Physik I

- Voraussetzungen: Schulmathematik
  (Differentiation, Integration, Vektorrechnung)
- Skript nach Rudin
  Preis: Fr. 10.– (Sekretariat 1.08, 1. Stock)
  bitte exakten Betrag mitnehmen
- **Literatur:**

P. A. Tipler, Physik, Spektrum Verlag

W. Demtröder, Experimentalphysik 1(-3), Springer

D. Giancoli, Physik, Pearson

C.Gerthsen, H.Vogel, Physik, Springer

M.Alonso, E.J. Finn, Physik

Bergmann-Schäfer, Mechanik,Akustik,Wärme

Berkeley Physik Kurse

Feynman Lectures

Organisatorisches

- Schriftliche Schlussprüfung

  20. Dez. 2013 13-15h grosser Hörsaal

  Formelsammlung, Skript, Taschenrechner, eigene Zusammenfassung
- Anmeldung mittels MOnA: **28. Okt. -11. Nov. 13**

  Siehe http://philnat.unibas.ch/examen
- Übungen von Fr. Sweetlana Fremy organisiert

  sweetlana.fremy@unibas.ch
- Experimente von Stephan Messmer
- Online Unterlagen:

  adam.unibas.ch/ -> physik -> meyer public

Stichworte zur Physik

- Exakte Wissenschaft
- Experimente+Theorie
- Zurückführen auf fundamentale Gleichungen
- Nicht auswendig lernen, sondern verstehen
- Komplizierte Prozesse beobachten, messen, analysieren, modellieren mittels fundamentaler Gleichungen
- Neue Phänomene entdecken (Supraleitung, STM/AFM, Sonolumineszenz…)
- Fehler finden in komplizierten Experimenten
- Instrumente selber bauen….

Die Methoden der physikalischen Forschung

Physik kann als „die Lehre von den Wechselwirkungen zwischen Körpern“ bezeichnet werden. Es ist ihr Ziel, die Erscheinungsvielfalt von Vorgängen in der Natur auf möglichst wenige, gesetzmässige Beziehungen zwischen geeignet zu definierenden Grössen zurückzuführen. Die **Experimentalphysik** ruft mit ihren Versuchsapparaturen bestimmte Erscheinungen hervor und verfolgt messend deren Ablauf. Die **Theoretische Physik** konstruiert mit Hilfe von Modellvorstellungen und mathematischen Operationen ein Bild des Vorgangs und sucht die funktionellen Zusammenhänge in Form von Gleichungen darzustellen. Eine gute Theorie kann Ergebnisse neuer, noch nicht durchgeführter Experimente voraussagen. Jede Theorie ist „vorläufig“ und muss laufend im Lichte neuer experimenteller Fakten überprüft und falls nötig modifiziert oder sogar als unrichtig erkannt werden.

Sicher ist die Grundlage alles physikalischen Arbeitens die Beobachtung, oder eben das Experiment. Das Laborexperiment wird treffend als „gezielte Frage an die Natur“ bezeichnet, weil störende Nebenerscheinungen möglichst vermieden werden und so die wesentlichen Zusammenhänge hervortreten können. Das wichtigste Merkmal von jedem Experiment ist seine Reproduzierbarkeit innerhalb der erreichten Messgenauigkeit.

Kapitel 1

Messen und Internationales Einheitssystem (SI)

Grundlage für die Beschreibung von Vorgängen in der Natur ist die Grössenlehre. **Physikalische Grössen** sind aus der Erfahrung durch Abstraktion gewonnene Begriffe. Sie beschreiben messbare Eigenschaften. Jeder spezielle Wert einer Grösse kann durch das Produkt

Grössenwert = Masszahl · Einheit

ausgedrückt werden. Die Masszahl gibt an, wievielmal die Einheit in der Grösse enthalten ist. Ihrem Wesen nach gibt es verschiedene Arten physikalischer Grössen, sie unterscheiden sich durch die Zahl der Angaben, welche zu ihrer eindeutigen Bestimmung notwendig sind. Wir erwähnen hier Skalare und Vektoren.

Skalare sind durch ihren Betrag (Masszahl und Einheit) festgelegt.

Vektoren sind durch Betrag und Richtung bestimmt.

Beispiele skalarer Grössen: Zeit, Masse, Temperatur. Beispiele vektorieller Grössen: Kraft, Geschwindigkeit.

Bsp.:

Skalare: Volumen, Zeit, Temperatur **Masse** **m=89.1kg**

Vektoren: elektrisches Feld, Magnetfeld, Kraft

Geschwindigkeit

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3\mathrm{m/s} \\ 5\mathrm{m/s} \\ 2\mathrm{m/s} \end{pmatrix}$$

Vektorrechnung

Wir verwenden das Internationale Einheitensystem (SI), welches auf sieben Basisgrössen beruht:

Basisgrösse	**Einheit**	**(Symbol)**
Länge	Meter	(m)
Zeit	Sekunde	(s)
Masse	Kilogramm	(kg)
Temperatur	Kelvin	(K)
el. Stromstärke	Ampere	(A)
Stoffmenge	Mol	(mol)
Lichtstärke	Candela	(cd)

Einheitenverordnung 941.2002

Art. 3 Länge

Der Meter (m) ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer 1/299 792 458 Sekunde zurücklegt.

Art. 4 Masse

Das Kilogramm (kg) ist gleich der Masse des Internationalen Kilogrammprototyps.

Art. 5 Zeit

Die Sekunde (s) ist das 9 192 631 770fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.

Art. 6 Elektrische Stromstärke

Das Ampere (A) ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen elektrischen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fliessend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde.

Art. 7 Temperatur

[1] Das Kelvin (K) ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wassers.

[2] Die Temperatur darf auch in Grad Celsius (°C) angegeben werden. Die Celsius-Temperatur ist gleich der entsprechenden thermodynamischen Temperatur in Kelvin abzüglich 273,15. Die Einheit Grad Celsius ist gleich der Einheit Kelvin.

[3] Differenztemperaturen dürfen in Kelvin oder Grad Celsius ausgedrückt werden.

[3] Differenztemperaturen dürfen in Kelvin oder Grad Celsius ausgedrückt werden.

Art. 8 Stoffmenge

[1] Das Mol (mol) ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebensoviel Einzelteilchen besteht, wie Atome in 0,012 Kilogramm des Nuklids ^{12}C enthalten sind.

[2] Bei Verwendung des Mol müssen die Einzelteilchen des Systems spezifiziert sein; es können Atome, Moleküle, Ionen, Elektronen sowie andere Teilchen oder Gruppen solcher Teilchen genau angegebener Zusammensetzung sein.

Art. 9 Lichtstärke

Die Candela (cd) ist die Lichtstärke einer Strahlungsquelle, welche monochromatische Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hertz in eine bestimmte Richtung aussendet, in der die Strahlstärke l/683 Watt pro Steradiant beträgt.

Alle anderen Grössen sind abgeleitete Grössen und setzen sich aus Basisgrössen zusammen.

Unter der Dimension einer Grösse versteht man den Ausdruck, der angibt, mit welcher Potenz die Basisgrössen in die Einheit der Grösse eingehen. Beispiel: die Geschwindigkeit besitzt die Dimension **Länge/Zeit**, abgekürzt $[LT^{-1}]$ (ihre Einheit ist m/s).

Der Dimensionsbegriff ist sehr nützlich zur Kontrolle der Richtigkeit physikalischer Formeln: in Summen dürfen notwendigerweise nur Summanden gleicher Dimension vorkommen (nicht „Äpfel" und „Birnen" addieren). Die beiden Seiten einer Gleichung müssen dimensionsgleich sein. Der Quotient von Grössen gleicher Dimension ergibt eine dimensionslose Grösse (eine reine Zahl).

In der Mechanik benötigen wir lediglich die Basiseinheiten **Länge**, **Zeit** und **Masse**. Diese Basiseinheiten sind im SI-System folgendermassen definiert:

Meter

Der Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum in 1/299'792'458 Sekunden durchläuft.

Sekunde

1 Sekunde ist das 9'192'631'770 fache der Periodendauer für einen bestimmten Übergang in ^{133}Cs (Atom-Uhr).

Kilogramm

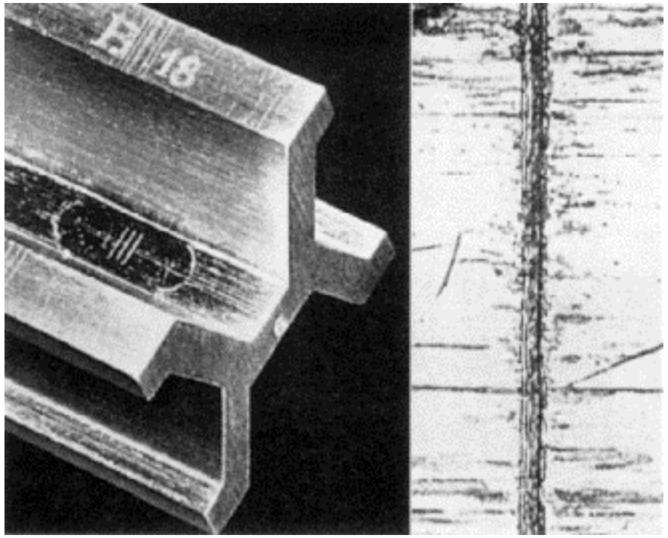
Das Kilogramm ist die Masse des internationalen Kilogramm-Prototyps (90% Pt, 10% Ir-Zylinder, in Sèvre bei Paris aufbewahrt).

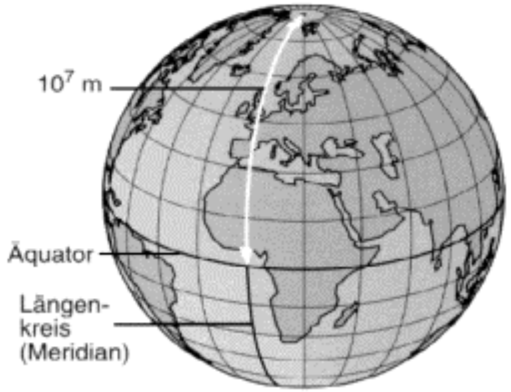
Längeneinheiten

Inches, Yards, Miles

Exp: Basler vs. Franz. Fuss

Geburt des Meters



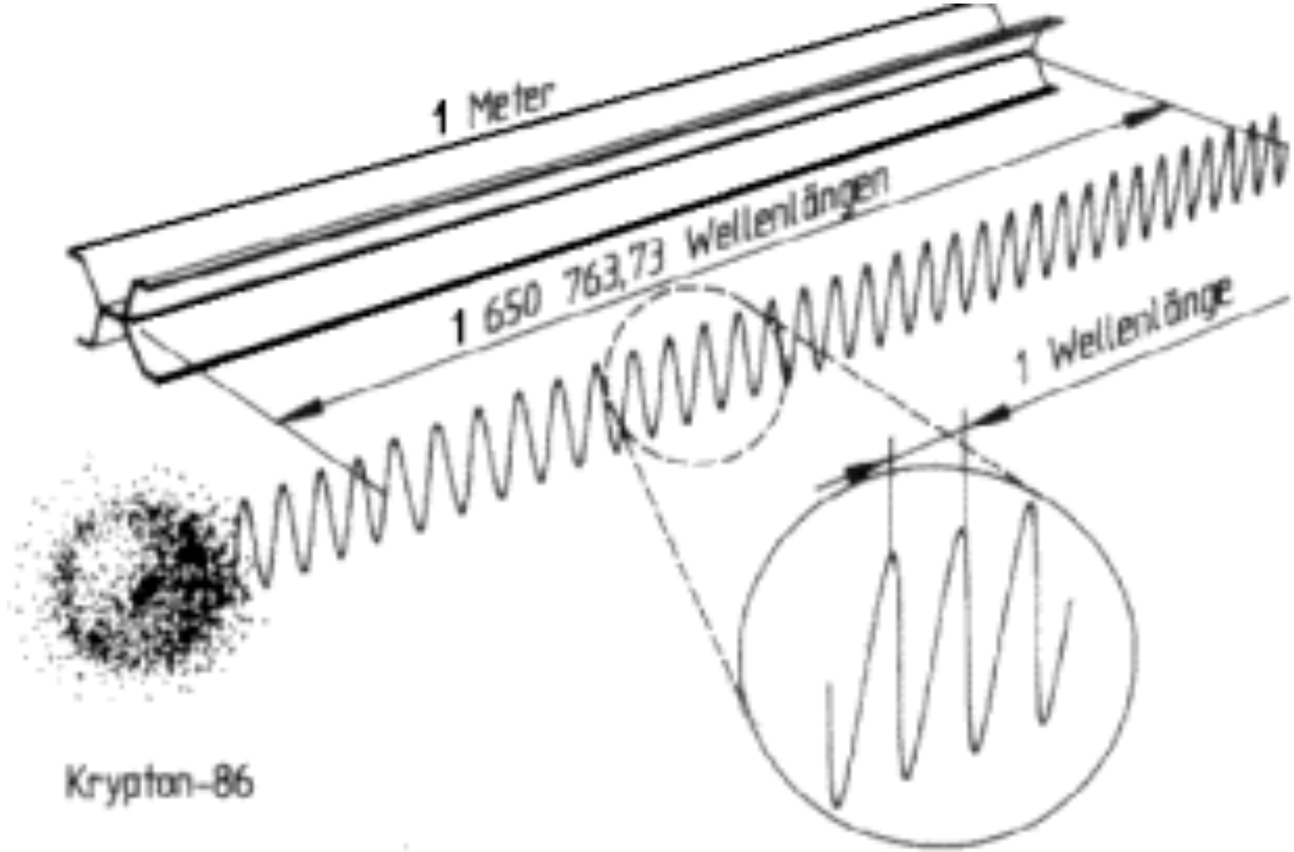


1793

PlatinIridium
Prototyp (1889)

Exp: Meter

Modernere Methoden



Vergleich mit der Wellenlänge von Licht (Übergang von Krypton 86) (1960)

Heutige Definition des Meters

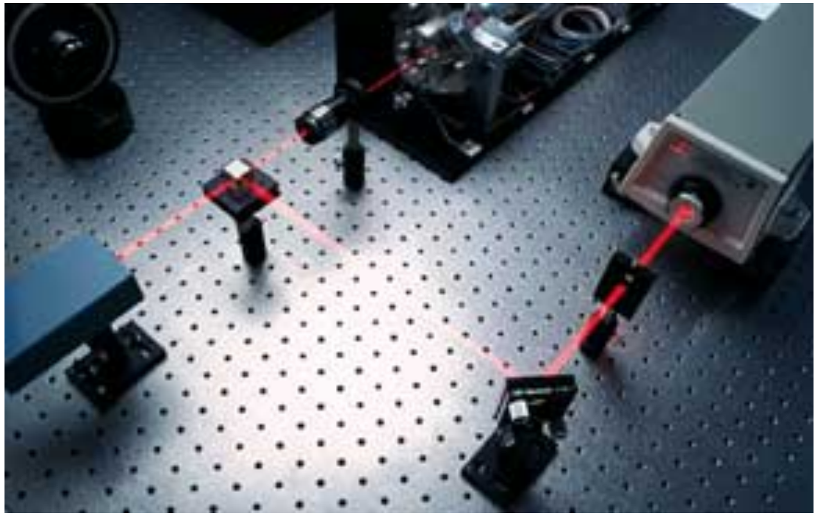
Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von 1 / 299.792.458 Sekunde zurücklegt.

