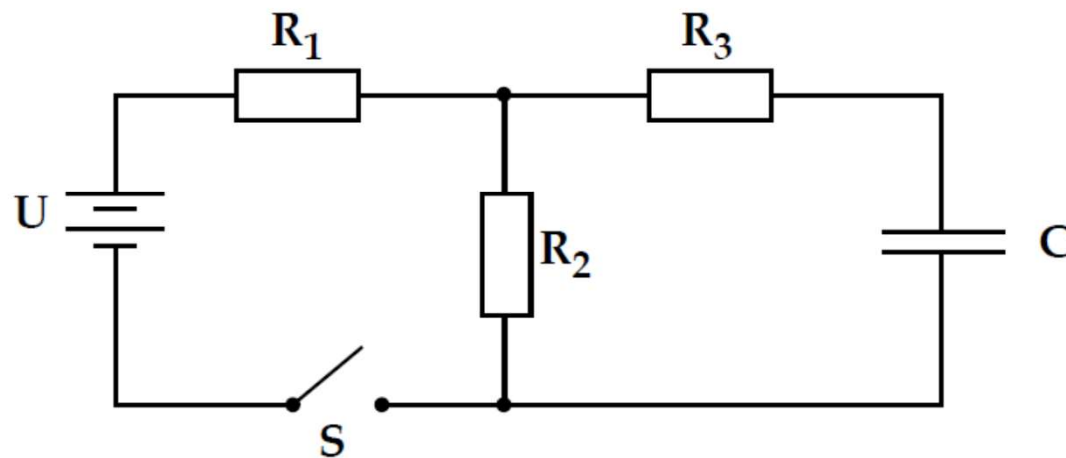


## 6.7 Elektrische Netzwerke

Elektrische Netzwerke bestehen aus Schaltungen von elektrischen Elementen wie Spannungsquellen, Widerständen, Kondensatoren u.s.w. und können aus einem oder mehreren Kreisen bestehen.

### Beispiel:

Netzwerk, das aus zwei Kreisen (oder Maschen) besteht mit Batterie ( $U$ ), Widerständen ( $R_1, R_2, R_3$ ), Kondensator ( $C$ ) und einem Schalter ( $S$ ).



Zur Berechnung der in einem Kreis auftretenden Ströme und Spannungen benützt man die

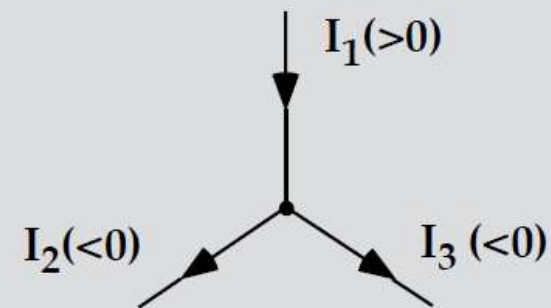
## Kirchhoffschen Regeln

(nach Gustav Robert Kirchhoff, 1824 - 1887)

### 1. Knotenregel

An jedem Verzweigungspunkt einer Schaltung ist die Summe der zufließenden Ströme ( $>0$ ) und der abfließenden Ströme ( $<0$ ) gleich Null.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

