Departement Physik
Universität Basel
Prof. E. Meyer / PD T. Glatzel
Contact person: Carl Drechsel
c.drechsel@unibas.ch
Büro 3.04
Tel.: 061 207 37 30
http://adam.unibas.ch

Übungen und Ergänzungen zur Einführung in die Physik II

für Studierende

der Biologie, Pharmazie und Geowissenschaften

Serie 5 / 28.03.2019 **Lösungen**

Aufgabe 13.
Aus der Lorentzkraft auf einen Leiter **(Skript: 307-3)**

$$F_L = IlB$$

und der Gewichtskraft

$$F_G = mg = \rho A l g$$

folgt:

$$\tan\varphi = \frac{F_L}{F_G} = \frac{IB}{\rho A g} = \frac{jB}{\rho g} = 0.302 \qquad \Rightarrow \qquad \varphi = 16.8^\circ$$

wobei $j = I/A$ die Stromdichte ist.

Aufgabe 14.
Aus der Energiebilanz, Beschleunigungsenergie = kinetische Energie:

$$\begin{aligned} E_b &= E_{kin} \\ eU &= \frac{1}{2} m_1 v^2 \end{aligned}$$

folgt:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} = 8.755 \cdot 10^4 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

und somit aus dem Kräftgleichgewicht in der Kreisbahn:

$$\begin{aligned} \text{Lorentzkraft} &= \text{Zentrifugalkraft} \\ F_L &= F_Z \\ evB &= \frac{m_1 v^2}{r_1} \end{aligned}$$

(a) Für das Magnetfeld ergibt sich somit:

$$B = \frac{\sqrt{2(m_1/e)U}}{r_1} = 0.18 \ \mathrm{T}$$

(b) Das etwas schwerere ^{65}Cu-Ion beschreibt dagegen eine Kreisbahn mit dem Radius:

$$r_2 = r_1\sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = 322.2 \text{ mm}$$

Bei einem halbkreisförmigen Umlauf liegen also die Detektionspunkte der beiden Ionenarten um die Strecke $\Delta x = 2(r_2 - r_1) \approx 10$ mm voneinander entfernt.

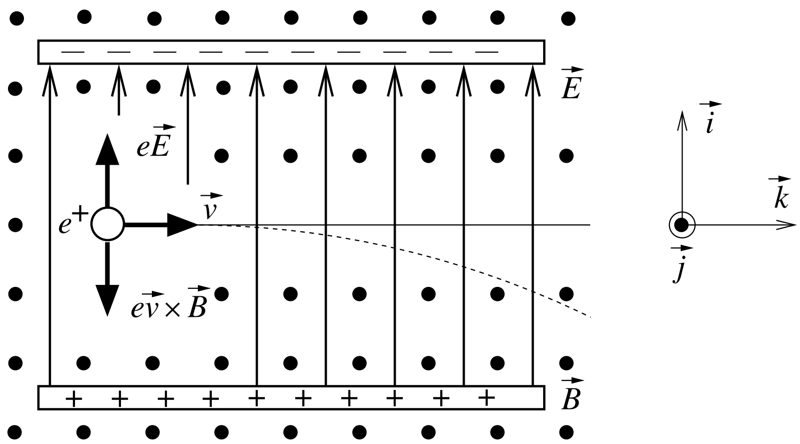
Aufgabe 15.

(a) Die Protonen beschreiben eine geradlinige Bahn, wenn sich elektrostatische Kraft und Lorentz-Kraft, welche beide senkrecht zur Flugrichtung wirken, gegnseitig aufheben:

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0$$

Es folgt:

$$E_0\vec{i} + (v_0\vec{k}) \times (B_0\vec{j}) = (E_0 - v_0 B_0)\vec{i} = 0 \qquad \text{also} \qquad v_0 = \frac{E_0}{B_0} = 10^6 \text{ m/s}$$