Die Lichtgeschwindigkeit wird auf c_0=299 792 458 m/s festgelegt

Mit $c_0 = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = c_0/f$ können Längen bestimmt werden.

Die Frequenz f des jeweiligen Lichtes wird über den Sekundenstandard bestimmt. Daraus lässt sich dann die Wellenlänge λ berechnen bzw. als Längenstandard verwenden.

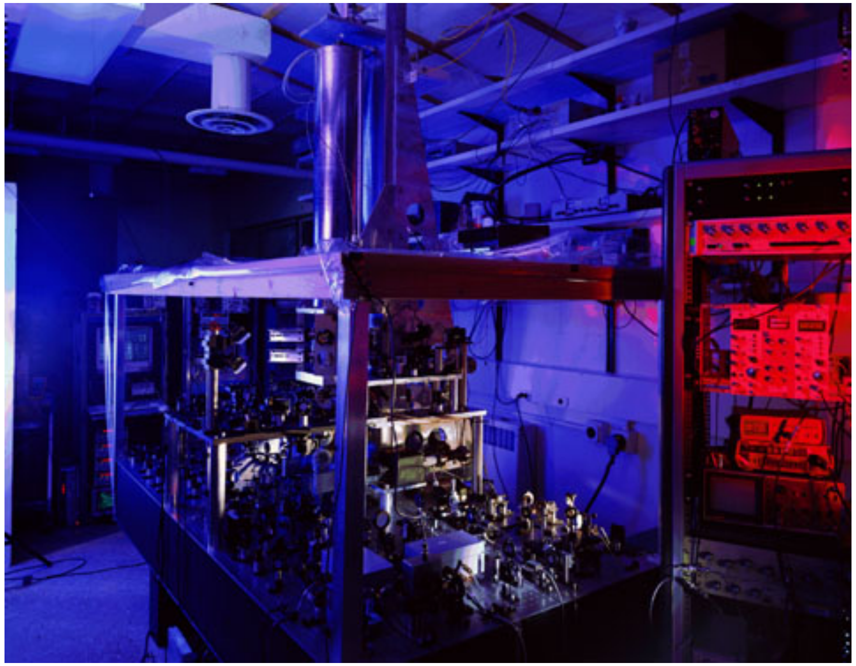
(Seit 1983)

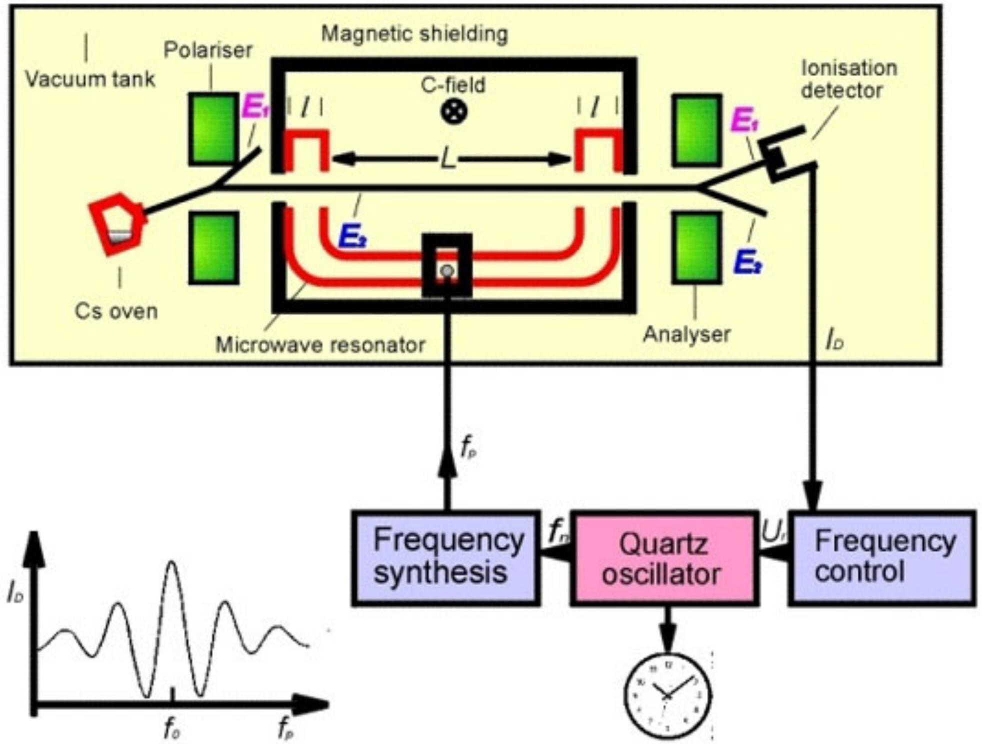


Definition der Sekunde

Eine Sekunde ist das 9.192.631.770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids 133Cs entsprechenden Strahlung.

Cäsium-Uhr





Magnetic shielding
Polariser
Vacuum tank
C-field
Ionisation detector
E1
L
E2
Cs oven
Microwave resonator
Analyser
ID
fP
Frequency synthesis
Quartz oscillator
Frequency control
f0

Das Kilogramm

The kilogram is the unit of mass; it is equal to the mass of the international prototype of the kilogram.

Bureau International des Poids
et Mesures (BIPM)
Sèvres bei Paris

seit 1880 wird Prototyp gebraucht
(~1Liter Wasser)

Exp: Kilogramm

Kilogramm-Prototyp

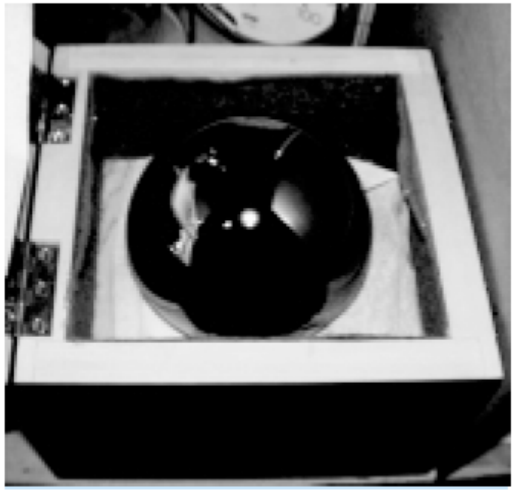
Bundesamt für Metrologie und Akkreditierung (METAS)

Ersatz des Kilogramm-Prototypen?

Langzeitstabilität des Prototypen nicht gesichert: ca. 10μg in 100 Jahren

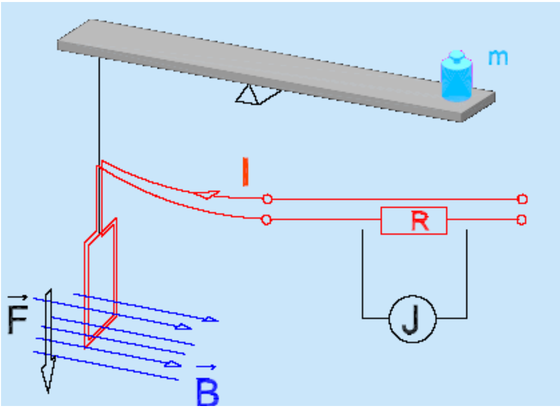
Alternativen:

Silizium-Kugel mit bekannter Anzahl von Atomen



Si-Einkristallkugel
auf 8nm genau bearbeitet

Stromwaagen:
Kilogramm wird auf Ampère zurückgeführt
(Ampère kann auf Naturkonstanten h, e zurückgeführt werden)

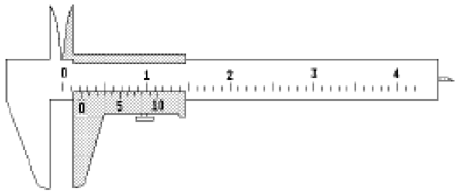


Problem:
Genauigkeit 10^8

Längenmessung:

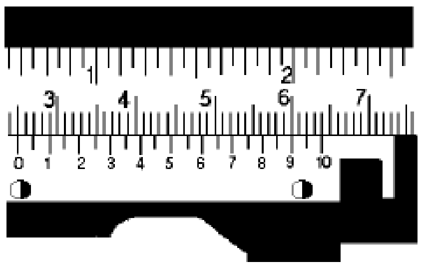
Die Messung einer Länge erfolgt häufig durch Vergleich mit einem durch Striche eingeteilten Massstab, der seinerseits mit dem Längenstandart geeicht wurde. Klassische, technische Instrumente zur Längenmessung sind

Schublehre



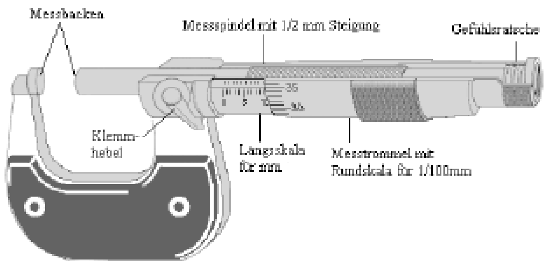
mit:

Nonius



und

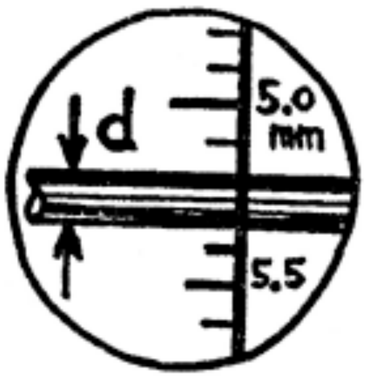
Mikrometerschraube

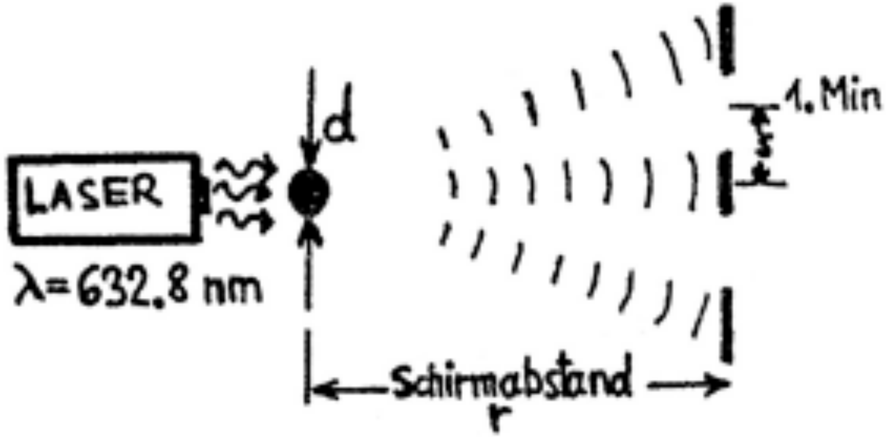


Wesentlich höhere Messgenauigkeiten können z.B. mit Hilfe **optischer Interferenzmethoden** erreicht werden (s. Kapitel V).

Exp: Schublehre, Mikrometerschraube

Längenmessung eines Haares



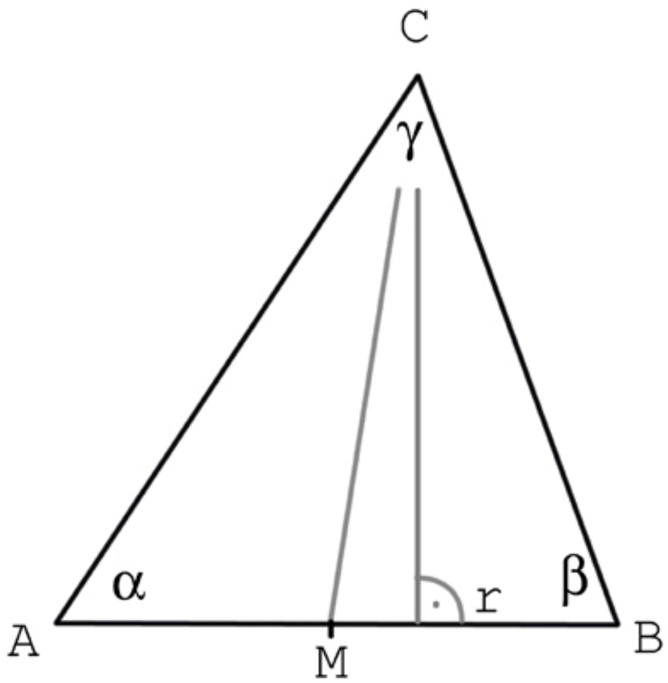


$$d \cong \lambda \cdot \frac{r}{s}$$

Exp: Messung der Dicke eines Haares

Die direkte Messung durch Vergleich mit der Standardlänge ist nicht immer anwendbar, so dass indirekte Methoden verwendet werden müssen. Bespiele sind die **Triangulation** in der Geländevermessung und die Bestimmung der Entfernung von Fixsternen auf Grund ihrer **Parallaxe** (d.h. des Winkels, unter dem der Radius der Erdbahn um die Sonne vom Stern aus erscheint). Indirekte Messungen stützen sich immer auf gewisse Voraussetzungen; im Falle der Triangulation ist die Gültigkeit der Euklidschen Geometrie und die geradlinige Ausbreitung des Lichtes vorausgesetzt.

