

Physik der Kondensierten Materie

Examen zum Erhalt der Kreditpunkte der **Veranstaltung 10878**, gehalten durch A. Baumgartner, M. Calame und C. Schönenberger im Herbstsemester 2011.

Datum der Prüfung: 20. Juni 2012, 13:15 bis 15:00, Grosser HS, Departement Physik

Total = 30 Punkte (pass: ≥ 15)

Bevor Sie beginnen, füllen Sie bitte Ihren Namen, Ihr Studienfach, Ihre Matrikelnummer und das (die) Semester (mit Jahrgabe) ein, in dem (denen) Sie die Veranstaltung Physik der Kondensierten Materie besuchten.

Name	
Studienfach	
Matrikelnummer	
Semester	
Wiederholung (ja/nein)	
KoMa in welchem Jahr besucht?	

Als Hilfsmittel können Sie folgendes verwenden: eine **eigene Zusammenfassung auf maximal fünf DIN A4 Seiten** (Vor- und Rückseiten) und ein Taschenrechner. Nicht zugelassen sind andere elektronische Kommunikationsmittel, Notebooks, PC's, Palmtop, Handy,...

Sie können so viele Blätter wie erforderlich verwenden.

Bitte numerieren Sie ihre Blätter durch und versehen Sie jedes einzelne mit Ihrem Namen (sehr wichtig!).

Arbeiten Sie ruhig und konzentriert. Verzweifeln Sie nicht, wenn Sie bei einer Aufgabe nicht weiterkommen. Zum Erreichen der Maximalnote müssen nicht alle Aufgaben gelöst werden. Verschwenden Sie keine Zeit, sondern gehen Sie zur nächsten Aufgabe.

Bitte verwenden Sie dieses Blatt als Deckblatt. Die Aufgabenblätter ziehen wir nicht ein. Sie können diese behalten. Viel Erfolg!

Aufgabe	1 Struktur	2 Beugung	3 Phononen	4 Freie Elektronen	5 Material- Eigenschaften (einschliesslich Halbleiter)	Σ
maximale Punktzahl	6	5	6	7	6	30
erreichte Punktzahl						

Konstanten:

Protonenruhemasse m_p	$1.67 \cdot 10^{-27}$	kg und
Planckkonstante \hbar	$1.054 \cdot 10^{-34}$	Js
Planckkonstante h	$0.663 \cdot 10^{-33}$	Js
Boltzmann-Konstante k_B	$1.38 \cdot 10^{-23}$	J/K
Elementarladung e	$1.60 \cdot 10^{-19}$	As

1. STRUKTUR der MATERIE (6 Pkt)

1a) PUNKTE = 1: In einem Idealkristall besteht Translationssymmetrie. In Wirklichkeit gibt es keine Idealkristalle. Was kann die Translationsinvarianz zerstören? Machen Sie drei Vorschläge.

1b) PUNKTE = 1: Zeichnen Sie je stereographische Projektionen von C_4 und von $\bar{3}$. Wieviel Elemente enthalten diese Gruppe jeweils?

1c) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Si ist was für ein Kristalltyp (hat was für ein Bravaisgitter)?

1d) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Was ist die Flächenhäufigkeit der (101) Fläche im kubischen System in 3 Dimensionen?

1e) PUNKTE = 1: Ein (100) Si-Wafer (d.h. die Oberfläche ist eine 100-Fläche) wird chemisch geätzt. Die dichtest gepackten Flächen, die (111)-Flächen, ätzen dabei am langsamsten. Es entstehen Vertiefungen in der Form von inversen Pyramiden. Welchen Winkel nimmt eine (111)-Fläche mit der (100)-Fläche ein?

1f) PUNKTE = 1: Gegeben ist ein gewöhnliches kartesisches Koordinatensystem. Wir verwenden dieses zur Beschreibung eines kubisch raumzentrierten Gitters (Kubus mit Kantenlänge a). Geben Sie die drei Basisvektoren der primitiven Einheitszelle in Vektorschreibweise an. Was ist das Volumen der primitiven Einheitszelle?

1g) PUNKTE = 1: Wir betrachten das tetragonale Gitter mit den (primitiven) Basisvektoren $\vec{a}_1 = (1,0,0)a$, $\vec{a}_2 = (0,1,0)a$, $\vec{a}_3 = (0,0,2)a$, wobei sich die Angabe (x,y,z) auf das übliche orthogonale Koordinatensystem bezieht. Bestimmen Sie zuerst die drei reziproken Gittervektoren $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$. Berechnen Sie dann den Abstand zweier benachbarten Gitterebenen mit Miller-Indices (1,0,1).

