



Übungen und Ergänzungen zur Einführung in die Physik I
für Studierende
der Biologie, Pharmazie und Geowissenschaften

Serie 6 / 16. Oktober 2019

Lösungen

Aufgabe 26.

(a) Es gelten die Gesetze des elastischen Stosses und für die Geschwindigkeit gilt:
 $v_1' = -v_2'$. Das negative Vorzeichen zeigt an, dass sich die beiden Körper in unterschiedliche Richtung
wegbewegen. Nach Gleichungen (4-5) und (4-6) in Trautwein S. 39 für v_1' und v_2' ergibt sich damit:

$$\begin{aligned}\frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} &= \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \\ \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 0}{m_1 + m_2} &= \frac{0 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \\ \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} &= \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2} \\ (m_1 + m_2)v_1 &= -2m_1v_1 \\ m_1v_1 - m_2v_1 &= -2m_1v_1 \\ -m_2v_1 &= -3m_1v_1 \\ m_2 &= 3m_1 \\ \Rightarrow m_2 &= 6 \text{ kg}\end{aligned}$$

(b) Nach obiger Formel gilt:

$$\begin{aligned}v_1' &= \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} \\ \Rightarrow v_1' &= -3.35 \text{ m/s}\end{aligned}$$

Da $v_1' = -v_2'$ folgt $v_2' = 3.35 \text{ m/s}$. Alternativ kann v_2' direkt nach obiger Formel für v_2' berechnet werden. Der Geschwindigkeitsbetrag für beide Körper ist 3.35 m/s .

Aufgabe 27.

Der rollende Wagen hat einen Impuls nur in horizontaler Richtung. Der Regen fällt senkrecht nach unten, hat also keinen horizontalen Impuls, der sich auf den Wagen übertragen könnte. Also ändert sich der Impuls des Wagen nicht. Die Masse des Wagens ändert sich jedoch - sie vermehrt sich um die Masse des angesammelten Regens. Ein Massenzuwachs bei konstantem Impuls hat eine Abnahme der Geschwindigkeit und somit eine Abnahme der kinetische Energie zur Folge.

Das gesammelte Wasser im Wagen hat die Masse m . Durch das Abfließen wird Masse mit der Rate dm/dt fortgetragen. Desweiteren fließt somit Impuls mit der Rate $dp/dt = dm/dt \cdot v$ ab. Der Impuls des Wagens ist somit $dP/dt = dM/dt \cdot v + M \cdot dv/dt$, wobei M die gesamte Masse des Wagens inklusive Wasser ist. Aufgrund der Impulserhaltung gilt $dP/dt = dp/dt$ und wegen Massenerhaltung zusätzlich noch $dM/dt = dm/dt$. Somit muss $dv/dt = 0$ sein und der Wagen fährt mit konstanter Geschwindigkeit weiter. Das abfließende Wasser übt somit eine Kraft auf den Wagen aus, diese wird jedoch durch die Massenabnahme kompensiert.

Aufgabe 28.

Die nach dem Fahrzeug-Crash (unelastischer Stoss) vorhandene gemeinsame Geschwindigkeit v' folgt aus dem Impulserhaltungssatz:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \quad \text{dann} \quad v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Die dabei in Wärme umgewandelte Energie ist

$$\Delta E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2}$$

(a) Es ist $m_1 = m_2 = m$, $v_1 = v$ und $v_2 = -v$. Damit wird $v' = 0$ und $\Delta E = mv^2$, d.h., die gesamte ursprünglich vorhandene kinetische Energie der Fahrzeuge $E_{kin} = 2 \cdot (mv^2/2)$ geht als solche verloren und wird für die Deformation der Fahrzeuge verbraucht.

(b) Jetzt ist $v_1 = 2v$ und $v_2 = 0$. Die ursprünglich vorhandene kinetische Energie $(m/2)(2v)^2 = 2mv^2$ ist hier doppelt so gross wie im Fall (a). Es folgt $v' = v$ und $\Delta E = mv^2$. Es wird also die gleiche Menge an Bewegungsenergie in Zerstörungsarbeit umgesetzt wie im Fall (a), jedoch erhält jedes Fahrzeug nach dem Zusammenstoss noch eine kinetische Energie von $mv^2/2$.

Aufgabe 29.

Wegen der Drehimpulserhaltung muss gelten, dass für ausgestreckte Arme $L_0 = J_0 \omega_0$ und angezogene Arme $L_1 = J_1 \omega_1$ der Impuls gleich ist, $L_0 = L_1$.

Nach Skript 105 – 11 gilt $\omega_1 = \omega_0 \cdot \frac{J_0}{J_1}$ Mit den Trägheitsmomenten

$$J_0 = J_P + J_S + 2mr_0^2 = 1.95 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.27 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot (0.75 \text{ m})^2$$

und

$$J_1 = J_P + J_S + 2mr_1^2 = 1.95 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.27 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 2 \cdot 2 \text{ kg} \cdot (0.1 \text{ m})^2$$

und $\omega_0 = 1 \frac{\pi}{s}$ ergibt sich ω_1 zu $\approx 2 \frac{\pi}{s}$.

Aufgabe 30.

(a) Die Zentrifugalkraft des Massenelements berechnet sich nach:

$$F_Z = mr\omega^2 = 4\pi^2 \cdot m \cdot r \cdot f^2 = 4\pi^2 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot 0.06 \text{ m} \cdot (100 \text{ Hz})^2 = 0.24 \text{ N}$$

(b) Die Rotationsenergie berechnet sich nach der Formel

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

Da die CD als flacher Zylinder angenommen werden soll, kann das Trägheitsmoment folgendermassen berechnet werden:

$$J_{CD} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$

Demnach berechnet sich E_{rot} aus:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot 4\pi^2 f^2 = mr^2\pi^2 f^2 = 5.33 \text{ J}$$

(c) Der Drehimpuls der CD berechnet sich aus:

$$L_{CD} = J\omega = \frac{1}{2}mr^2 \cdot 2\pi f = 0.015 \text{ kg} \cdot (0.06 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 100 \text{ Hz} = 0.02 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

(d) Aufgrund der Drehimpulserhaltung kann der Betrag des Drehimpulses der CD L_{CD} mit dem des Players L_{Player} gleichgesetzt werden:

$$L_{CD} = L_{Player}$$

Demnach folgt:

$$\frac{L_{CD}}{J_{Player}} = 2\pi f_{Player}$$

Das Trägheitsmoment des Players kann als Quader betrachtet werden:

$$J_{Player} = \frac{1}{12} \cdot m \cdot (a^2 + b^2)$$

Dadurch folgt für die Frequenz des Players:

$$f_{Player} = \frac{L_{CD}}{2\pi \cdot \frac{1}{12} \cdot 0.5 \text{ kg} \cdot [(0.15 \text{ m})^2 + (0.15 \text{ m})^2]} = 1.44 \text{ Hz}$$