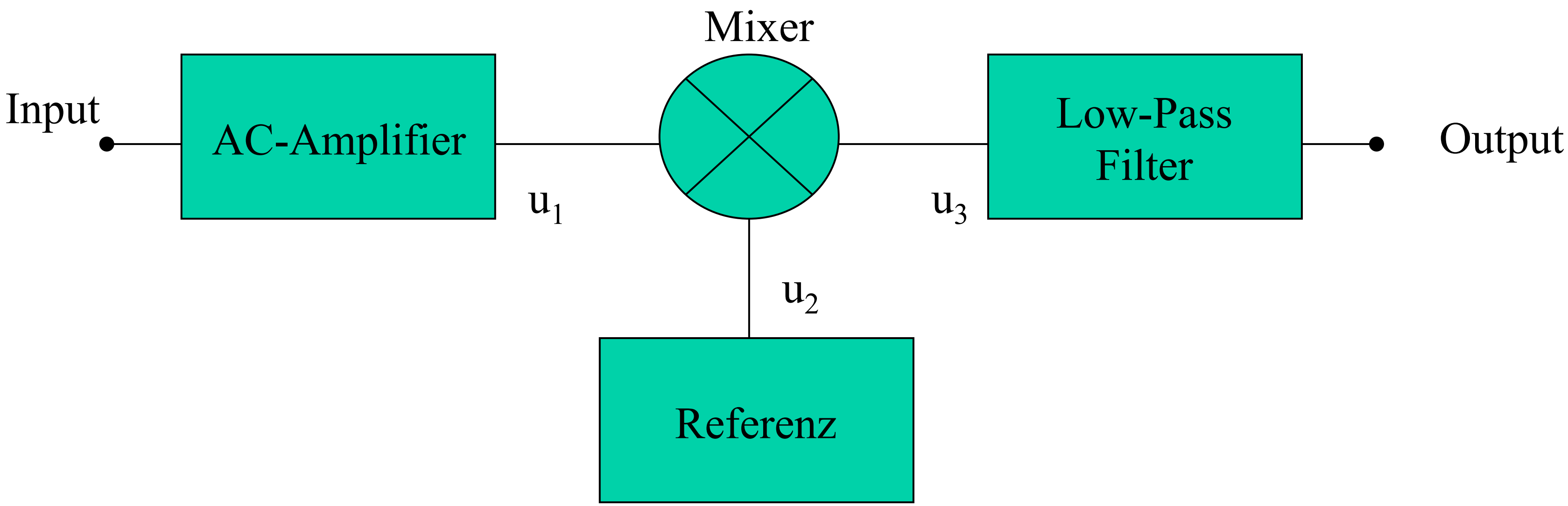
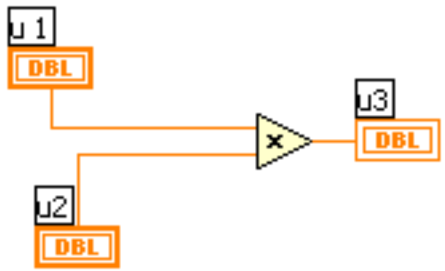
Block-Schema eines einfachen Lock-In ‘s



Der Mixer



$$u_1 = U_1 \sin(2\pi f_1 t) \qquad u_2 = U_2 \sin(2\pi f_2 t + \Phi)$$

$$u_3 = u_1 \cdot u_2 = U_1 U_2 \sin(2\pi f_1 t + \Phi_1) \sin(2\pi f_2 t + \Phi_2)$$

Gemäss Additionstheorem:

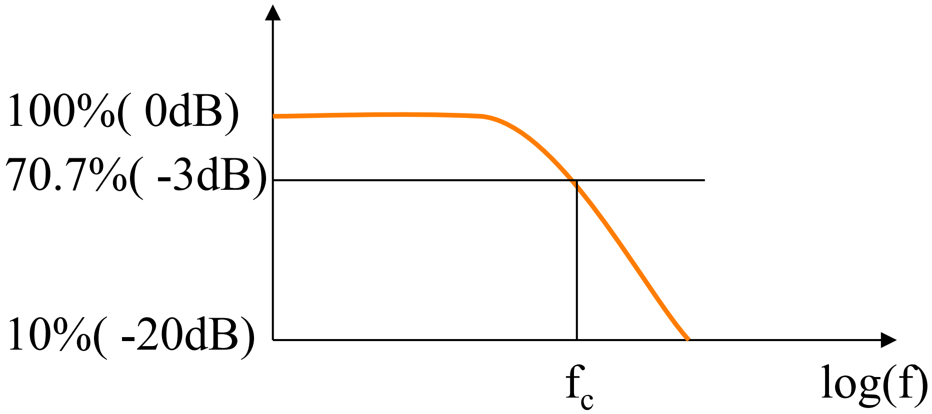
$$u_3 = \frac{U_1 U_2}{2} \cos\left[2\pi (f_1 - f_2) t + (\Phi_1 - \Phi_2)\right]$$