(b) Weicht die Protonengeschwindigkeit dagegen um einen kleinen Wert Δv_0 von der Sollgeschwindigkeit v_0 ab, ist die Kraft:

$$\vec{F} = e[E_0 - (v_0 + \Delta v_0)B_0]\vec{i}$$

mit obigem Ergebnis also:

$$\vec{F} = -e\Delta v_0 B_0 \vec{i}$$

Diese Kraft bewirkt eine Beschleunigung nach unten – analog zum horizontalen Wurf – mit einer Parabel als Bahnkurve und ist gleich

$$a = \frac{F}{m_p} = \frac{e\Delta v_0 B_0}{m_p}$$

Mit $l = (v_0 + \Delta v_0)t \approx v_0 t$ ergibt sich als Flugzeit $t \approx l/v_0$ und daraus die Abweichung:

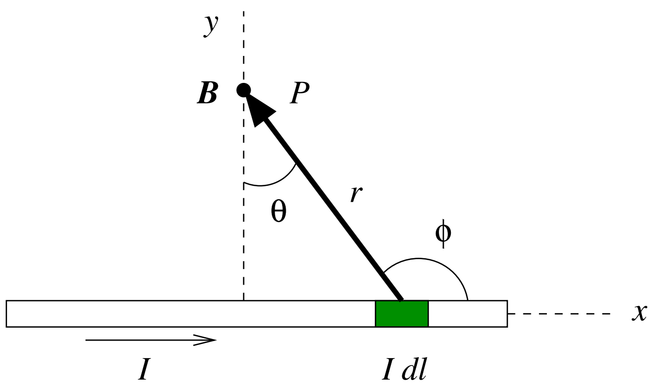
$$\Delta x \approx \frac{1}{2}at^2 = \frac{eB_0 l^2}{2m_p v_0^2}\Delta v_0$$

Um einen Spalt von $\Delta x = \pm 2.5$ mm ungehindert zu passieren, darf demnach die Protonengeschwindigkeit nur um

$$\Delta v_0 \approx \frac{2m_p v_0^2 \Delta x}{eB_o l^2} = \pm 2.1 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

von der Sollgeschwindigkeit v_0 abweichen.

Zusatzaufgabe.
Wählen wir das Koordinatsystem, wie in der Abbildung gezeigt.



Das Stromelement Idl erzeugt im Punkt P ein Magnetfeld mit der Richtung $Idl \times r$, es zeigt also aus der Papierebene heraus und ist gleich:

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Idx}{r^2} \sin\phi$$

oder mit $\theta = \phi - 90^o$

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{Idx}{r^2} \cos\theta$$

Um die Integration durchführen zu können, drücken wir x durch y und θ aus.

$$x = y\tan\theta, \frac{r}{y} = \frac{1}{\cos\theta}$$

Durch Differentiation erhalten wir dx:

$$dx = y\frac{1}{\cos^2\theta} d\theta = y\frac{r^2}{y^2} d\theta = \frac{r^2}{y} d\theta$$

Einsetzen liefert:

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{r^2} \frac{r^2 d\theta}{y} \cos\theta = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{y} \cos\theta d\theta$$

Die Rechung vereinfacht sich, wenn wir die Integration in zwei Teilintegrationen zerlegen: rechts von $\theta = 0$ bis $\theta = \theta_1$ und links von $\theta = \theta_2$ bis $\theta = 0$, die wir anschliessen einfach addieren.

$$B_1 = \int_0^{\theta_1} \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{y} \cos\theta d\theta = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{y} \int_0^{\theta_1} \cos\theta d\theta = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{y} \sin\theta_1$$

$$B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{y} \sin\theta_2$$

Das gesamte Magnetfeld ist somit:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I}{R} (\sin\theta_1 + \sin\theta_2)$$

Nun für die Schleife können wir annehmen, dass jede Seite der Schleife ein magnetisches Feld erzeugt. Aus Symmetriegründen erhalten wir das gesamte magnetische Feld, wenn wir den Feldbeitrag einer Seite mit vier multiplizieren. Der Abstand von einer Seite zum Mittepunkt beträgt $R = l/2$. Einsetzen:

$$B = 4\Big(\frac{\mu_o}{4\pi}\Big) \frac{I}{l/2} (\sin 45^o + \sin 45^o) = 1.13 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$