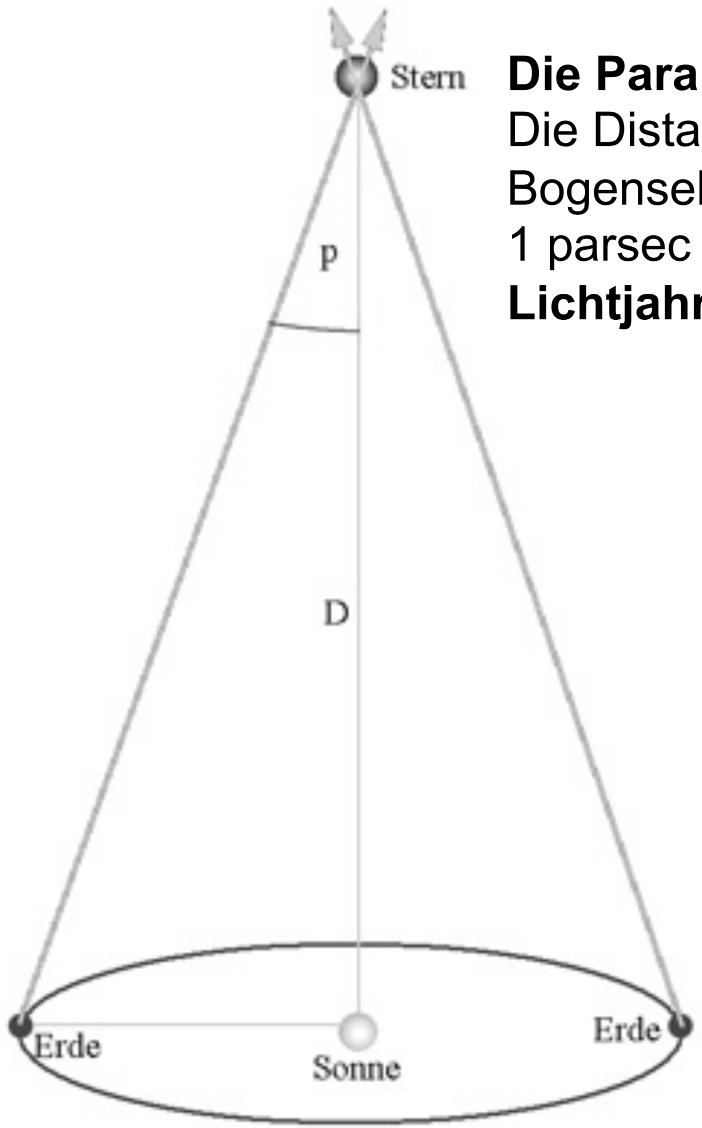
Triangulation: Distanzmessung durch Winkelmessung und Vergleich mit bekannter Strecke



AB sei bekannt. Die Winkel α und β werden gemessen.
Dann ergibt sich : γ=180º- α- β

AC= AB sin β /sinγ BC=AB sin α /sin γ

Parallaxe von Sternen



Die Parallaxensekunde (parsec)
Die Distanz aus der ein Objekt eine Parallaxe von einer Bogensekunde hat. 1 parsec =1 AE/ tan(1 Bogensekunde)
1 parsec = 30.85677 Billionen Kilometer = **3.261634 Lichtjahre**.

Winkelmessung:

Das wichtigste Instrument zur Winkelmessung ist der **Theodolit**, im Wesentlichen ein Fernrohr in Verbindung mit einem horizontal und einem vertikal gelagerten Teilkreis.

Der **ebene Winkel** ist definiert als Verhältnis von zugehöriger Kreisbogenlänge und Kreisradius, ist also eine dimensionslose Grösse. Ihre Einheit ist der **Radiant** (rad). 1 Vollwinkel = $2 \cdot \pi$ rad (= 360°)

Der **Raumwinkel** ist definiert als Quotient der von ihm aus einer Kugel herausgeschnittenen Fläche und dem Quadrat des Kugelradius. Die Einheit heisst **Steradiant** (sr). 1 voller Raumwinkel misst $4 \cdot \pi$ sr

Zeitmessung:

Eine stets zugriffbereite Zeitskala wird normalerweise mit Uhren erzeugt, d.h. mit Hilfe von Geräten, die einen zeitgebenden Oszillator enthalten. Gebräuchliche Oszillatoren und zugehörige Frequenzbereiche (Frequenz = Anzahl Schwingungen pro Sekunde; Einheit ist das Hertz (Hz), 1 Hz = 1 s^{-1}) sind:

Masse + Feder	2 bis 5 Hz
Schwerependel	ca. 1/2 Hz
Stimmgabel	bis 360 Hz
Quarzkristal	32 kHz bis 10 MHz
Atom, Molekül	1 GHz bis 10 GHz

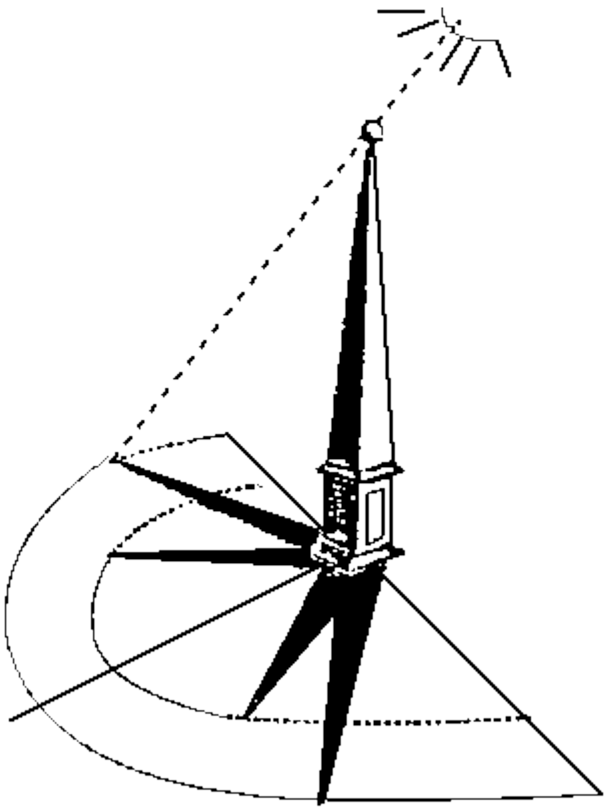
Für eine kommerzielle Cs-Uhr ist die Frequenzstabilität besser als 1 : 10^{13}

Zur Messung geologischer Zeiten (z.B. Altersbestimmung von Meteoriten) bedient man sich kernphysikalischer Methoden (Kapitel VI).

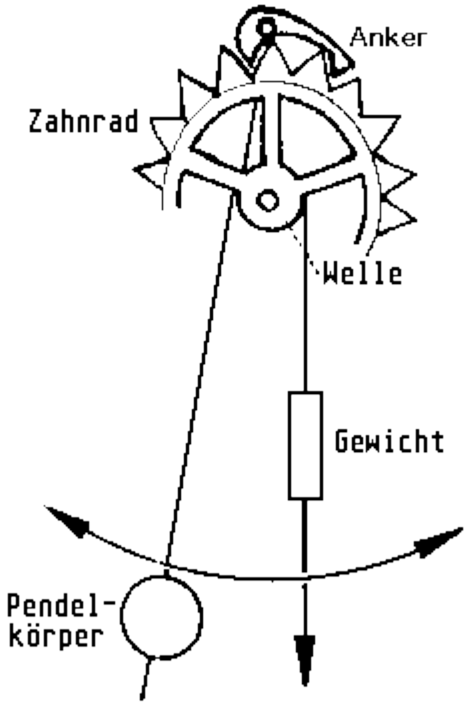
Massenbestimmung:

Massebestimmungen im Bereich von 10^{-11} bis 10^{+6} werden durch Vergleichswägung mit Gebrauchsnormalen, die ein geeignetes Vielfaches des Kilogrammprototyps ausmachen, ausgeführt.