Differenzfrequenzkomponente

$$- \frac{U_1 U_2}{2} \cos\left[2\pi (f_1 + f_2) t + (\Phi_1 + \Phi_2)\right]$$

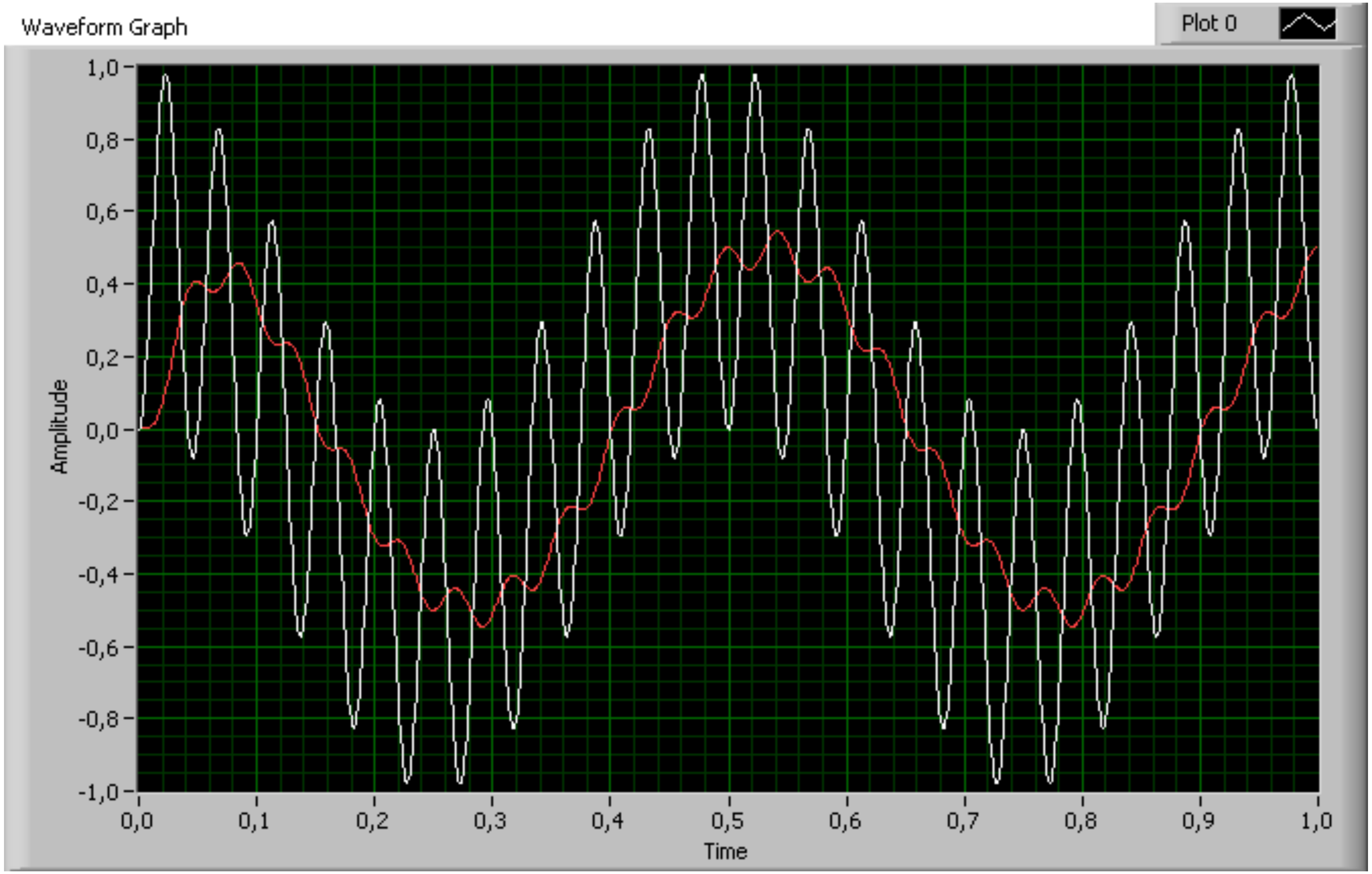
Summenfrequenzkomponente

Low-Pass Filter



•**Signalbandbreite f_c**: Frequenz, bei der der Gain auf 70.7% (-3dB) fällt
•**Äquivalente Rauschbandbreite f_N** (equivalent noise bandwidth)
Entspricht idealem Rechteckfilter mit gleichem maximalen Gain, welches den gleichen RMS-output erzeugt
•**Roll off**
Logarithmischer Abfall des Gains
Typisch: -6dB/octave ; -12dB/octave oder –18dB/octave

Mixer und Lowpass



f_1=10Hz
f_2=12Hz
Φ=90º
f_L=7Hz
Butterworth 2

Standard-Lock-In-Anwendung

Verwende Referenzsignal mit der Frequenz f_2 und messe Antwortsignal des Systems mit der gleichen Frequenz $f_1=f_2=f$

Benutze Mixer plus Low-Passfilter, um Summenfrequenz wegzufiltern.

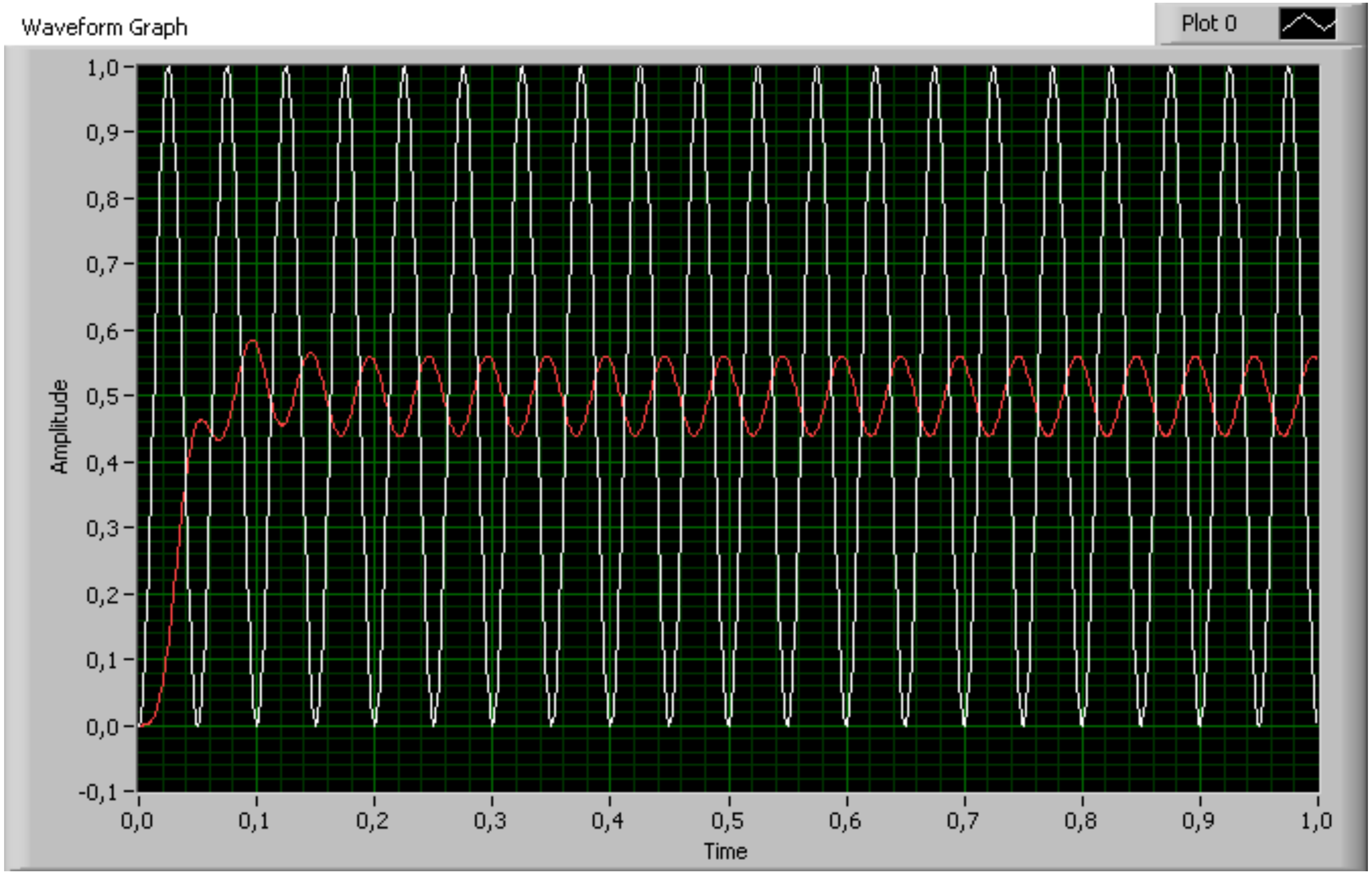
$$u_3 = \frac{U_1 U_2}{2}\cos\left[(\Phi_1 - \Phi_2)\right]$$

$$\cancel{- \frac{U_1 U_2}{2}\cos\left[2\pi(2f)t + (\Phi_1 + \Phi_2)\right]}$$

$$\Rightarrow \quad u_3 = \frac{U_1 U_2}{2}\cos\left[(\Phi_1 - \Phi_2)\right] \propto U_1 \cos(\Phi)$$