2. STREUUNG / BEUGUNG am KRISTALL (5 Pkt)

2a) PUNKTE = 1: Bestimmen Sie die mittlere Wellenlänge von thermischen He-Atomen in einem Atomstrahl, die der mittleren kinetischen Energie der Atome entspricht, wenn diese Energie durch eine Temperatur von 200 K gegeben ist?

2b) PUNKTE = 1: Die Bragg'sche Streuung kann man als elastische Streuung an Gitterebenen verstehen. Wir betrachten die Streuung an den (100) Ebenen. Wenn im gemessenen Reflexionsspektrum ein Intensitätsmaximum mit (200) bezeichnet ist, was bedeutet das dann physikalisch?

2c) PUNKTE = 1: Drehkristallmethode: Wir betrachten Bragg-Streuung in der (100) Ebene eines einfach kubischen Kristalls (Kubus mit Kantenlänge a). Die einlaufende Welle sei monochromatisch und habe einen Wellenvektor in x-Richtung mit Betrag $1.4\pi/a$. Unter welchem Winkel erwartet man einen Streureflex?

2d) PUNKTE = 1: Angenommen Sie messen ein Beugungsmuster, bei dem die Reflexe sehr breit und ausgeschmiert sind. Nennen sie mögliche Gründe für die Ausschmierung (mindestens 2)? Was kann man dagegen tun?

2e) PUNKTE = 1: Warum ist die Streuintensität S als Funktion des Streuvektors $\vec{\Delta k}$ eine gerade Funktion, d.h. $S(-\vec{\Delta k}) = S(\vec{\Delta k})$? Führen Sie S zuerst auf die Streuamplitude A zurück.

3. SCHWINGUNGEN im KRISTALL (6 Pkt)

3a) PUNKTE = 1: Wie viele Bewegungsfreiheitsgrade und wieviel Schwingungsfreiheitsgrade besitzt das Molekül C_8H_{18} ?

3b) PUNKTE = 1: Wir betrachten zwei identische harmonische (nicht gekoppelte) Oszillatoren mit der Frequenz ω_0 . Wie lautet das quantenmechanische Energiespektrum $E_{n,m}$ (n und m bezeichnen die Besetzungszahlen der beiden Oszillatoren) und wie gross ist die Entartung für $E = 5\hbar\omega_0$?

3c) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Was hat eine grössere Schallgeschwindigkeit, Diamant oder Gold? Geben Sie eine kurze Begründung.

3d) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Warum haben die beiden transversalen Eigenschwingungen im Siliziumkristall mit Ausbreitungsrichtung (100) dieselbe Ausbreitungsgeschwindigkeit?

3e) PUNKTE = 1: Was für einen wesentlichen Unterschied besteht zwischen einem idealen Gas und einem Kristall für den Charakter und die Dispersionsbeziehung von langwelligen Schwingungsmoden?

3f) PUNKTE = 1: Zeichnen Sie die Zustandsdichte $\rho(\omega)$ für eine Dispersionsrelation der Form $\omega(\vec{k}) = \sqrt{(\omega_0)^2 + (c\vec{k})^2}$ auf, und zwar zuerst für den 1-dimensionalen Fall (k -Vektor ist ein Skalar) und dann auch noch in 2 Dimensionen. Die Skizzen sollen den Sachverhalt qualitativ darstellen!

3g) PUNKTE = 1: Bestimmen Sie die Zustandsdichte $\rho(\omega)$ für akustische langwellige Phononen (Schallwellen) mit Schallgeschwindigkeit c_A in zwei Dimensionen. Wie hängt die Zustandsdichte von der Schallgeschwindigkeit ab?