Zeitmessung



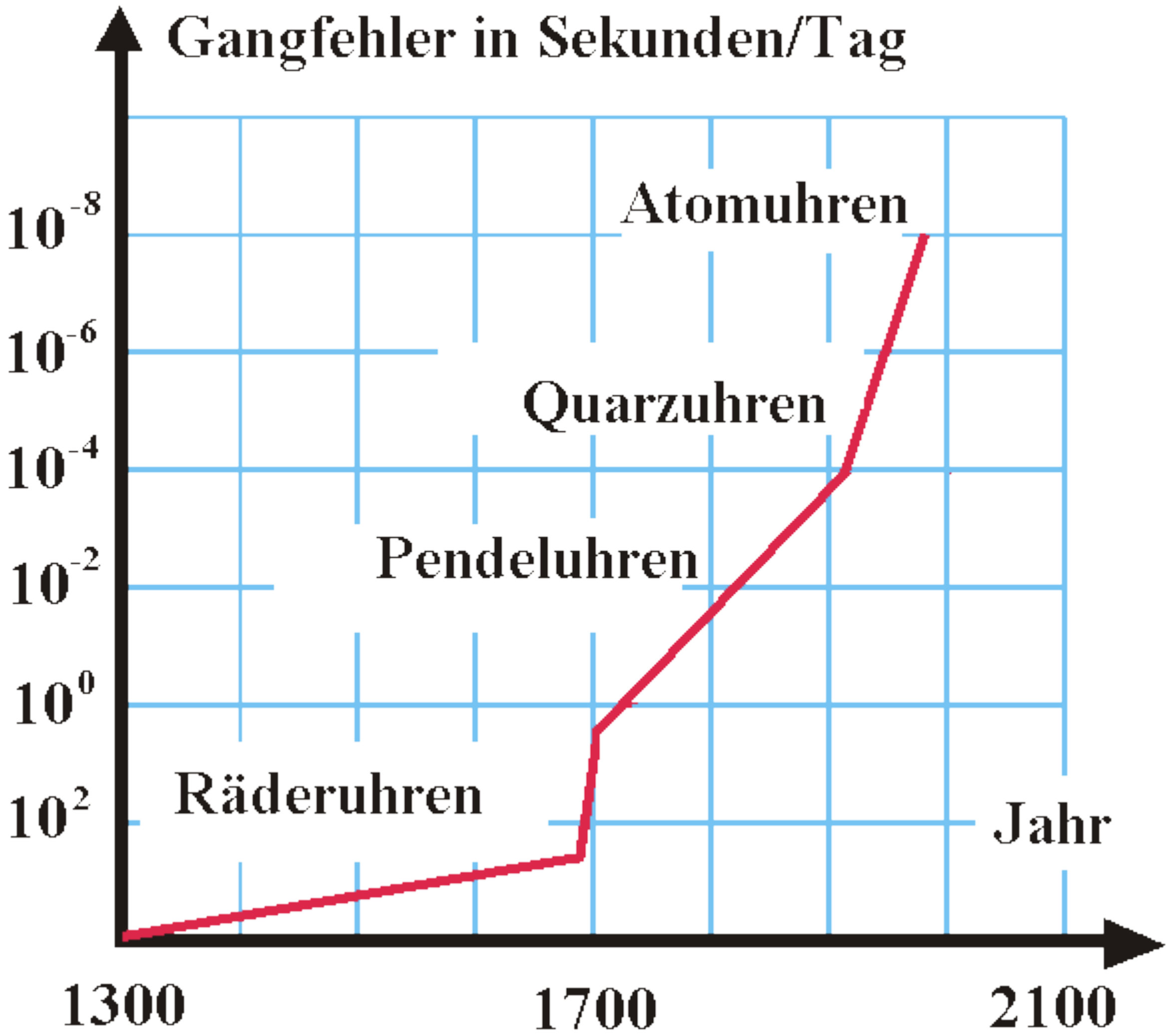
Sonnenuhr



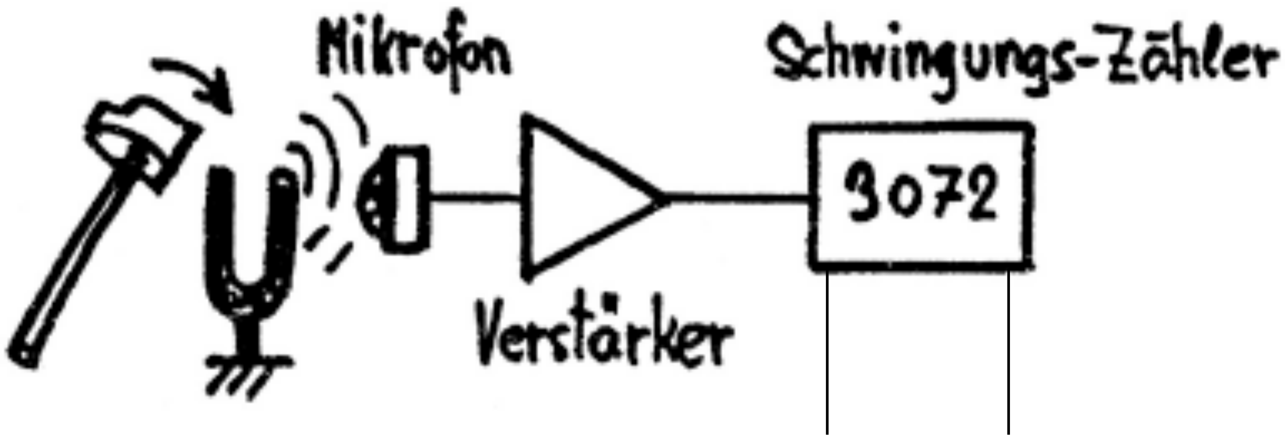
Pendeluhr

Quarzuhr

Zeitmessung



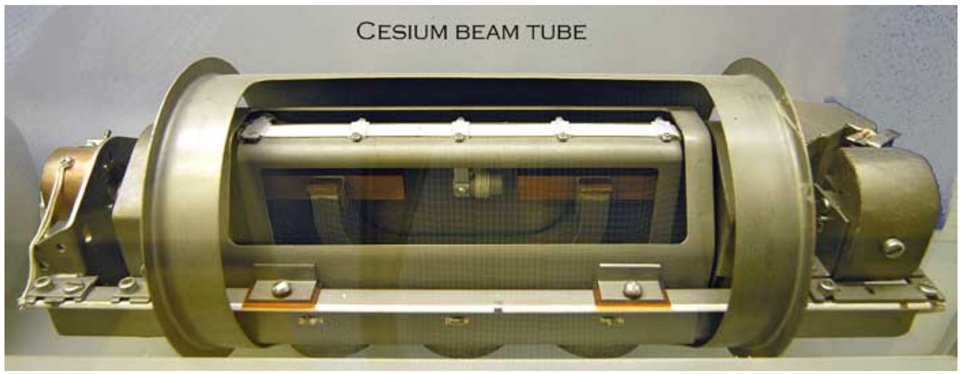
Exp: Stimmgabel als Uhr



Start Stop

Pendel mit Lichtschranke

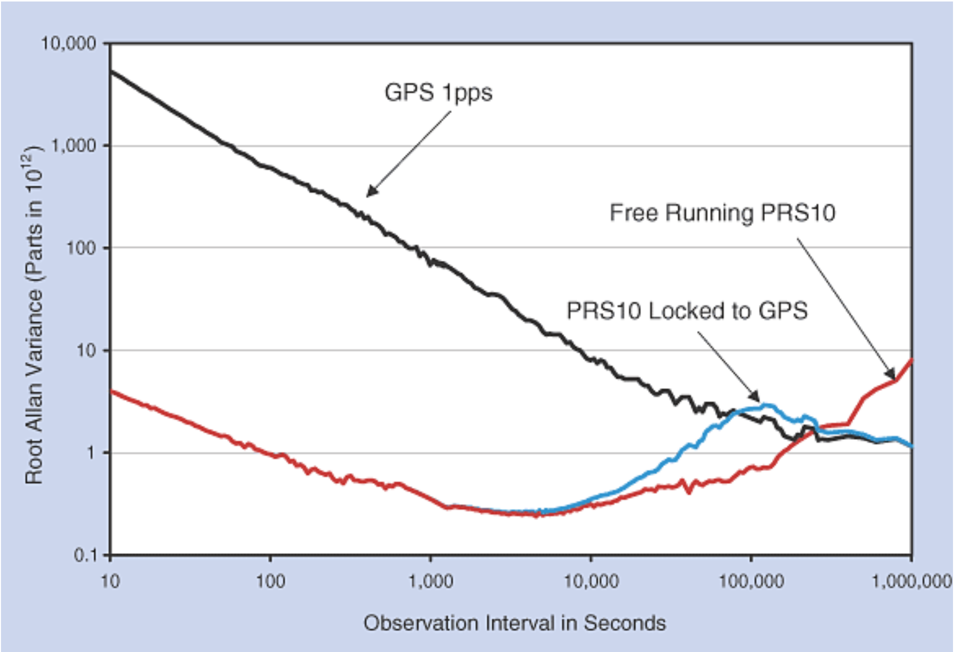
Atomuhr

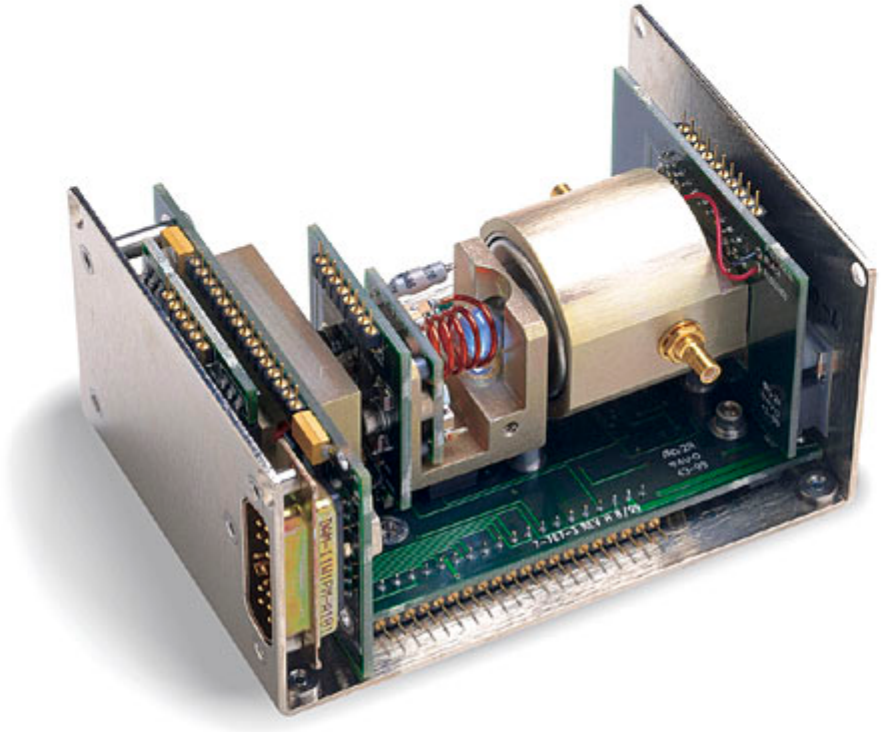


Stabilität: 10^{14}

1sec in 3Mio Jahren

Rubidium-Frequenzstandards im Labor oder zur Kommunikationssynchronisation





Frequenzstabilität von 10^{12}

Atomuhren für GPS

BILD TEMEX

Atomuhr: Die Rubidium-uhr für Galileo wiegt 3,3 kg.

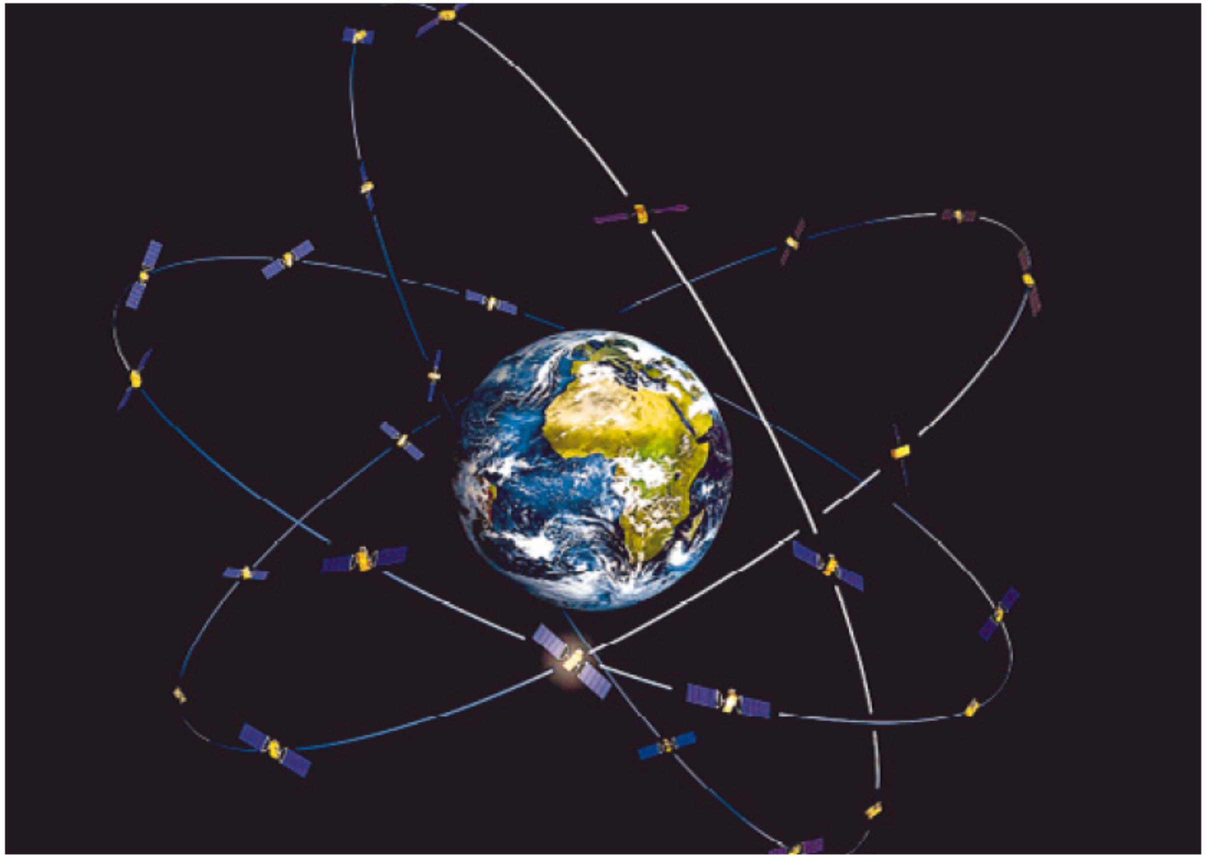


BILD GALILEO

Präzisionswerk: Bei der Satellitennavigation muss mit Nanosekunden gerechnet werden.

Laufzeitmessungen der Signale ergeben die Position

Messfehler:

Grundsätzlich ist jede Messung mit einem Fehler behaftet. Die Ursache des Fehlers kann sowohl statistischer Art (zufällig) als auch systematischer Art (z.B. falscher Skalennullpunkt) sein. Zu einem quantitativen Messergebnis muss immer eine Fehlerschranke angegeben werden. Eine Anleitung zur Fehlerrechnung wird im Praktikum für Anfänger abgegeben.

M=90.128755545kg ?

M=90.1 ± 0.1kg

-Nur die notwendigen, bzw. sinnvollen Anzahl Stellen verwenden
-Fehler abschätzen

Grössenordnungen in der Natur:

Ausdehnung (m)			Objekt	Masse (kg)	Gebiet
1 fm	10^{-15}	---	Atomkerne	10^{-27}	Kern- und Teilchenphysik
0.1 nm	10^{-10}	---	Atome	10^{-25}	Atom- und Festkörperphysik
10 μm	10^{-5}	---	Biologische Zellen	10^{-14}	Biophysik
1 m	1	---	Mensch	10^{2}	Klassische Physik
100 km	10^{5}	---	Grosslandschaft		Geophysik
	$\sim 10^{7}$	-	Erde	$6 \cdot 10^{24}$	
	10^{10}	---			
10^{11} m			Erdbahnradius		
			Grosse Sterne	10^{30}	
	10^{15}	---			
10^{16} m $\cong$ 1 LJ		-	Sternabstände		Astrophysik
	10^{20}	---			
10^{21} m $\cong 10^{5}$ LJ		-	Sternensysteme	10^{41}	Kosmologie
	10^{25}	---			
10^{26} m $\cong 10^{10}$ LJ		-	Universum	10^{53}	
			$\downarrow$ m		$\downarrow$ kg

Längenbereich: ca. 40 Grössenordnungen

Massenbereich: ca. 80 Grössenordnungen

Zeitskala (s):

10^{-23} s	---	Lebensdauer der instabilen Partikel (Resonanzteilchen)
10^{-18} s	---	Lebensdauer angeregter Atomkerne
10^{-13} s	---	Periode von Molekülschwingungen
10^{-8} s	---	Lebensdauer angeregter Atome
10^{-3} s	---	z.B. Dauer chemischer Explosionen
$3 \cdot 10^{2}$ s ($\cong$ 5 min)	---	rasche Zellteilung
$3 \cdot 10^{7}$ s ($\cong$ 1 a)	---	Umlaufszeit der Erde um die Sonne
$3 \cdot 10^{12}$ s ($\cong 10^{5}$ a)	---	Alter des homo sapiens
$3 \cdot 10^{17}$ s ($\cong 10^{10}$ a)	---	Alter des Universums
		$\downarrow$ s

Zeitbereich: ca. 40 Grössenordnungen

Schreibweise physikalischer Grössen

International eingeführte Vorsätze für Einheiten:

1’000’000’000’000’000	10^{15}	Peta	P
1’000’000’000’000	10^{12}	Tera	T
1’000’000’000	10^{9}	Giga	G
1’000’000	10^{6}	Mega	M
1’000	10^{3}	Kilo	k
100	10^{2}	Hekto	h
10	10^{1}	Deka	da
0.1	10^{-1}	Dezi	d
0.01	10^{-2}	Zenti	c
0.001	10^{-3}	Milli	m
0.000’001	10^{-6}	Mikro	µ
0.000’000’001	10^{-9}	Nano	n
0.000’000’000’001	10^{-12}	Pico	p
0.000’000’000’000’001	10^{-15}	Femto	f
	10^{-18}	Atto	a
	10^{-21}	Zepto	z
	10^{-24}	Yokto	y

Beispiele:

0.00000153m = $1.53\cdot10^{-6}$ m = 1.53µm

2’450’000’000Hz = $2.45\cdot10^{9}$Hz = 2.45GHz

Schulmathematik
Integration, Differentiation

Kapitel 2

Mechanik des Massenpunktes

Der Massenpunkt ist die Abstraktion eines wirklichen Körpers, dessen Ausdehnung verschwindend klein ist, dessen Masse aber endlich ist. Seine Lage im Raum ist durch die Angabe der drei Ortskoordinaten vollständig festgelegt, er besitzt somit drei **Freiheitsgrade** (Translations-Freiheitsgrade); im Gegensatz zu wirklichen Körpern, welche zusätzlich noch Rotationsfreiheitsgrade haben.