Es lässt sich Amplitude bzw. Phasenverschiebung messen

Mixer und Lowpass



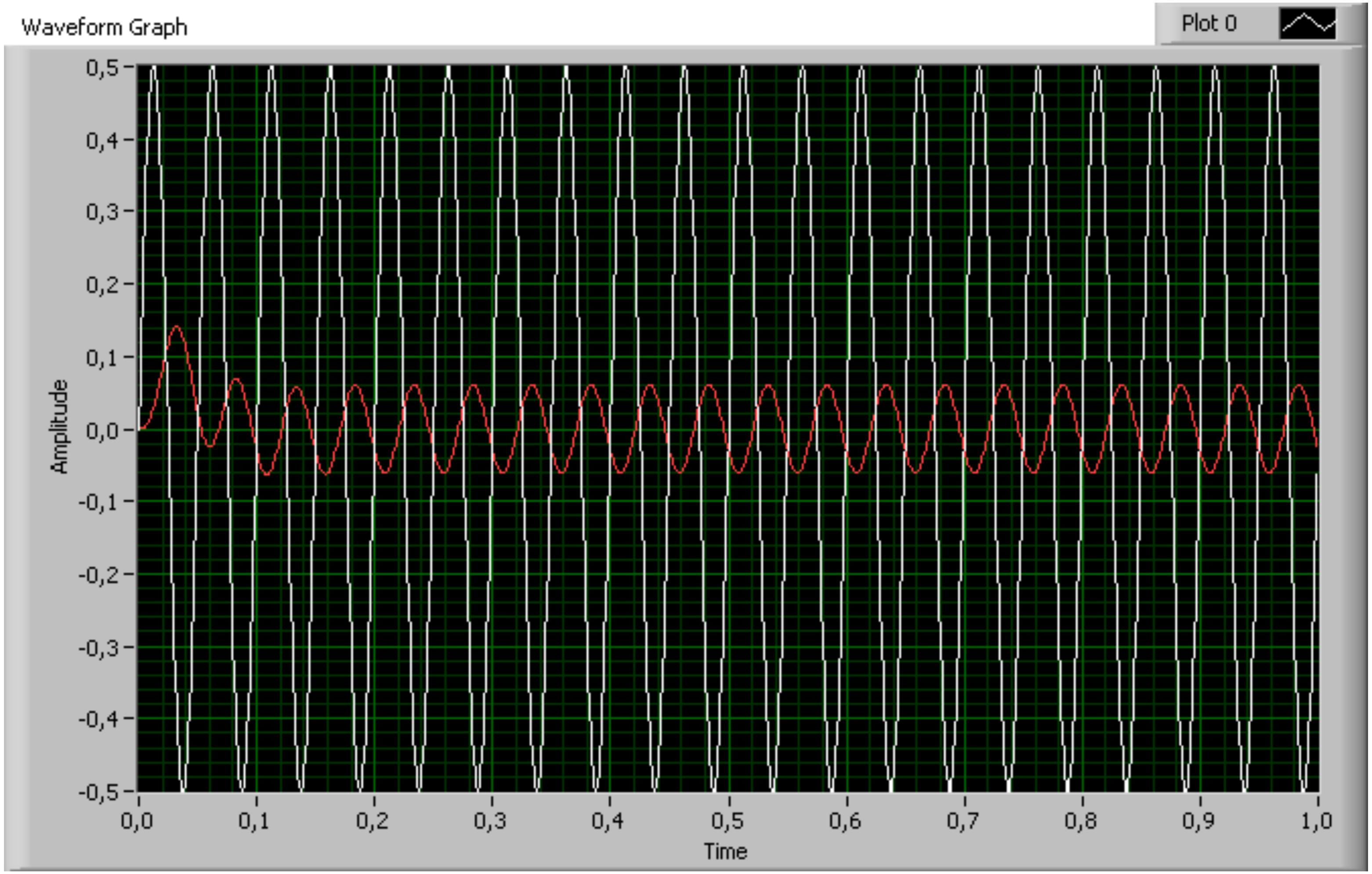
$f_1=f_2=10Hz$

$\Phi=0^o$

$f_L=7Hz$

Butterworth 2

Mixer und Lowpass



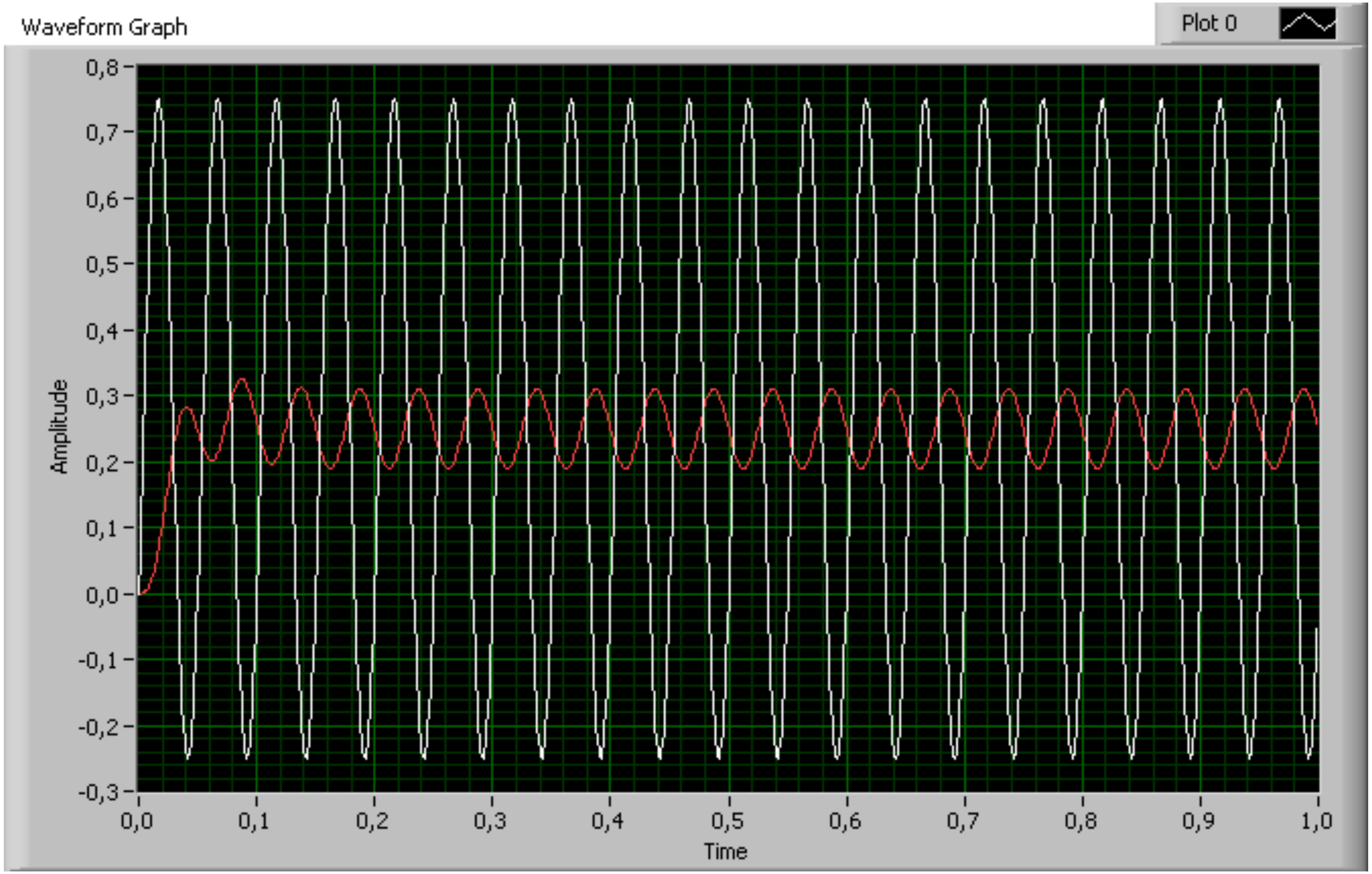
$f_1=f_2=10\text{Hz}$

$\Phi=90^o$

$f_L=7\text{Hz}$

Butterworth 2

Mixer und Lowpass



$f_1 = f_2 = 10\text{Hz}$

$\Phi = 60^o$

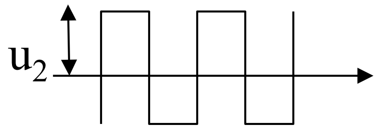
$f_L = 7\text{Hz}$

Butterworth 2

Switching Mixer

Bei kommerziellen Lock-In ‘s wird das Referenzsignal in ein Rechtecksignal umgewandelt Bzw. bereits als **Rechtecksignal** eingespiesen.

