Departement Physik
Universität Basel
Prof. Dr. E. Meyer
Ansprechpartner: Carl Drechsel
c.drechsel@unibas.ch
Büro 3.04
Tel.: 061 207 37 30
http://adam.unibas.ch

Übungen und Ergänzungen zur Einführung in die Physik II

für Studierende

der Biologie, Pharmazie und Geowissenschaften

Serie 4 / 27.2.2018 **Lösungen**

Aufgabe 10.
Molmasse von NaCl: $M = 58.5\ g/mol$. Also 9 g NaCl in 1000 g H_2O sind folglich 0.154 mol/l, dies entspricht einer Konzentration der Ladungsträger von

$$\begin{aligned} n &= 0.154\ \frac{\text{mol}}{l} \times 6.022 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}} \\ &= 9.27 \cdot 10^{22}\ \frac{1}{l} \\ n &= 9.27 \cdot 10^{25}\ \frac{1}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

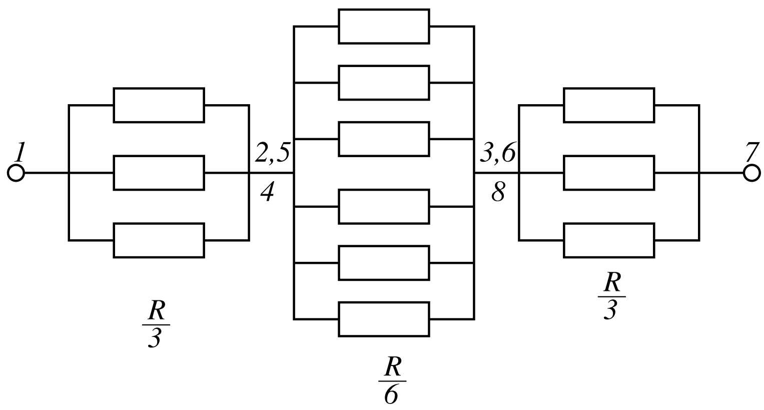
a) Skript S. 306-10 ff:

$$\begin{aligned} \sigma &= e(n^+b^+ + n^-b^-) \\ &= 1.6 \cdot 10^{-19}\text{C} \times 9.27 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{m}^3} \times (4.6 + 6.85) \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \\ \sigma &= 1.7 \frac{1}{\Omega\text{m}} \end{aligned}$$

b) $R = \dfrac{l}{\sigma A} = 882\ \Omega.$

c) $U = IR = 88$ V.

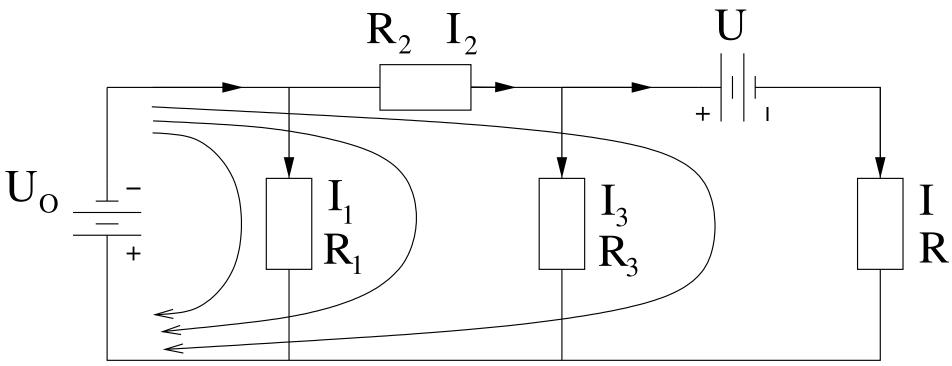
Aufgabe 11.
Symmetriebetrachtungen ergeben sofort, dass die Punkte 2,4,5 und 3,6,8 alle auf dem gleichen Potential liegen. Verbinden wir diese Punkte durch einen widerstandslosen Draht miteinander, dann ergibt sich das vereinfachte Schaltbild:



und damit:

$$R_{ers} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6} R$$

Aufgabe 12.
Zur Berechnung benütz man die Kirchhoffschen Regeln.