2.1 Kinematik

Die Kinematik ist die Lehre von der Beschreibung der Bewegung eines Körpers. Sie enthält keine Naturgesetze und ist eigentlich ein Zweig der Geometrie. Wenn wir eine Bewegung beschreiben, so wollen wir dies von einem bestimmten **Bezugssystem** aus tun. Häufig ist das Labor das Bezugssystem, d.h. der im Labor ruhende Beobachter macht seine Messungen bezogen auf ein Koordinatensystem, welches mit dem Labor fest verbunden ist.

2.1.1 Geradlinige Bewegung

Wir denken uns einen Massenpunkt, der sich längs einer geraden Linie bewegt, die wir als x-Achse eines kartesischen Koordinatensystems auffassen wollen. Zu jedem Zeitpunkt t befindet sich der Massenpunkt an einem bestimmten Ort x, so dass die Bewegung durch eine stetige Funktion $x(t)$ eindeutig charakterisiert wird (1-dimensionale Bewegung).

Geschwindigkeit v(t):

Unter der Geschwindigkeit $v(t)$ verstehen wir den Wert der Ableitung von $x(t)$ nach der Zeit t, also

$$\boxed{v(t) = dx/dt, \quad \text{Dimension: } (L/T), \quad \text{Einheit: } m/s.}$$

Ist $v(t)$ konstant, handelt es sich um eine **gleichförmige, geradlinige Bewegung**. Ändert sich jedoch die Geschwindigkeit, so handelt es sich um eine **gerdadlinige, beschleunigte Bewegung**.

Beschleunigung a(t):

Unter der Beschleunigung verstehen wir die Ableitung von der Geschwindigkeit $v(t)$ nach der Zeit, also

$$\boxed{a(t) = dv/dt, \quad \text{Dimension: } (\mathrm{L/T^2}), \quad \text{Einheit: } \mathrm{m/s^2}.}$$

und somit auch

$$\boxed{a(t) = d^2x/dt^2.}$$

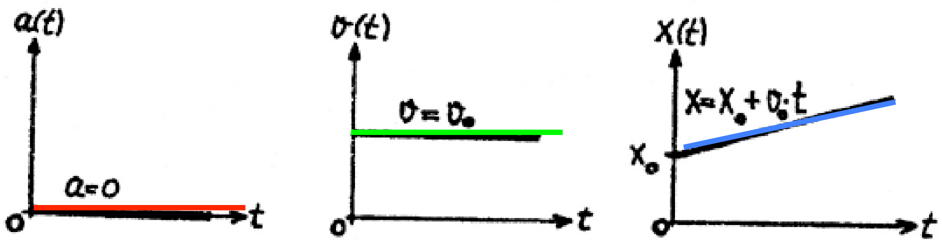
Aus diesen Definitionen folgt, dass $\mathrm{v}(t)$ eine Stammfunktion von $a(t)$ und $x(t)$ eine Stammfunktion von $\mathrm{v}(t)$ ist. Wir können also schreiben:

$$\begin{aligned} \mathrm{v}(t) &= \mathrm{v}(0) + \int_0^t a(t) \cdot dt \quad \text{und} \\ x(t) &= x(0) + \int_0^t \mathrm{v}(t) \cdot dt. \end{aligned}$$

$\mathrm{v}(0)$ und $x(0)$ sind die Geschwindigkeit, beziehungsweise der Ort des Massenpunktes zur Zeit $t = 0$, die so genannten **Anfangsbedingungen**. Oder anders ausgedrückt: Die bei der Integration auftretenden Integrationskonstanten werden durch die physikalischen Anfangsbedingungen festgelegt. So ergibt sich für die

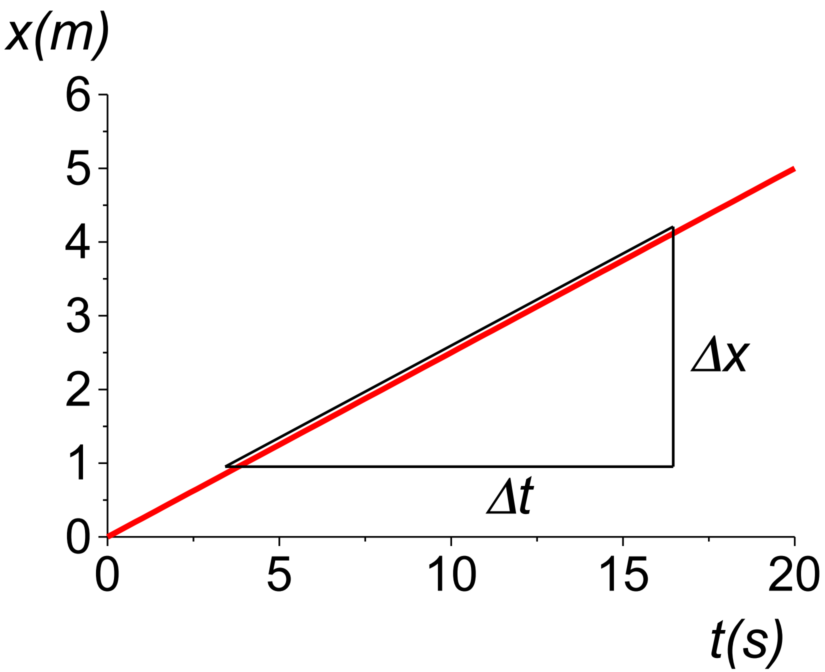
Gleichförmige, geradlinige Bewegung: mit $a = 0$, Anfangsort x_0 und konstanter Geschwindigkeit v_0

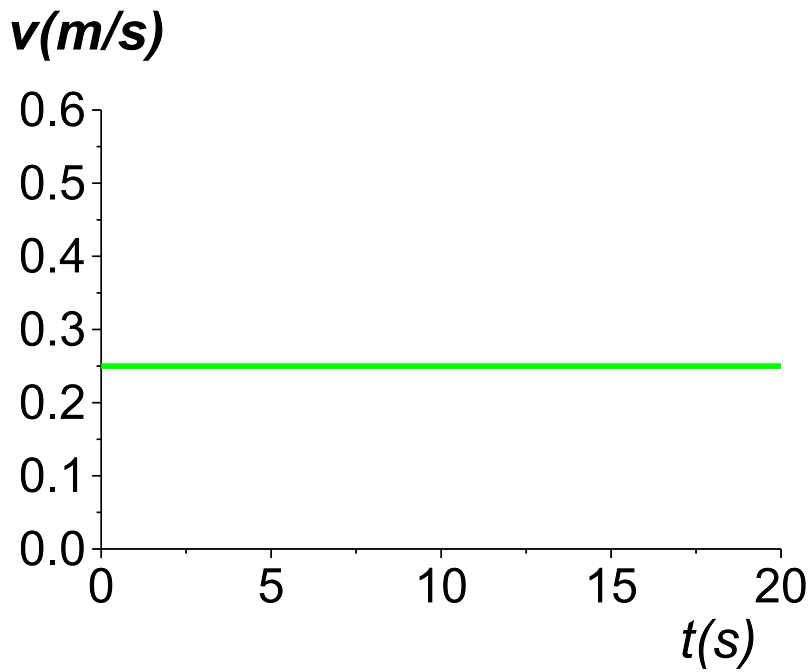
$$\begin{aligned} v(t) &= v_0, \\ x(t) &= x_0 + \int_0^t v_0 \cdot dt, \quad oder \quad x(t) = x_0 + v_0 \cdot t. \end{aligned}$$



Exp: Luftkissenbalken s1,s2 und v1,v2

Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit



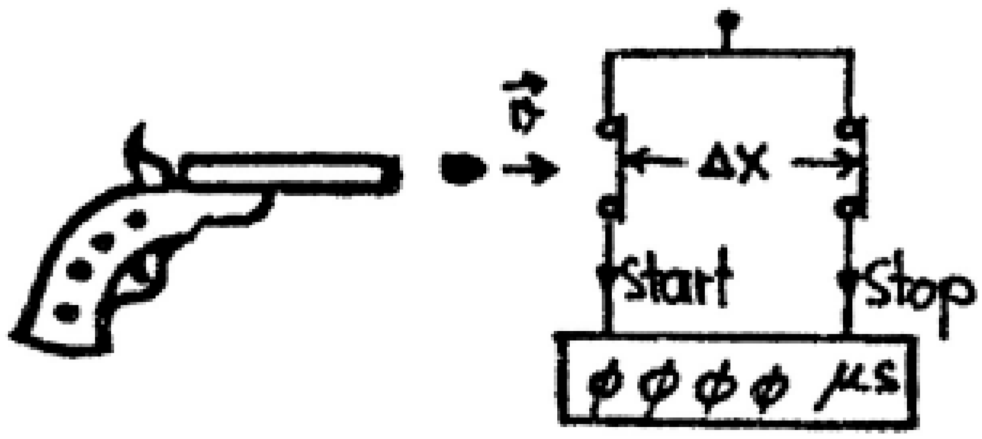


$$x(t) = v_0 \cdot t \quad \Longrightarrow \quad v(t) = v_0 = 0.25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Allgemein: $$x(t) \quad \Longrightarrow \quad v(t) = \frac{dx}{dt}$$

Exp: Datenakquisition mit v=const.

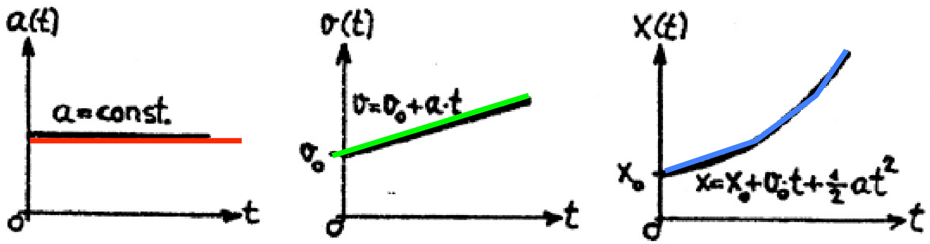
Exp: Mündungsgeschwindigkeit von Pistolenkugel



Für die **gleichförmig beschleunigte, geradlinige Bewegung:** mit konstanter Beschleunigung a, Anfangsort x_0 und Anfangsgeschwindigkeit v_0,

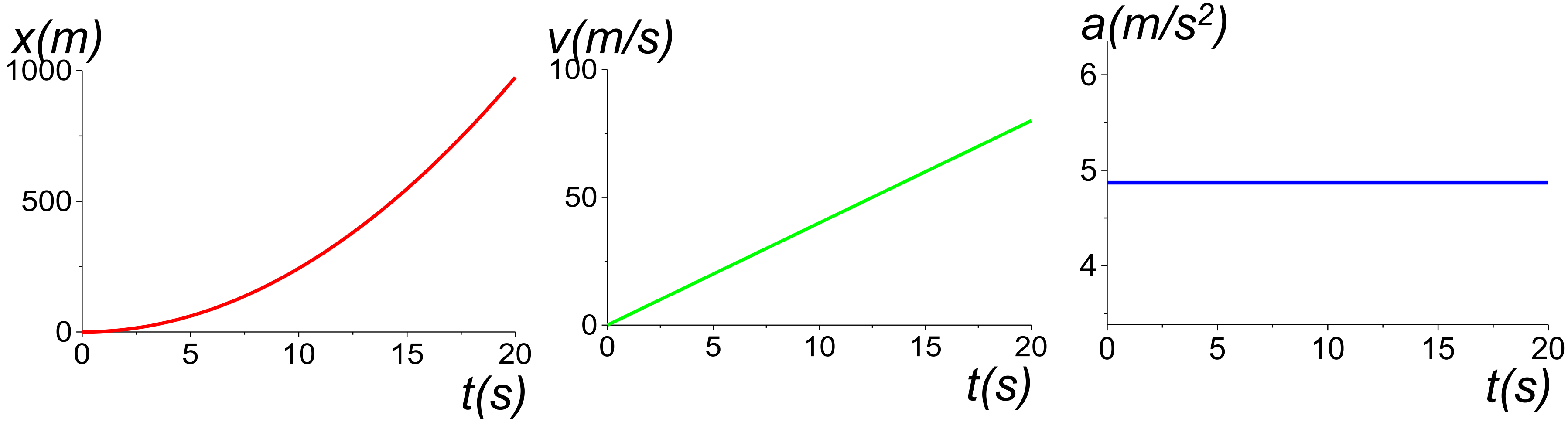
$$v(t) = v_0 + \int_0^t a \cdot dt \quad \text{oder} \quad \boxed{(1) \quad v(t) = v_0 + a \cdot t,}$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t (v_0 + a \cdot t) \quad \text{oder} \quad \boxed{(2) \quad x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} a \cdot t^2.}$$



Exp: Datenakquistion mit a=const.