$$u_2 = \frac{4}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2n+1}\sin\left[(2n+1)(2\pi f_2 t + \phi_2)\right]$$

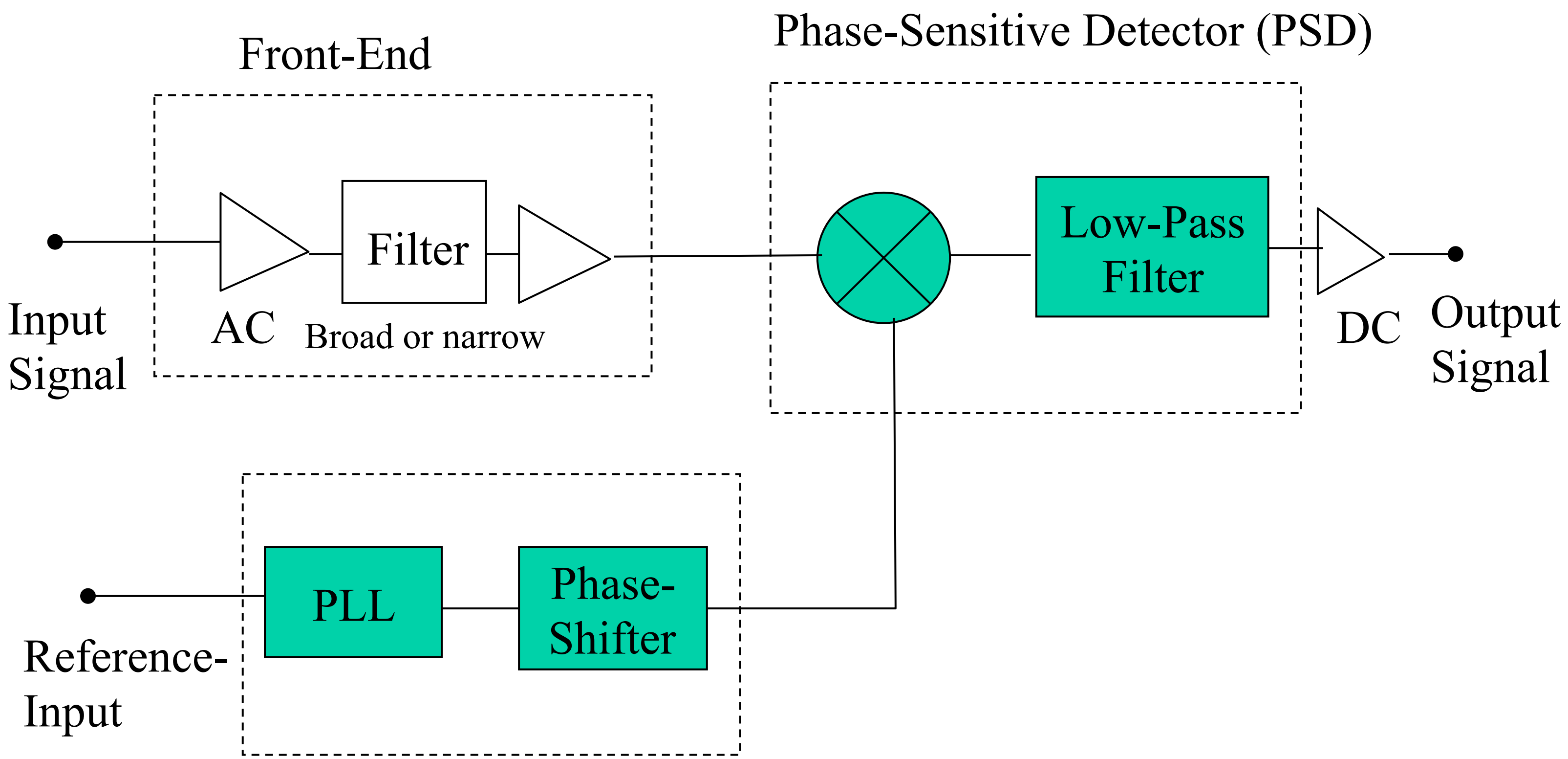


Damit ergibt sich ein phasensensitiver Output für $f_1=(2n+1)f_2$

$$u_3 = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{2U_1}{(2n+1)\pi}\cos\left[2\pi\left(f_1-(2n+1)f_2\right)t+\Phi_1-(2n+1)\Phi_2\right]$$
$$-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2U_1}{(2n+1)\pi}\cos\left[2\pi\left(f_1+(2n+1)f_2\right)t+\Phi_1+(2n+1)\Phi_2\right]$$