4. FREIE ELEKTRONEN (7 Pkt)

- 4a) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Was besagt das Pauli-Prinzip, welches für die Besetzung elektronischer Eigenzustände von grosser Bedeutung ist?
- 4b) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Wie hängt die spezifische Wärme eines idealen Fermigas von der Temperatur ab? Ist das von der Dimension abhängig?
- 4c) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Wie hängt der (klassische) Hall Widerstand von der Elektronenkonzentration ab?
- 4d) Punkte = $\frac{1}{2}$: Die Drude Leitfähigkeit ist durch folgenden Ausdruck gegeben: $\sigma = e^2 n \tau / m$. Schreiben Sie diese Gleichung um, in dem Sie die Mobilität b verwenden.
- 4e) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Wie gross ist das Widerstandsquantum ausgedrückt in Ohm?
- 4f) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Wie ändert das chemische Potential (d.h. die Fermi-Energie) in einem abgeschlossenen Elektronengas eines *eindimensionalen* Quantendrahtes mit der Temperatur T qualitativ. Wird E_F mit T grösser oder kleiner?
- 4g) PUNKTE = 1: Bestimmen Sie die Zustandsdichte $\rho(E)$ für ein Elektronengas in 1 Dimension mit linearer Dispersionsrelation $E(k) = \hbar v_F |k|$. Wie hängt die Zustandsdichte von der Energie ab?
- 4h) PUNKTE = 1: Wir betrachten ein 2-dimensionales Elektronengas in einem starken Magnetfeld (die Zeeman Energie soll vernachlässigt werden). Skizzieren sie die Zustandsdichte als Funktion der Energie.
- 4i) PUNKTE = 1: Sei $f(E)$ die Fermi-Dirac Funktion bei $T=0$. Die Fermienergie sei weiter als Null definiert. Bestimmen Sie die Funktion $g(\Delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} dE f(E - \Delta)(1 - f(E))$ und zeichnen Sie diese auf.
- 4j) PUNKTE = 1: Es liegt ein sogenannter Quantendraht vor. Das ist ein Elektronenleiter, der eindimensional ist und durch eine einzige Wellenfunktion beschrieben werden kann. Der Draht lässt Elektronen mit Spin up zu 100% durch, reflektiert aber solche mit Spin down mit 50% Wahrscheinlichkeit. Welchen elektrischen Leitwert erwarten Sie?

5. MATERIALASPEKTE + „Periodische“ ELEKTRONEN + Halbleiter (6 Pkt)

- 5a) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Sind die Elektronenbänder eher schmal oder eher breit, wenn der Überlapp der atomaren Wellenfunktionen gering ist? Wie steht es mit den Massen?
- 5b) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Wir betrachten ein besetzter Elektronenzustand mit den Quantenzahlen $|\vec{k}, \uparrow\rangle$, wobei der Pfeil für die Spinrichtung (Drehimpuls) steht. Wenn wir dieses Elektron entfernen, haben wir ein Loch erzeugt. Wie lauten die entsprechenden Quantenzahlen für diesen Lochzustand?
- 5c) PUNKTE = 1: Was gilt für die Bandlücke eines Isolators, wenn der Isolator für Licht mit $\lambda > 600$ nm transparent ist. Bestimmen Sie einen expliziten Ausdruck.
- 5d) PUNKTE = 1: Die Dispersionsrelation (in 1D) eines Bandes lautet $E(k) = \varepsilon \sin^2(ka/2)$. Bestimmen Sie die effektive Masse bei $k = \pi/a$.
- 5e) PUNKTE = 1: \Rightarrow Zeichnen Sie die Dielektrizitätskonstante ε eines idealen Elektronengases (ohne Dämpfung) als Funktion der elektromagnetischen Anregungsfrequenz ω auf? Was passiert bei kleinen Frequenzen unterhalb der Plasmafrequenz?
- 5f) PUNKTE = 1: Ein Festkörper in einer Dimension hat an der Fermienergie $E_F=0$ genau 2 Bänder, die sich berühren. Die Bänder haben die Dispersionsrelation $E(k) = \pm(\hbar k)^2 / 2m$. Zeichnen Sie ein Bild der Energiebeziehung. Was erwarten Sie für den elektrischen Leitwert σ bei $T=0$. Erwarten Sie einen Leiter oder einen Isolator vorzufinden? Beachten Sie, σ ist proportional zur Zustandsdichte bei der Fermienergie und zum Diffusionskoeffizienten. Letzterer ist proportional zur Fermigeschwindigkeit.
- 5g) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Was sind die Minoritätsladungsträger in einem n-Halbleiter?
- 5h) PUNKTE = $\frac{1}{2}$: Formulieren Sie bitte die Ladungsbilanz für einen n-dotierten Halbleiter. Benutzen Sie dazu die Grössen n , p und N_D^+ . Sie bezeichnen in der genannten Reihenfolge die Dichte der Elektronen im Leitungsband, die Dichte der Löcher im Valenzband, sowie die Dichte der ionisierten Donatoren.