Beschleunigung



$$x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow v(t) = a \cdot t \Rightarrow a = konst. = 4.87 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Allgemein: $$x(t) \Rightarrow v(t) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$$

2.1.2 Krummlinige Bewegung

Betrachten wir nun einen Massenpunkt, der sich entlang einer beliebigen Linie im dreidimensionalen Raum bewegt, so müssen wir zur Beschreibung der Bewegung für jede Zeit t die drei Ortskoordinaten $x(t)$, $y(t)$ und $z(t)$ angeben. Eine ökonomische Schreibweise für die Bewegung erreichen wir mit Hilfe des Ortsvektors $\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$, der zu jeder Zeit den Verbindungsvektor vom Koordinatenursprung zum Massenpunkt darstellt.

2.1.2.1 Die Bahngeschwindigkeit als Vektor $\vec{v}(t)$

Zur Zeit t befindet sich der Massenpunkt am Ort $\vec{r}(t)$, zu einem um Δt späteren Zeitpunkt am Ort

$$\vec{r}(t+\Delta t) = \vec{r}(t) + \Delta\vec{r}$$

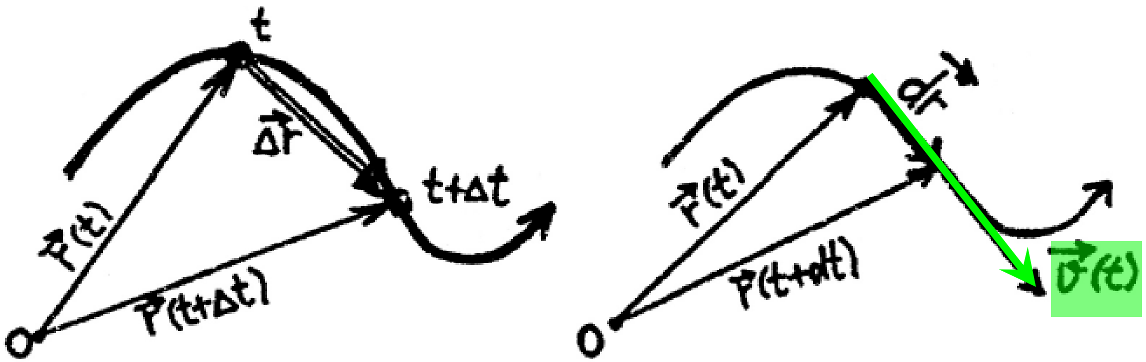
Für $\Delta t \to 0$ nimmt der Differenzvektor $\Delta\vec{r}$ die Richtung der Tangente zur Bahnkurve an der Stelle $\vec{r}(t)$ an. Der Betrag $|\Delta\vec{r}|$ ist der Wegzuwachs während der kurzen Zeit Δt, gemessen entlang der Bahnkurve. Wir definieren nun die Geschwindigkeit als den Vektor

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}(\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t))/\Delta t \quad \text{oder} \quad \vec{v}(t) = d\vec{r}/dt,$$

d.h. während der Zeit dt ändert sich der Ortsvektor um $d\vec{r} = \vec{v}\cdot dt$. Wenn man den obigen Limes in Komponenten ausschreibt, ergibt sich sofort

$$\vec{v}(t) = (dx/dt, dy/dt, dz/dt).$$

Man erhält also die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors, indem man die Komponenten des Ortsvektors nach der Zeit ableitet.

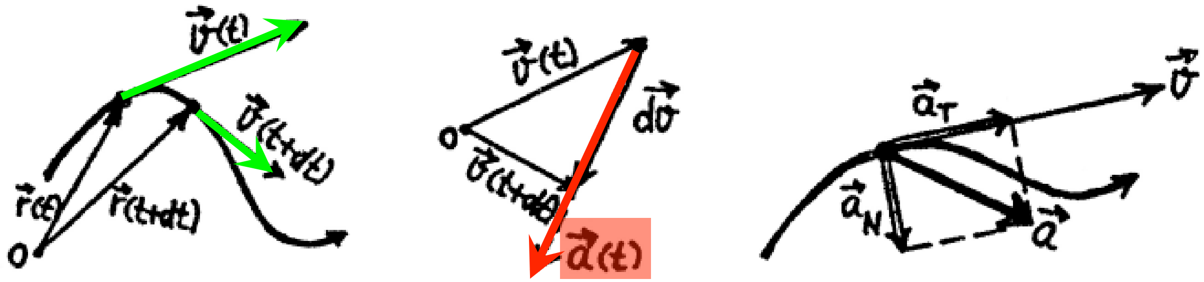


2.1.2.2 Die Beschleunigung als Vektor $\vec{a}(t)$

Durch Differentiation des Geschwindigkeitsvektors $\vec{v}(t)$ nach der Zeit t erhält man dann die Beschleunigung $\vec{a}(t)$, also

$$\vec{a}(t) = d\vec{v}/dt \quad \text{oder} \quad \vec{a}(t) = (d^2x/dt^2, d^2y/dt^2, d^2z/dt^2),$$

d.h. während der Zeit dt ändert die Geschwindigkeit um $d\vec{v} = \vec{a} \cdot dt$. Wenn die Richtung der Beschleunigung $\vec{a}$ nicht mit der Richtung der Geschwindigkeit zusammenfällt, wird die Bahn gekrümmt. Die Normalkomponente von $\vec{a}$ bezüglich $\vec{v}$ erzeugt die Krümmung, die Parallelkomponente ruft lediglich eine Betragsänderung von $\vec{v}$ hervor.



Ein wichtiger Spezialfall einer krummlinigen Bewegung ist die

2.1.2.3 Gleichförmige Kreisbewegung

In diesem Fall läuft der Massenpunkt mit konstantem Geschwindigkeitsbetrag v auf einer Kreisbahn, so dass die Zeit T für einen vollen Umlauf

$$\boxed{T = 2 \cdot \pi \cdot r/\mathrm{v}}$$

ist. Der Ortsvektor $\vec{r}(t)$ bildet mit der x-Achse den Winkel φ, der linear mit der Zeit anwächst (s. Figur). In Polarkoordinaten (r, φ) lautet die Bewegung

$$\boxed{r = \text{const.}, \qquad \varphi(t) = \omega \cdot t}$$

mit Kreisfrequenz:

$$\omega = 2 \cdot \pi/T, \quad \text{oder} \quad \omega = \mathrm{v}/r.$$

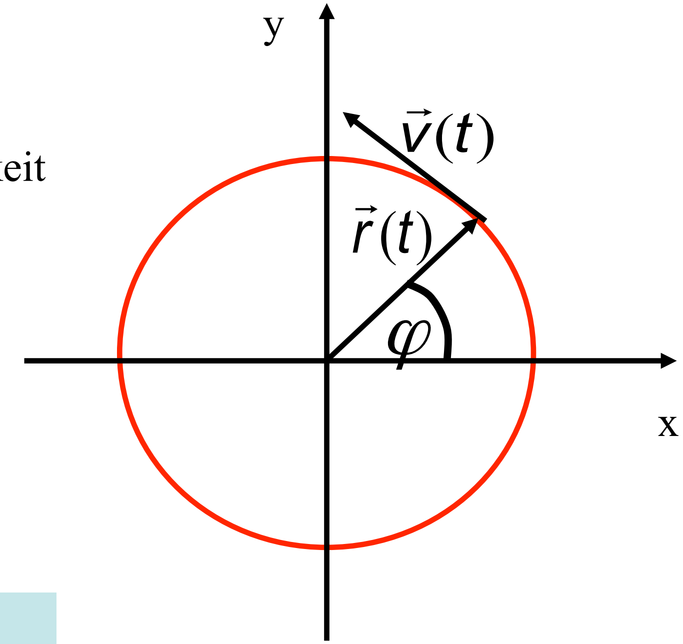
ω bedeutet den pro Zeiteinheit von $\vec{r}$ überstrichenen Winkel.

Exp: rot. Glimmlampe

Kreisbewegung

Gleichförmige Bewegung

Ein Punkt bewege sich mit konstanter Bahngeschwindigkeit auf einerKreisbahn in der x/y-Ebene.



Ort des Punktes:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \cos\varphi(t) \\ r \cdot \sin\varphi(t) \end{pmatrix}$$

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} = \frac{\text{überstrichener Winkel}}{\text{benötigte Zeit}}$$

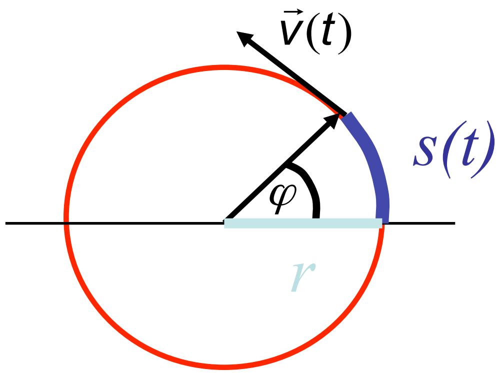
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$$

(auch Kreisfrequenz genannt)

Die SI-Einheit lautet: 1s-1=1Hz oder 1rad/s
Der Winkel wird immer in Bogenmass (rad) angegeben. (360º entsprechen 2π)

Kreisbewegung (2)

Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit v und Winkelgeschwindigkeit ω



$$\frac{ds}{dt} = \frac{d(r \cdot \phi)}{dt} = r \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

$$\boxed{v = r \cdot \omega}$$

$$v = |\vec{v}| = konst.$$

Zusammenhang zwischen Umdrehungszeit T, Frequenz *f* und Winkelgeschwindigkeit

Zeit für eine Umdrehung: $\omega \cdot T = 2 \cdot \pi$

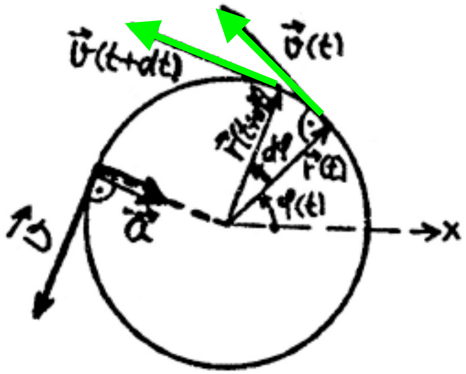
$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega}$$

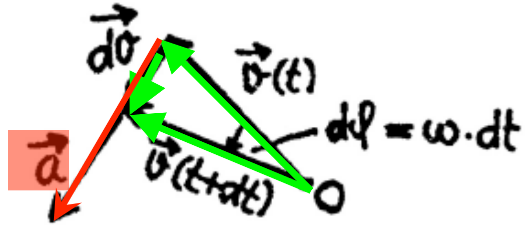
Anzahl Umdrehungen pro Zeit:

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$$

bezeichnen wir als Frequenz ν der Bewegung.
Einheit: 1/s=1Hertz=1Hz

Die gleichförmige Kreisbewegung ist eine beschleunigte Bewegung, denn lediglich der Betrag von $\vec{v}$ ist konstant, während die Richtung ständig ändert. Aus untenstehender Figur lässt sich ablesen, dass $\vec{a}$ immer normal zu $\vec{v}$ steht und radial nach innen gerichtet ist.





Man nennt hier $\vec{a}$ die **Zentripetal-Beschleunigung**.

Ferner zeigt das Bild oben rechts, dass $d\mathrm{v} = \mathrm{v} \cdot d\varphi$ ist, somit gilt auch $d\mathrm{v} = \mathrm{v} \cdot \omega \cdot dt$ und $d\mathrm{v}/dt = \mathrm{v} \cdot \omega$. Also haben wir

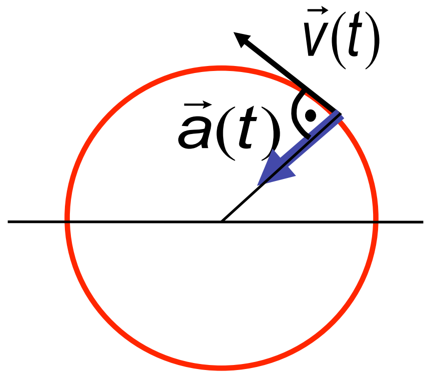
$$a = \mathrm{v} \cdot \omega \quad \text{oder} \quad \boxed{a = \mathrm{v}^2/r.}$$

Führt man den radialen Einheitsvektor $\vec{e}_r = \vec{r}/r$ ein, kann man für die Zentripetalbeschleunigung schreiben

$$\boxed{(3) \quad \vec{a} = -\frac{\mathrm{v}^2}{r} \cdot \vec{e}_r \quad \text{oder} \quad \vec{a} = -r \cdot \omega^2 \cdot \vec{e}_r.}$$

Zentripetalbeschleunigung

Der Betrag der Geschwindigkeit ändert sich nicht bei der gleichförmigen Kreisbewegung. Hingegen ändert sich die Richtung der Geschwindigkeit dauernd. Daraus resultiert die Beschleunigung.



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2}\begin{pmatrix} r\cdot\cos(\omega\cdot t) \\ r\cdot\sin(\omega\cdot t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega^2 r\cos(\omega\cdot t) \\ -\omega^2 r\sin(\omega\cdot t) \end{pmatrix} = -\omega^2\cdot\vec{r}$$

$$a = \left|\vec{a}(t)\right| = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

Kreisbewegung

Beispiel:

Der Messerbalken eines **Rasenmähers** (Länge 0.5m) dreht sich mit einer Frequenz von 3600min^{-1} (=60s^{-1}). Wie gross ist die Geschwindigkeit des Messers am Ende des Balkens?

$$\mathrm{v} = r \cdot \omega = r \cdot (2\pi) \cdot f =$$
$$= 0.5\mathrm{m} \cdot (2\pi) \cdot 60\mathrm{s}^{-1} = 94.25\mathrm{m/s} = 339\mathrm{km/h}$$

Ultrazentrifuge

Wie gross ist die **Zentrifugalbeschleunigung** in einer Ultrazentrifuge, wenn die Frequenz ν=60'000min^{-1} erreicht. Der Abstand zur Drehachse sei 5cm.