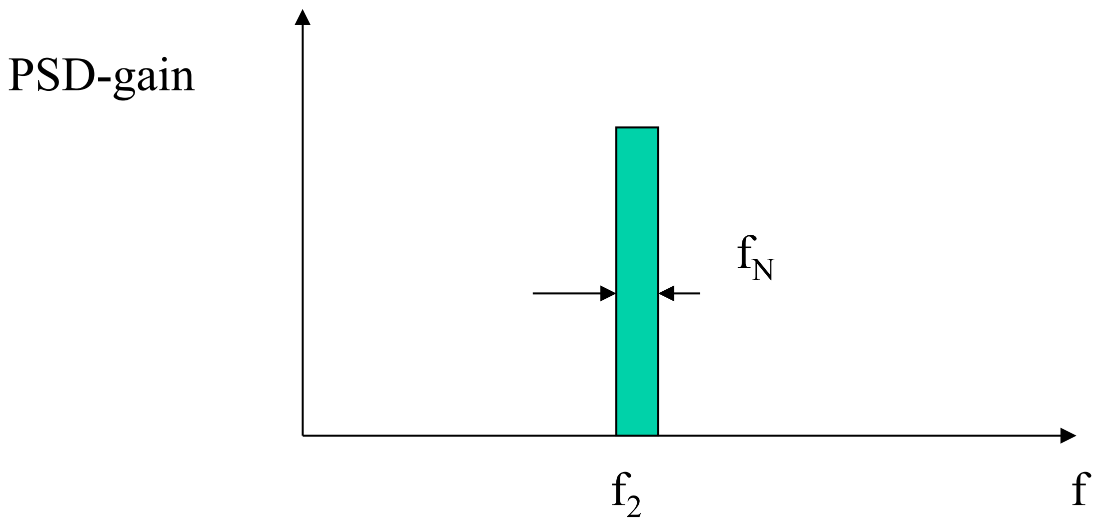
Durch geeignete Filterwahl wird die entsprechende Komponente gemessen.
Da U_2=const. hängt u_3 nur von der Phase bzw. Frequenz und Amplitude ab

Block-Schema eines Lock-In Verstärkers



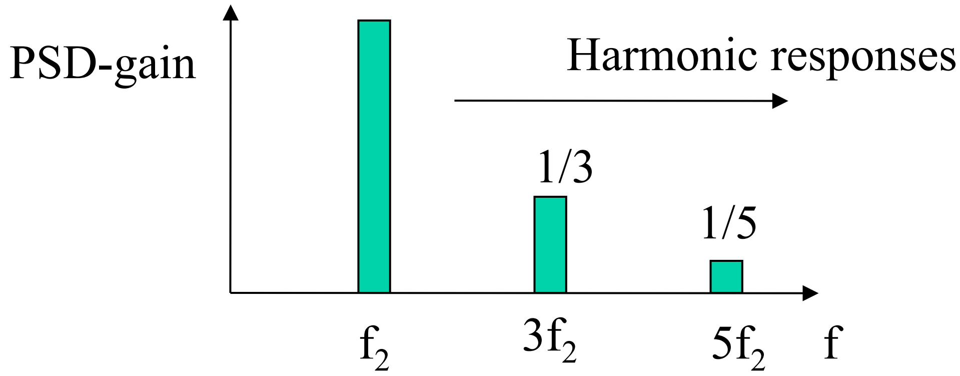
PSD-Frequenz Antwort

Ein einfacher Lock-In mit Sinusförmiger Referenz ist ein extrem schmalbandiges Filter um die Referenzfrequenz f_2. Die Breite des „Bandpassfilters“ ist durch f_N des Low-Pass-Filters gegeben.



PSD-Frequenz Antwort mit Switching Mixer

Mit Rechteckfunktion als Referenzsignal:



$$u_3 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2U_1}{(2n+1)\pi} \cos\left[\Phi_1 - (2n+1)\Phi_2\right]$$

Für $(2n+1)\Phi_2 = \Phi_1$: $$u_3 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2U_1}{(2n+1)\pi}$$

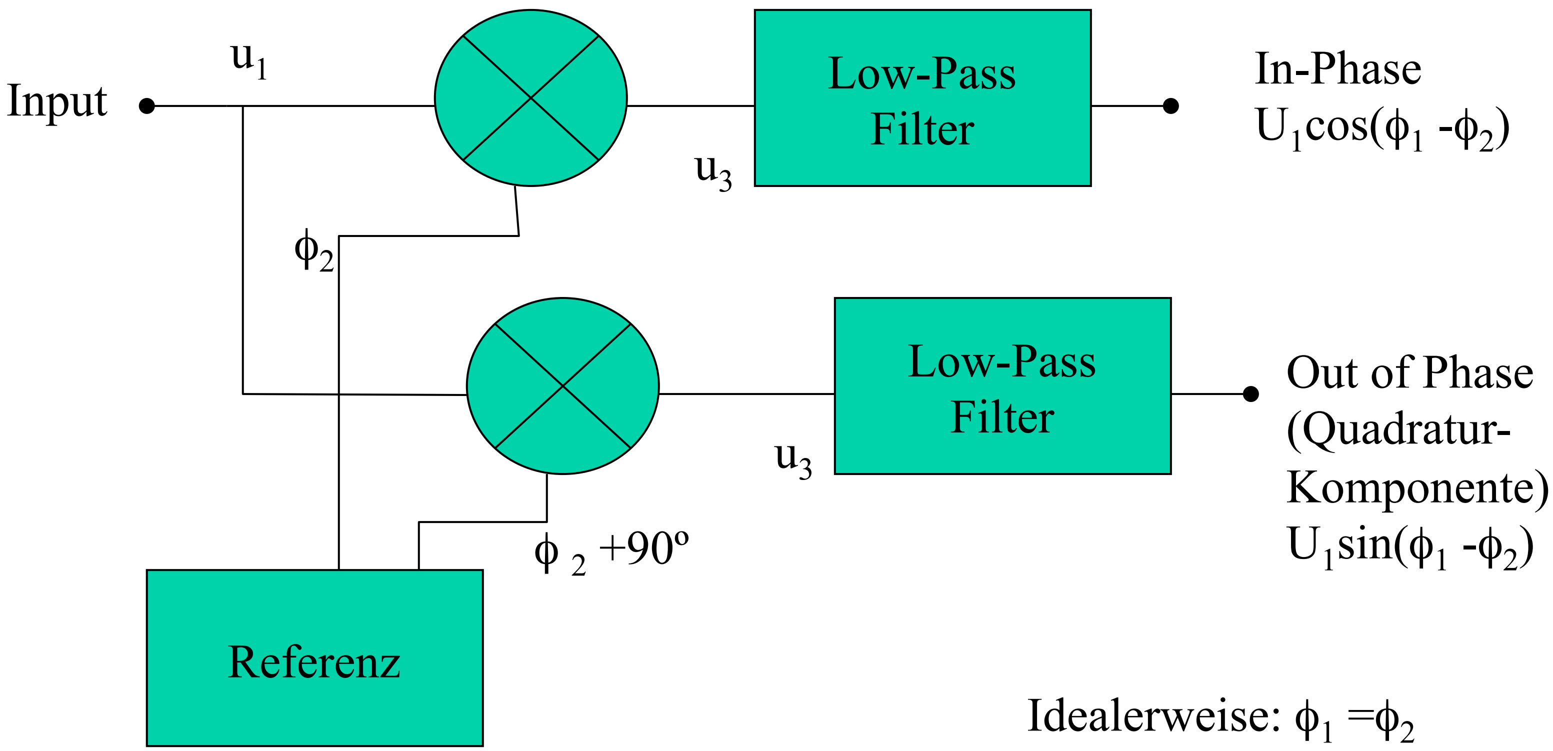
z.B.: $$u_3 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2U_1}{\pi}$$ für f_2 $$u_3 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2U_1}{3\pi}$$ für $3f_2$