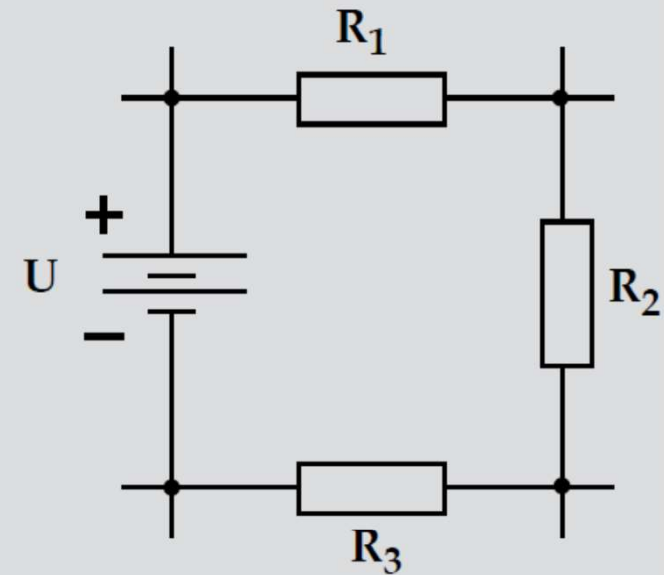




## 2. Maschenregel

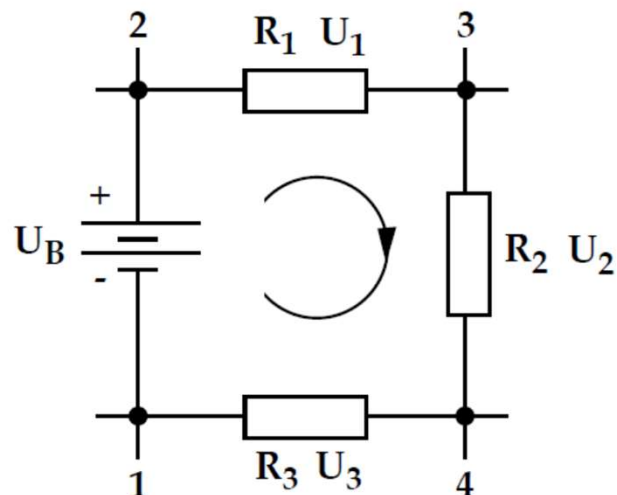
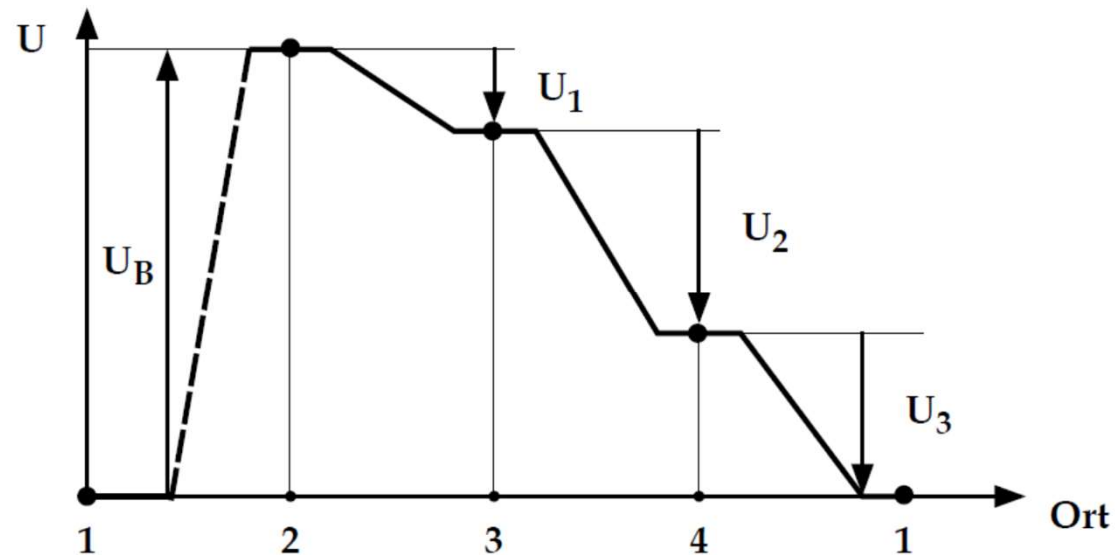
In jedem geschlossenen Stromkreis (Masche) ist die Summe der Spannungsabfälle an den einzelnen Elementen (einschliesslich der Spannungsquellen) gleich Null.

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0$$



Die Kirchhoffschen Regeln sind eine direkte Folge der **Ladungserhaltung (1. Regel)** und der **Wegunabhängigkeit in einem Potentialfeld (2. Regel)**.