1. Regel: Die Summe der Ströme in einem Knoten ist gleich Null. Die zufliessenden Ströme sind *positiv*, die abfliessenden Ströme sind *negativ*.

$$\sum_k I_k = 0 \tag{1}$$

2. Regel: In einem unverzweigten Stromkreis bzw. in jeder Masche eines verzweigten Netzwerkes ist die Summe aller Quellenspannungen gleich der Summe aller inneren und äusseren Spannungsabfälle. Der Spannungsabfall ist *positiv* wenn der Umlaufsinn mit der Stromrichtung übereinstimmt und wird *negativ* wenn der Umlaufsinn gegen die Stromrichtung verläuft. Die Quellenspannung ist *positiv*, wenn bei der Bewegung im Umlaufsinn die Stromquelle vom negativen zum positiven Pol durchlaufen wird. Im anderen Fall ist die Quellenspannung *negativ*.

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k U_k \tag{2}$$

In komplexen Netzen ist es manchmal schwierig die Stromrichtung zu bestimmen. Nun wählen wir die Stromrichtungen wie in Abbildung gezeigt. Das Gleichungssystem ergibt sich mit den Kirchhoffschen Regeln zu:

$$\left\{\begin{array}{lcll} 0 + I_2 - I_3 - I & = & 0 & \text{aus (1)} \\ I_1 R_1 & = & -U_o & \text{aus (2)} \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 & = & -U_o & \text{aus (2)} \\ I_2 R_2 + IR & = & -U_o - U & \text{aus (2)} \end{array}\right.$$

Das Gleichungssystem ist mit der Cramermethode einfach zu lösen. Wir bekommen:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 \\ R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & R_3 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & R \end{vmatrix} = -R_1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ R_2 & R_3 & 0 \\ R_2 & 0 & R \end{vmatrix} = -R_1(RR_3 + R_2R_3 + RR_2)$$

$$\Delta_I = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ R_1 & 0 & 0 & -U_o \\ 0 & R_2 & R_3 & -U_o \\ 0 & R_2 & 0 & -U_o - U \end{vmatrix} = -R_1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ R_2 & R_3 & -U_o \\ R_2 & 0 & -U_o - U \end{vmatrix} = -R_1(-(U_o{+}U)R_3{+}U_oR_2{-}(U_o{+}U)R_2)$$

$$I = \frac{\Delta_I}{\Delta} = -\frac{(U_o + U)R_3 + UR_2}{R_2R_3 + R(R_2 + R_3)} = -\frac{U(R_2 + R_3) + U_oR_3}{R(R_2 + R_3) + R_2R_3}$$

Eine andere Möglichkeit ist:

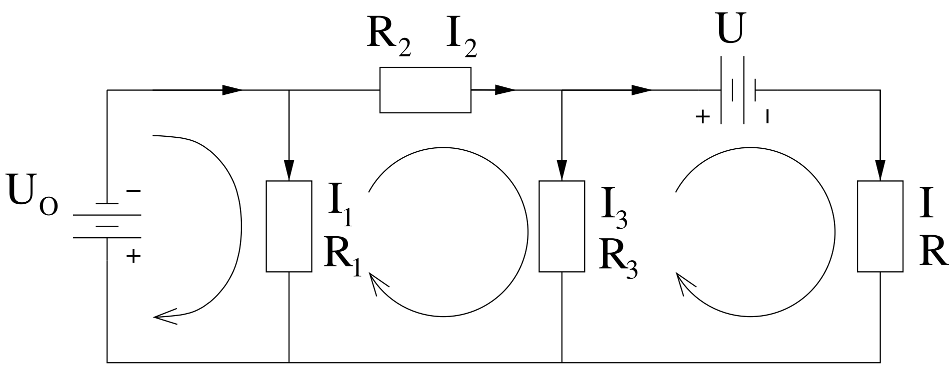
$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{R_2}(-U_o - U - IR) \\ I_3 &= \frac{1}{R_3}(-U_o - I_2R_2) \\ &= \frac{1}{R_3}(U + IR) \end{aligned}$$

Einsetzen in "aus (1)":

$$\begin{aligned} I_2 - I_3 - I &= 0 \\ \frac{1}{R_2}(-U_o - U - IR) - \frac{1}{R_3}(U + IR) - I &= 0 \\ -R_3(U_o + U) - R_2U &= I(R_2R_3 + R(R_2 + R_3)) \\ I &= -\frac{R_3(U_o + U) + R_2U}{R_2R_3 + R(R_2 + R_3)} \end{aligned}$$

Zeichen "–" zeigt, dass die gewälte Stromrichtung falsch ist. Strom I wird in Gegenrichtung fliessen.