Heterodyne Lock-In Verstärker

Heterodyne Lock-In Verstärker benutzen einen zusätzlichen Mixer, um das Eingangssignal der Frequenz f_1 auf eine andere Frequenz umzuwandeln. Entweder werden Summenfrequenz ($f_i=f_1+f_3$) oder Differenzfrequenz ($f_i=f_1-f_3$) benutzt. Der heterodyne Mixer wird verwendet um die Frequenz noch oben oder unten zu konvertieren (up convert $f_i>f_1$ or down convert. $f_i<f_1$)

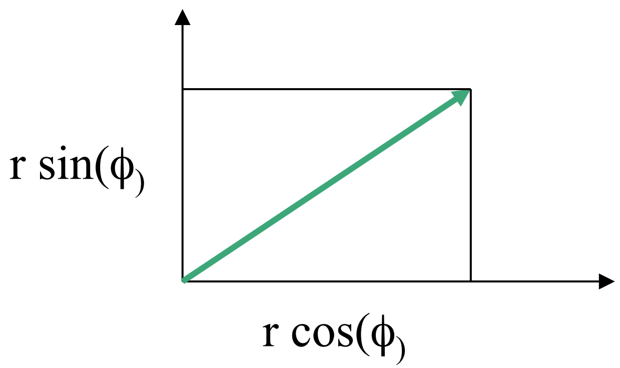
Vorteile: Elektronik des Lock-In ‘s kann auf bestimmten Frequenzbereich unabhängig von der Anwendung optimiert werden.

2-Phasen/ Vektor Lock-In-Verstärker

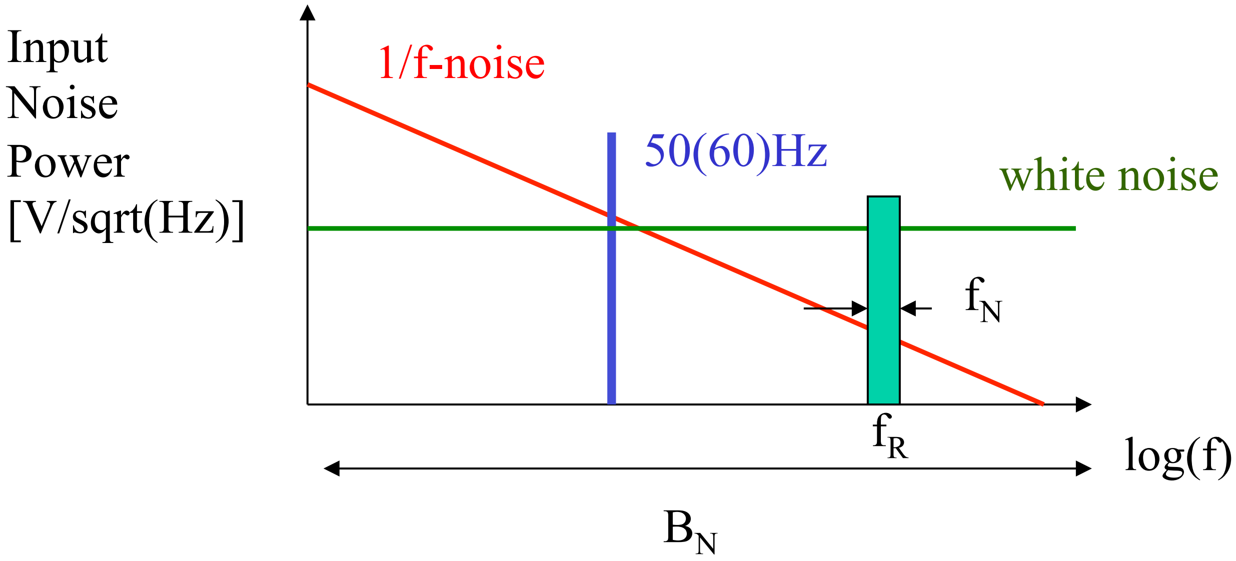


2-Phasen Lock-In Verstärker

Es werden 2 PSDs verwendet, wobei eine Phasenverschiebung von 90º zwischen den beiden Referenzsignalen besteht.
Im Vektormodus wird die Quadraturkomponente $\sin(\phi_1 - \phi_2)$ zu null geregelt.
Dann ist $U_1 \cos(\phi_1 - \phi_2) = U_1$ phaseninsensitiv und wird auch Vektorlänge (vector magnitude) genannt. Das Reglersignal ist proportional zu ϕ_1 .



Signalmessung mittels Lock-In



50Hz oder 1/f werden reduziert durch geschicktes Wählen der Referenzfrequenz. Durch weisses Rauschen wird die Messung band-limitiert. Angenommen das Instrument hat eine Bandbreite B_N=100kHz. Die Rauschbandbreite des Lock-In ‘s f_N kann auf 1/1000Hz reduziert werden, d.h. eine Messung dauert etwa 500Sekunden. Das SNR (signal to noise ratio) wird um Faktor 10^4 verbessert.

$$\sqrt{\frac{B_N}{f_N}} = \sqrt{\frac{10^5}{10^{-3}}} = 10^4$$

2f and more

See http://www.signalrecovery.com/AppsNotesDownload.htm

An Example:

Model EG&G Princeton Applied Research 5210
High Performance Dual Phase Analog Lock-in Amplifier

Others: ITHACO, Stanford....