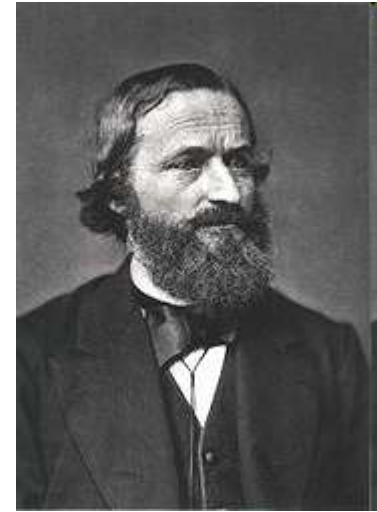
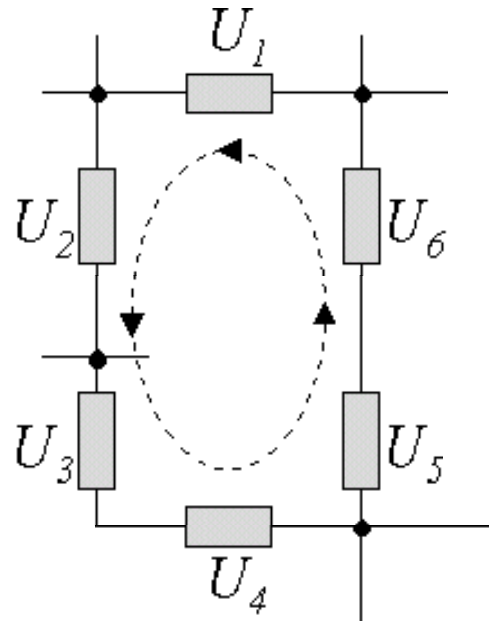
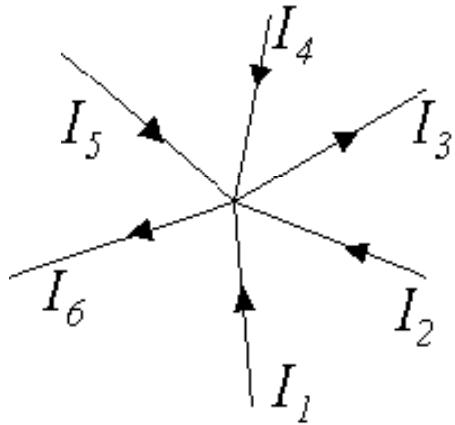
**Beispiel:** Potentialverlauf in einer Masche



Für die Masche muss eine Umlaufrichtung angenommen werden und die Vorzeichen der Spannungsabfälle müssen korrekt berücksichtigt werden :

$$U_B - U_1 - U_2 - U_3 = 0$$

# Kirchhoff'sche Regeln



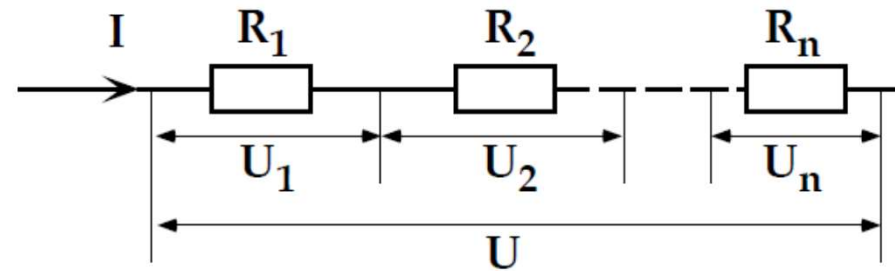
Gustav Kirchhoff  
(1824-1887)

Exp: Kirchhoffsche Regeln zeigen durch Spannungs- und Strommessungen

## Schaltungen von Ohmschen Widerständen

### Serieschaltung von Widerständen

Die Serieschaltung der Widerstände  $R_1, R_2, \dots, R_n$  soll durch einen Widerstand  $R$  ersetzt werden.



wegen der Ladungserhaltung fließt in jedem Widerstand der Strom  $I$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \dots + \frac{U_n}{I} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