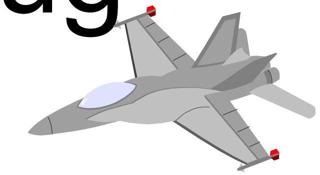
$$a = \omega^2 r = (2\pi \cdot f)^2 \cdot r =$$

$$= (2\pi \cdot 1000 s^{-1})^2 \cdot 0.05\mathrm{m} = 2.0 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 200'000 \cdot g$$

Es wirkt eine Beschleunigung, die die Erdbeschleunigung ***g*** um das **200'000-fache** übertrifft.

Mit einer Ultrazentrifuge lassen sich Blutuntersuchungen durchführen.
Man kann Lymphozyten von Plasma und Erythrozyten trennen.

Beschleunigung im Flugzeug

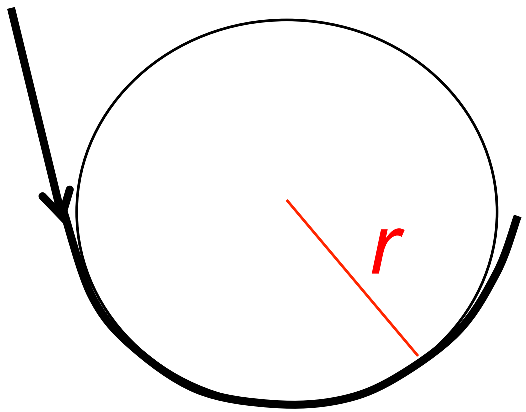


Piloten können die achtfache Erdbeschleunigung kurzzeitig ertragen. Normalerweise sollte 5*g* nicht überschritten werden. Beim Sturzflug erreicht das Flugzeug eine Geschwindigkeit von *v*=500m/s=1800km/h. Wie gross muss der Radius des Kreisbogens beim Abfangen des Flugzeuges sein, damit **5 *g*** nicht überschritten wird.

$$a = 5g = \frac{v^2}{r}$$

$$\Downarrow$$

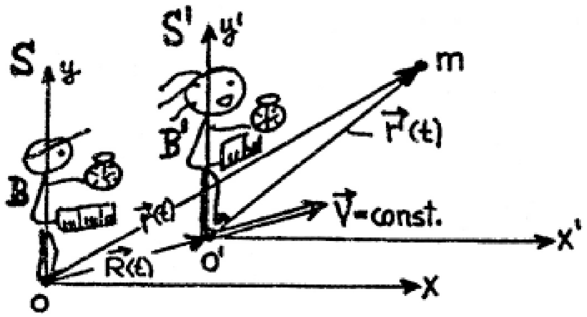
$$r = \frac{v^2}{5g} = \frac{\left(500\frac{m}{s}\right)^2}{5\cdot 9.81\frac{m}{s^2}} = 5096m$$



2.1.2.4 Relativbewegung; Galileitransformation

Ein Beobachter B ruht im Koordinatensystem S und misst zur Zeit t den Ort $\vec{r}(t)$, die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$ eines Massenpunktes. Ein zweites Koordinatensystem S' ist zur Zeit $t = 0$ mit S deckungsgleich, bewegt sich jedoch relativ zu diesem mit einer konstanten Geschwindigkeit $\vec{V}$ (gleichförmig), so dass sich von B aus gesehen der Koordinatenursprung O' an der Stelle $\vec{R}(t) = \vec{V} \cdot t$ befindet. Im gestrichenen System sitzt der Beobachter B'. Die Uhren beider Beobachter laufen synchron. B misst von seinem Standpunkt aus die kinematischen Grössen $\vec{r}\,'(t), \vec{v}\,'(t)$ und $\vec{a}\,'(t)$. Welche Beziehungen bestehen nun zwischen ungestrichenen und gestrichenen Grössen? Offenbar gilt:

$$\begin{aligned} t &= t' \\ (4) \quad \vec{r} &= \vec{V} \cdot t + \vec{r}\,' \end{aligned} \qquad \textbf{Galileitransformation}$$



Durch differenzieren folgt:

$$d\vec{r}/dt = \vec{V} + d\vec{r}\,'/dt \qquad \text{oder}$$

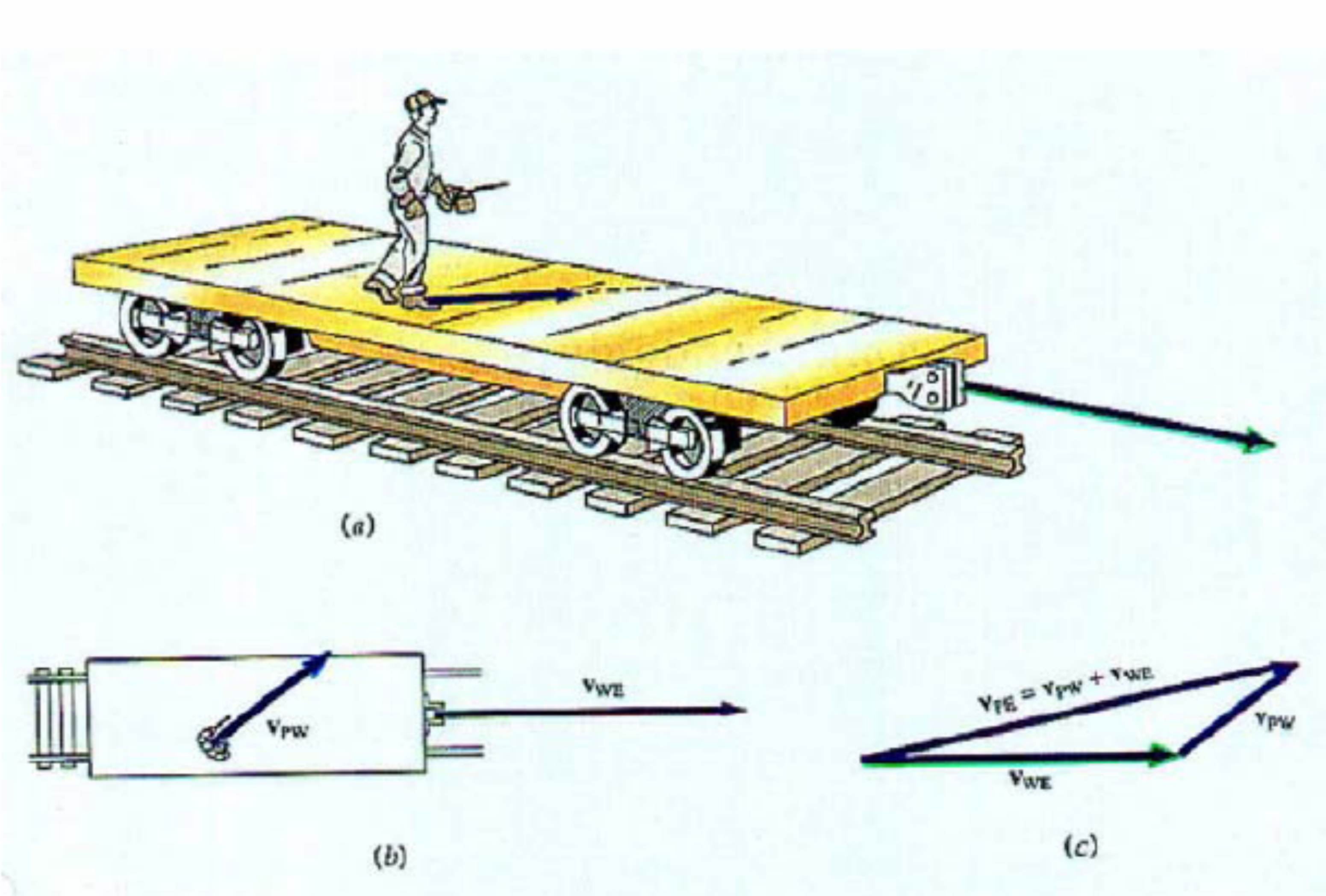
$$(5) \quad \vec{v} = \vec{V} + \vec{v}\,'$$

$$d\vec{v}/dt = d\vec{v}\,'/dt$$

$$(6) \quad \vec{a} = \vec{a}\,'$$

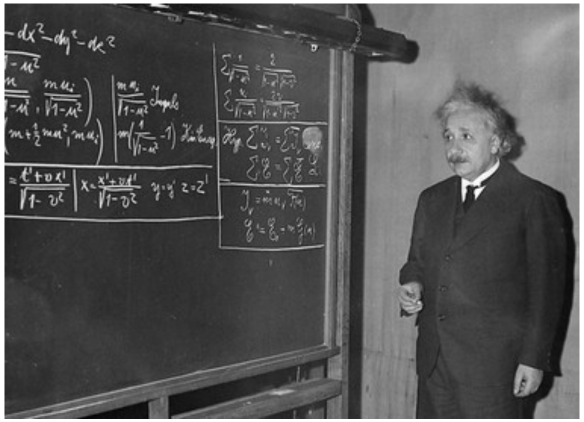
Die beiden Beobachter messen **verschiedene Geschwindigkeiten**, aber **gleiche Beschleunigungen**.

Galileitransformation



Lorentz-Transformation

Gemäss spezieller Relativitätstheorie gilt die Lorentztransformation:
Ort und Zeit sind voneinander abhängig. Für kleine Geschwindigkeiten v<<c sind die Abweichungen von der Galilei-Transformation gering.



$$x' = \frac{x - \mathrm{V}t}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{V}}{c}\right)^2}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{\mathrm{V}}{c^2}x}{\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{V}}{c}\right)^2}}$$

$$\mathrm{v}_x' = \frac{\mathrm{v}_x - \mathrm{V}}{1 - \frac{\mathrm{V}\cdot \mathrm{v}_x}{c^2}}$$

2.2 Dynamik des Massenpunktes

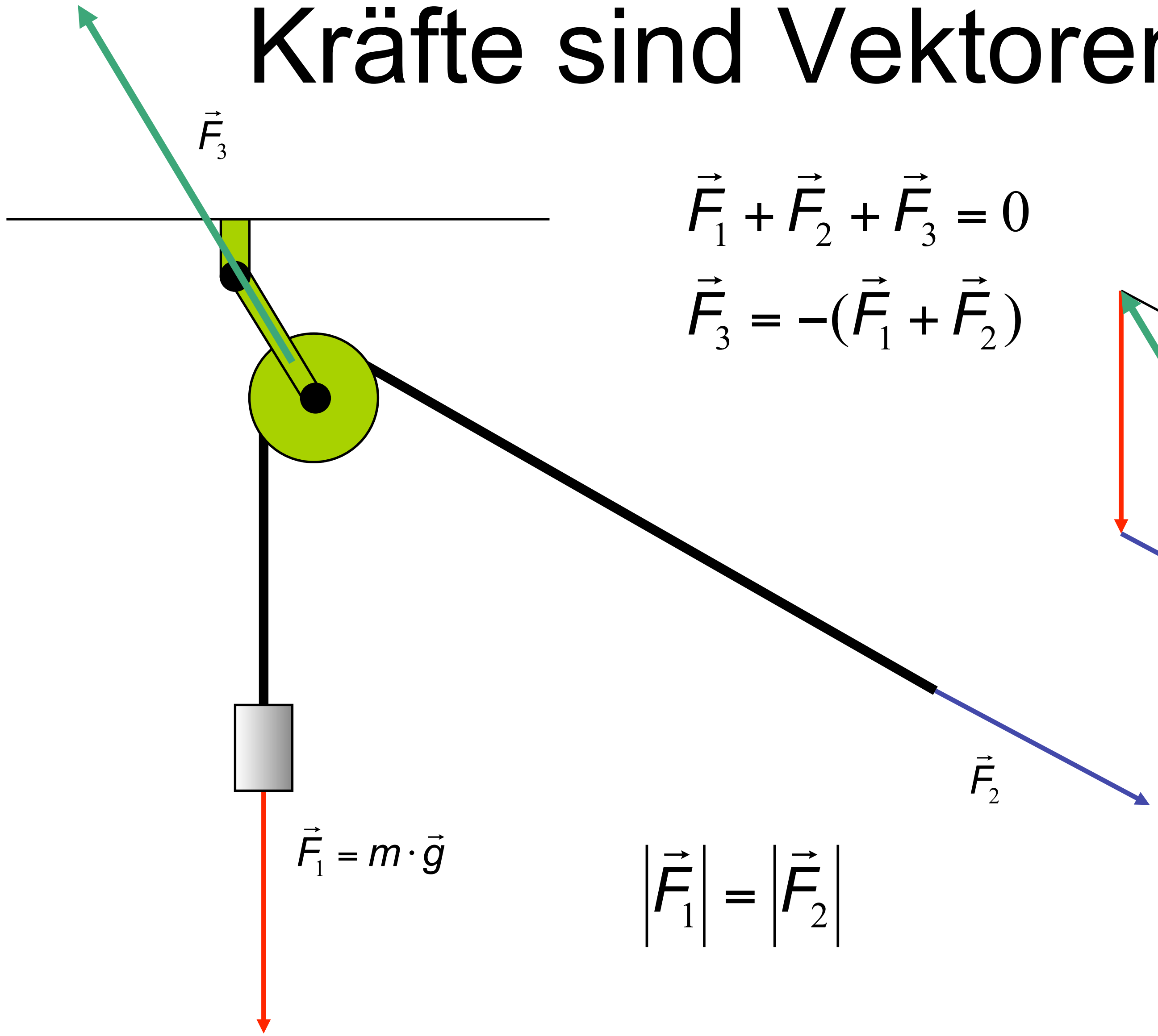
Neben Ortskoordinaten, Geschwindigkeit und Beschleunigung treten in der Dynamik die physikalischen Begriffe Kraft und Masse auf.