Spezifikationen

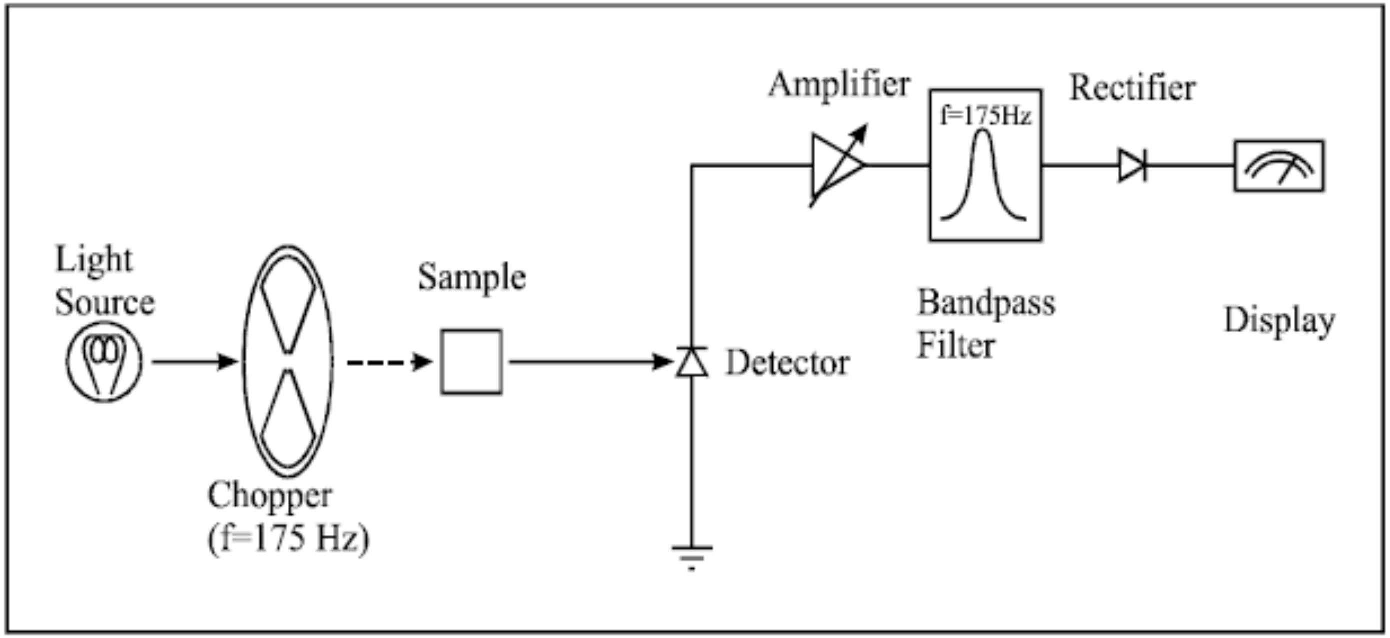
Sensitivity
Voltage10 nV to 3 V (with output expand)
Current10^{-6} A/V, 10^{-8} A/V conversion
Impedance
Voltage100 MΩ // 25 pF
Current25 Ω (10^{-6} A/V)
Noise
Voltage5 nV/√Hz at 1 kHz
Current13 fA/√Hz (10^{-8} A/V) at 1 kHz
C.M.R.R.120 dB at 1 kHz
Frequency Response0.5 Hz to 120 kHz
Dynamic Reserve130 dB (max)
DetectionPhases2
ModesF, 2F
Output
ModesX,Y, (%): X,Y, (V): R,θ,
NoiseTime constant100 µs, 1 ms to 3000 s
Roll-off6 or 12 dB/octaveVoltage 10 V FS
Impedance 1 kΩ
Oscillator
Voltage0 to 2 V rms (1 mV steps)
0 to 5 V rms (software only)
Frequency0.5 Hz to 120 kHz
Impedance 1 kΩ

Digital LockIn

Zurich Instruments
HF2PLL Key Features

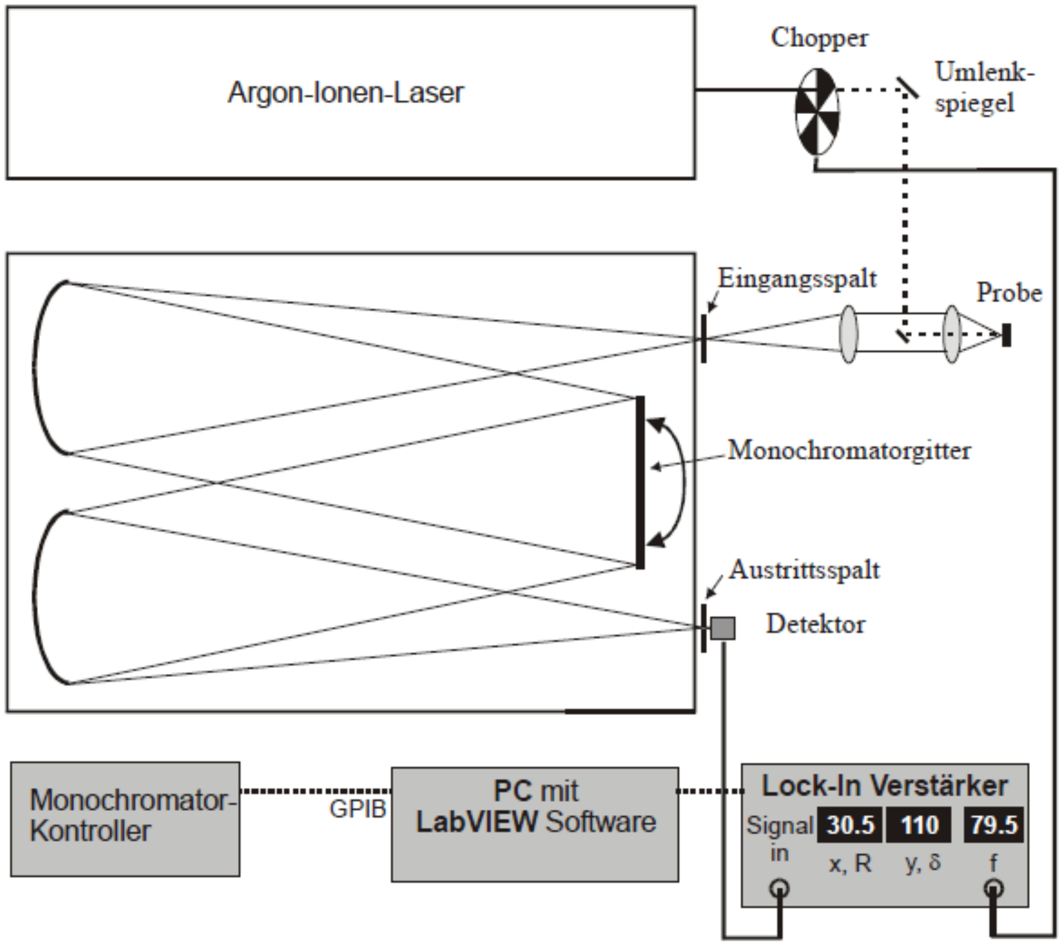
Dual 50 MHz phase-locked loop
2 fully configurable lock-in amplifiers
2 high-frequency, high-performance signal generators
50 kHz PLL bandwidth with full parameter control
4 fully configurable PID controllers
Application pack (included): automatic gain control, tip protection, peak analyzer
Application pack (optional): Kelvin probe force microscopy, Q-Control, dual resonance frequency tracking (DFRT), side band analyzer
PLL harmonic mode
Frequency deviation and dissipation output (jitter-free)
State-of-the-art software: ZoomFFT, frequency response analyzer, HF2PLL Advisor, PID Advisor, oscilloscope, spectroscope