Serieschaltung von Widerständen

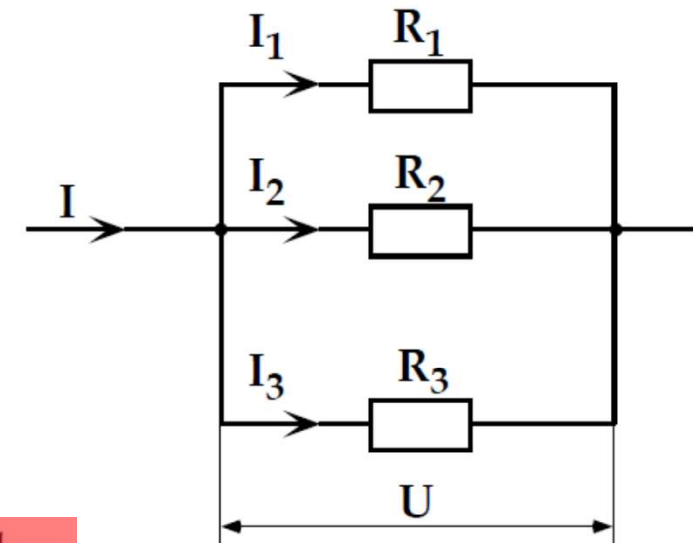
## Parallelschaltung von Widerständen

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n}$$

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

Parallelschaltung von Widerständen



an allen Widerständen  
liegt die Spannung U

Exp: Serie- und Parallelschaltung von Lampen



**Beispiel:** Stromkreis mit mehreren Maschen

Knoten K :

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Masche 1 :

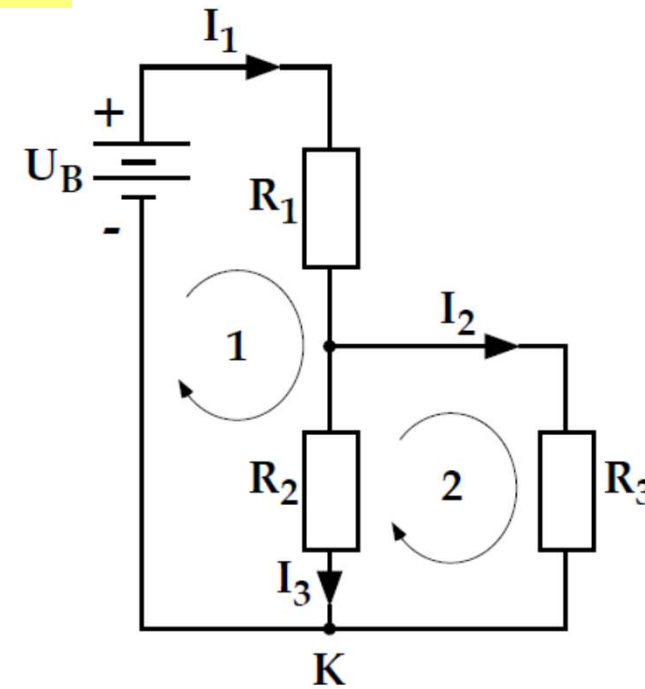
$$U_B - U_1 - U_2 = 0$$

$$U_B - R_1 I_1 - R_2 I_3 = 0$$

Masche 2 :

$$U_2 + U_3 = 0$$

$$-R_2 I_3 + R_3 I_2 = 0$$



$$\left| \begin{array}{l} -I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ +R_1 I_1 + R_2 I_3 = +U_B \\ -R_3 I_2 + R_2 I_3 = 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} 3 \text{ Gleichungen} \\ 3 \text{ Unbekannte} \end{array}$$

$U_1$  : Spannung an  $R_1$

$U_2$  : Spannung an  $R_2$

$U_3$  : Spannung an  $R_3$

$$\underline{I_3 = I_1 - I_2}$$

$$\left| \begin{array}{l} R_1 I_1 + R_2 (I_1 - I_2) = U_B \\ -R_3 I_2 + R_2 (I_1 - I_2) = 0 \end{array} \right|$$

$$\underline{I_1 = I_2 \frac{(R_2 + R_3)}{R_2}}$$

$$R_1 I_2 \frac{R_2 + R_3}{R_2} + R_2 \frac{I_2 (R_2 + R_3)}{R_2} - R_2 I_2 = U_B$$

$$I_2 \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3}{R_2} + I_2 R_3 = U_B$$

$$\underline{I_2 = U_B \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}$$

$$I_1 = U_B \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \frac{R_2 + R_3}{R_2}$$

$$I_1 = U_B \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$I_3 = U_B \frac{R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

daraus ergeben sich die Spannungen

$$U_2 = U_3 = I_3 R_2 = U_B \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

und analog für  $U_1 = R_1 I_1$ .