Betrachtet man jede Masche für sich, wie in der zweiten Abbildung dargestellt,



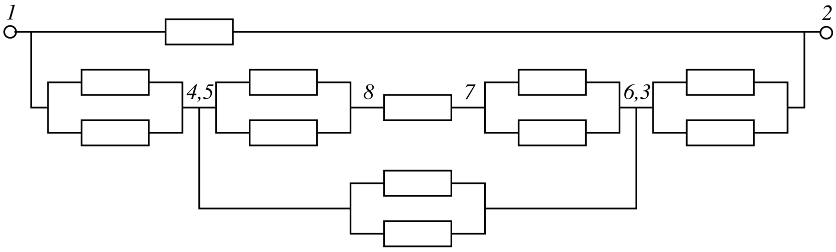
so ergibt sich folgendes Gleichschungssystem:

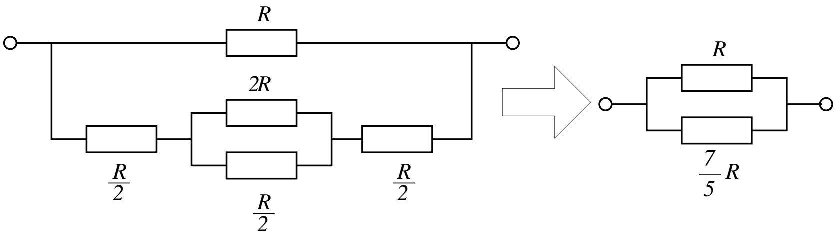
$$\left\{ \begin{array}{lcll} 0 + I_2 - I_3 - I & = & 0 & \text{aus (1)} \\ I_1R_1 & = & -U_o & \text{aus (2)} \\ I_2R_2 + I_3R_3 - I_1R_1 & = & 0 & \text{aus (2)} \\ IR - I_3R_3 & = & -U & \text{aus (2)} \end{array} \right.$$

Lösen dieses Gleichungssystems ergibt das selbe Ergebnis!! Die Wahl der Maschen ist also egal!

Zusatzaufgabe.

1 nach 2: Nach ähnlichem Prinzip wie in Aufgabe 11:

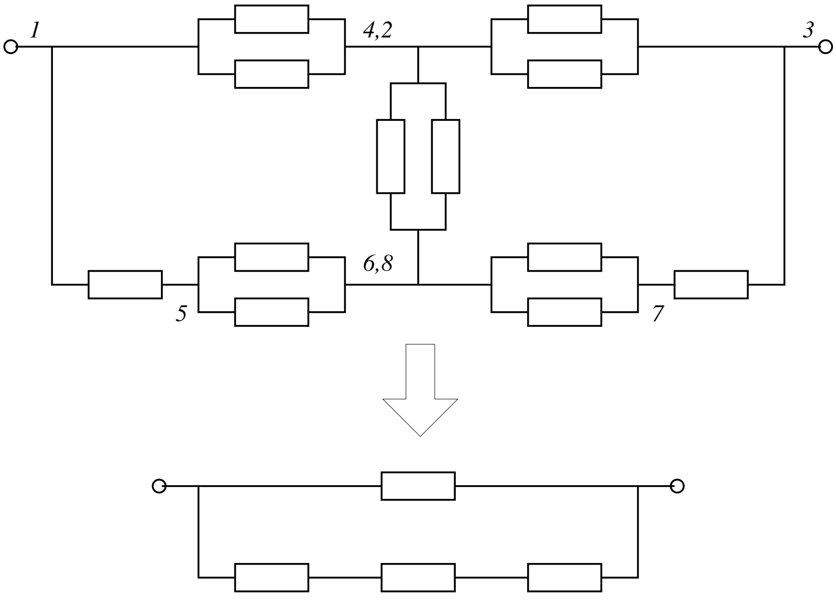




schliesslich:

$$\frac{1}{R_{ers}} = \frac{1}{R} + \frac{5}{7R} \Rightarrow R_{ers} = \frac{7}{12}R$$

1 nach 3:



Wegen der Symmetrie fliesst zwischen den Punkt 4,2 und 6,8 kein Strom.

$$\frac{1}{R_{ers}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \Rightarrow R_{ers} = \frac{3}{4}R$$