Einfaches Chopper Experiment

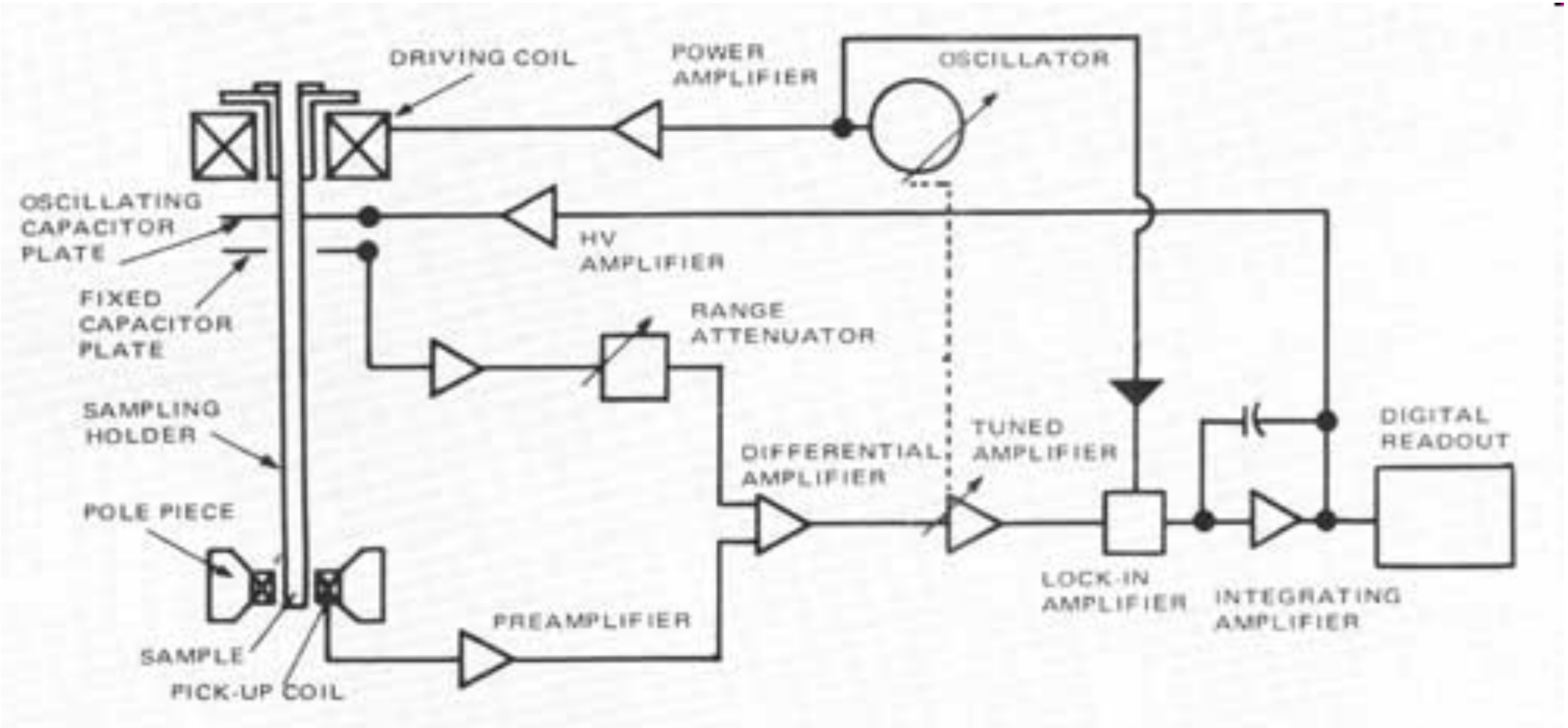


Bentham-Lock-in

Lumineszenz-Versuch



Vibrating Sample Magnetometer (VSM)



Siehe auch Praktikum

Ein Lock-In Experiment

Eine Grösse p wird langsam verändert und gleichzeitig moduliert mit der Referenzfrequenz $\omega=2\pi f$: $p(t, \omega) = p(t) + a \cos(\omega t)$
Die Antwort des Systems wird mittels eines Sensors gemessen:

$$g(t) = f(p(t)...) = f(p(t)) + \left.\frac{\partial f}{\partial p}\right|_{p(t)} a\cos(\omega t) + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}\right|_{p(t)} (a\cos(\omega t))^2 + ...$$

In erster Näherung misst ein Lock-In die erste Ableitung der Antwortfunktion und die 2. Ableitung im 2f-Modus. Gilt nur für kleine Amplituden. D.h. die ursprüngliche Antwortfunktion kann durch Integration bestimmt werden.
Die Antwortfunktion wird auch Systemfunktion oder „Suszeptibilität" des Systems genannt.

Physikalische Beispiele

Methode	Anregung p	Antwort g
ESR/NMR	Magnetfeld RF-Frequenz	Magnetisierung
Auger	Energie/Spannung	Anzahl Elektronen
STM-Spektroskopie	Distanz Spitze-Probe	Tunnel-Strom
Magnetometer	Position Probe	Magnetisierung

Eine etwas andere Betrachtungsweise

Korrelationsfunktion: $$R(\delta) = \lim_{\tau\to\infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\infty f(t) \cdot g(t+\delta)dt$$

Verzögerung oder „Delay" δ. Falls f(t) und g(t) korreliert sind, so ist R(δ)≠0. Falls g(t) stark verrauscht ist, wird f(t) als Referenz benutzt, um eine Korrelation zu finden.
Im einfachsten Fall f(t)=a sin(ωt) als Referenz und g(t)=bsin (ωt+ δ) als Antwort. Somit erhält man die Autokorrelationsfunktion

$$R(\delta) = \frac{ab}{nT} \int_0^{nT} \sin(\omega t) \sin(\omega t + \delta)dt$$

Die Integration ist ein Zeitmittel: $\left\langle s(t)s(t+\delta)\right\rangle_{nT}$

Der Lock-In misst also eine Art Autokorrelationsfunktion.

Rauschen oder Signal?

Falls es sich um unkorreliertes Rauschen handelt:

$$R(\delta) = \langle s(t)s(t+\delta) \rangle = 0$$

Bei einem signifikanten, korrelierten Signal erhält man von Null verschiedene Werte. Beachte, dass die Autokorrelationsfunktion die inverse Fouriertransformierte der „power spectral density" S(ω) (W/Hz) ist.
(Eine Grösse welche mit einem Spektrumanalyzer gemessen werden kann.):

$$R(\delta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S(\omega) \exp(i\omega\delta) d\omega$$

Respektiv:

$$S(\omega) = \int_0^\infty R(\delta) \exp(-i\omega\delta) d\delta$$

Typische Autokorrelationsfunktion

$$R(\delta) \propto \frac{\sin(\Delta\omega \delta/2)}{\Delta\omega \delta/2} \cos(\omega\delta)$$

Wobei Δω die Bandbreite der Messung ist. Ein typische sin(x)/x Abhängigkeit.