Zum Kraftbegriff: Die Kraft ist eine Grösse, welche man an ihren charakteristischen Wirkungen erkennt. So erzeugen Kräfte einerseits Deformationen an festen Körpern und anderseits werden bewegliche Körper unter Einwirkung von Kräften beschleunigt, Gewichtskraft und Muskelkraft sind gewissermassen die Urbilder der Kraft. Am Beispiel der Gewichtskraft können wir sehen, dass sich ein dünnes Brett unter der Last eines Körpers durchbiegt. Zieht man das Brett weg, wird der Körper infolge seines Gewichtes nach unten beschleunigt. Wir können die Grösse von Kräften mit Hilfe einer Federwaage auf Grund ihrer Deformationswirkungen vergleichen. **Kräfte sind gerichtete Grössen, also Vektoren.**

Zum Begriff der Masse: Alle Körper besitzen eine Qualität, die wir mit Masse bezeichnen. Körper besitzen gleiche Massen, wenn sie gleich schwer sind. Gleich schwere Körper werden durch gleiche Kräfte gleich stark beschleunigt. Die exakte Fassung des Begriffes und die genaue Beziehung zwischen Kraft und Masse sind Gegenstand dieses Kapitels.

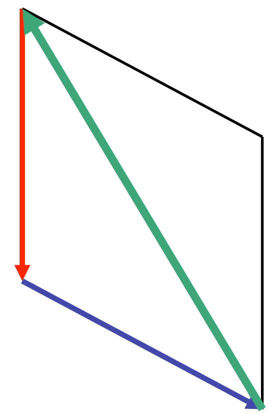
Exp: Federwaage

Kräfte sind Vektoren



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

$$\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

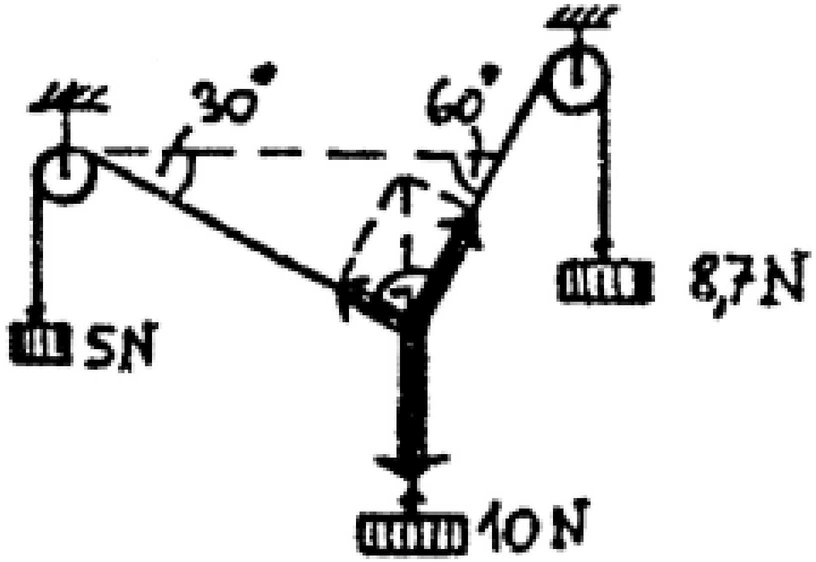


$$\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right|$$

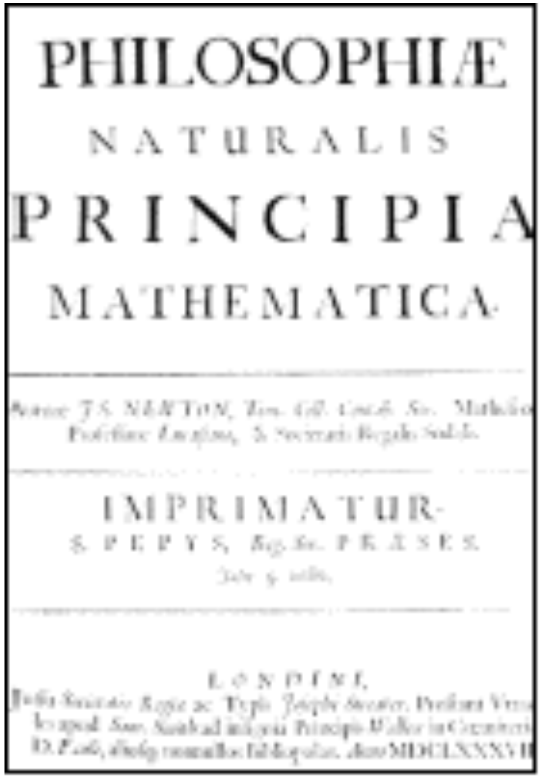
Exp: Vektoraddition von Kräften

Umlenken der Gewichtskraft durch Seil und Rolle in eine beliebige Richtung.

Exp: Vektoraddition von Kräften



Isaac Newton (1643-1727)



PHILOSOPHIÆ

NATURALIS

PRINCIPIA

MATHEMATICA

IMPRIMATUR

S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.

LONDINI,

Newtons Principia

Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (Mathematical Principles of Natural Philosophy)
Kurz: „ *Principia.*"
(1687)

2.2.1 Die Newton'schen Axiome

Die Newton'schen Axiome bilden die Grundlage der klassischen Mechanik (Isaac Newton 1643-1727). In ihrer ursprünglichen Formulierung (Principia 1686) lauten sie folgendermassen:

I. Trägheitsprinzip:

Jeder Körper beharrt in seinem Zustand der Ruhe oder gleichförmigen, geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.

II. Aktionsprinzip:

Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.

III. Reaktionsprinzip:

Die Wirkung ist stets der Gegenwirkung gleich, oder die Wirkungen zweier Körper aufeinander sind stets gleich und entgegengesetzter Richtung.

Unter Bewegung oder Bewegungsgrösse im Sinne Newtons ist der

Translations-Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

zu verstehen.

zu verstehen. Bezeichnen wir den Kraftvektor mit $\vec{F}$, so lauten die Newton'schen Axiome in mathematischer Schreibweise:

Newton I - Trägheitsprinzip	$\vec{v} = \text{const.}$,	wenn	$\vec{F} = 0$	
Newton II - Aktionsprinzip	$d(m \cdot \vec{v})/dt = \vec{F}$	oder	$d\vec{p}/dt = \vec{F}$	(7)
Newton III - Reaktionsprinzip	$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$			(8)

Newton I ist in Newton II als Spezialfall ($\vec{F} = 0$) enthalten und eigentlich überflüssig. Zum Reaktionsprinzip: Erfährt ein Körper eine Kraft, so muss immer irgendwo ein zweiter Körper existieren, von dem diese Kraftwirkung ausgeht. **Kräfte treten immer paarweise auf.** $\vec{F}_{12}$ bedeutet die Kraft von Körper 1 auf Körper 2, $\vec{F}_{21}$ jene von Körper 2 auf Körper 1. Wir fassen das Aktionsprinzip (7) als **Definitionsgleichung für die Kraft** auf. Daraus ergeben sich Dimension und Einheit der Kraft:

Dimension der Kraft:	Masse · Länge/(Zeit)^2
Einheit:	kg · m/s^2

Die Krafteinheit heisst auch das Newton (N), $\quad$ 1 N = 1 kg · m/s^2.

In vielen praktischen Problemen tritt die Masse als zeitlich konstante Grösse auf (unrelativistische Mechanik). Newton II geht dann in die Form über:

$$\vec{F} = m \cdot d\vec{v}/dt, \quad \text{oder} \quad \vec{F} = m \cdot d^2\vec{r}/dt^2, \quad \text{oder} \quad \vec{F} = m \cdot a. \qquad (9)$$

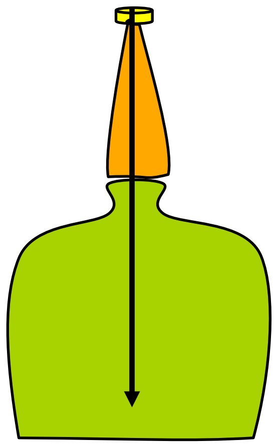
Exp: Flasche+Münze
actio = -reactio

Trägheitsprinzip

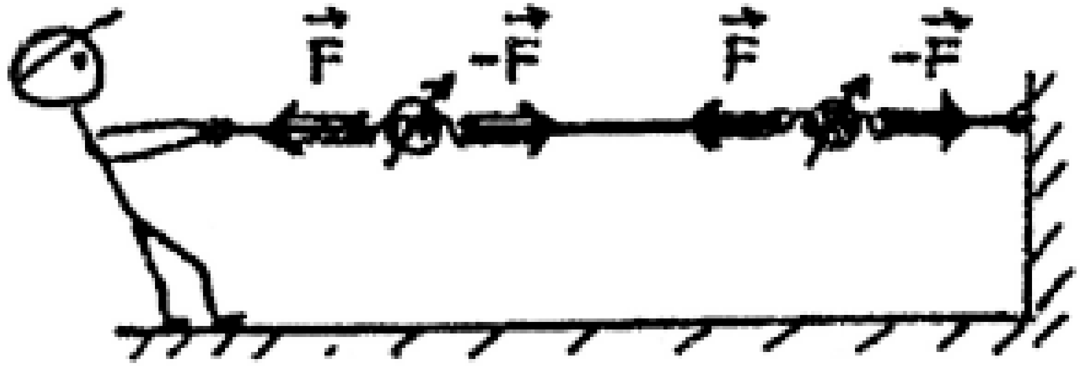
Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder geradlinigen gleichförmigen Bewegung, falls er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird diesen Bewegungszustand zu ändern. Sobald Reibungskräfte vernachlässigbar sind, behält ein Körper seine Geschwindigkeit bei, sofern keine Kräfte auf ihn wirken.

Bsp.: Tischtuchtrick, Bewegungen im Weltall,
Schlittschuhlaufen, Luftkissenbalken,Geldstück mit Flasche,
Trägheitsmotoren, Fahren im Tram

"Die Masse ist träge"



Exp: Aktio = -Reaktio



Kraft

Das Aktionsprinzip

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt}}$$

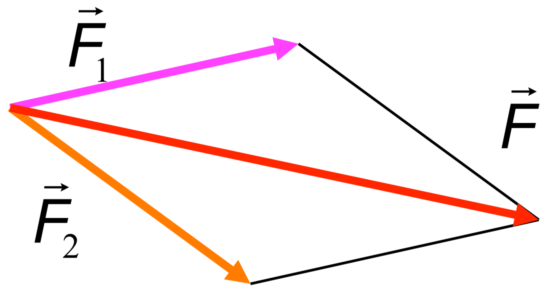
lässt sich unter der Annahme m=konst. auch schreiben als

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}}$$

Deshalb ist die Einheit der Kraft: $\boxed{1\,\mathrm{kg \cdot m/s^2} = 1\ \text{Newton} = 1\,\mathrm{N}}$

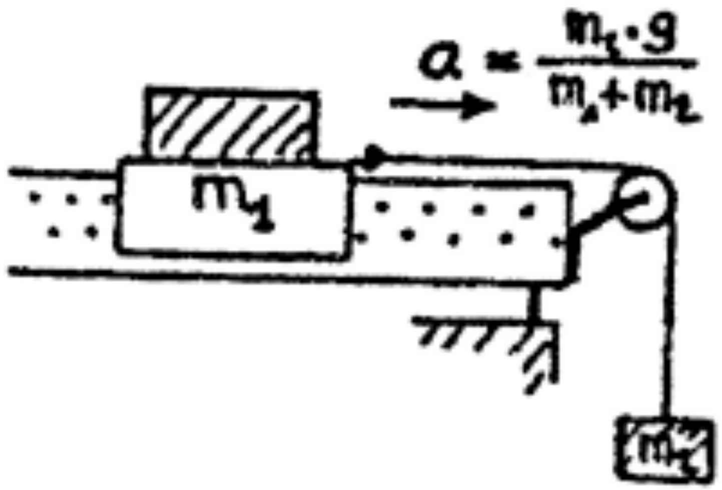
Wirken mehrere Kräfte, so werden die Einzelkräfte mittels Vektoraddition berechnet.

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$$



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Exp: F=ma



Inertialsystem und Galileitransformation:

Ein Bezugssystem, in welchem eine kräftefreie Masse sich geradlinig gleichförmig ($\vec{v}$ = const.) bewegt, in welchem also das Trägheitsprinzip von Newton erfüllt ist, heisst **Inertialsystem**. Betrachten wir nun die Gleichung (5) für die Galileitransformation und nehmen an, S sei ein Inertialsystem, in welchem sich m mit $\vec{v}$ = const. bewegt, so ist auch $\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{V}$ in S' konstant und auch S' ist ein Inertialsystem. Ist die Masse beschleunigt, so wird wegen (6) in S und S' die gleiche Beschleunigung und nach dem Aktionsprinzip die gleiche Kraft $\vec{F}$ gemessen. Innerhalb der unrelativistischen Mechanik gilt:

> Es existieren beliebig viele Inertialsysteme.
> Durch Galileitransformation geht ein Inertialsystem in einanderes über.
> Die Newton'schen Prinzipien sind **invariant** gegenüber der **Galileitransformation**.

2.2.2 Anwendung des Aktionsprinzips auf einfache Bewegungen

2.2.2.1 Gleichförmig beschleunigte, geradlinige Bewegung; Freier Fall

Die Beschleunigung $\vec{a}$ ist konstant und nach Newton II erfordert dies eine zu $\vec{a}$ parallele Kraft $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Der freie Fall in Erdnähe (ohne Luftwiderstand) gehört zu diesem Bewegungstypus. Die Erfahrung lehrt, dass alle Körper gleich stark beschleunigt fallen, nämlich mit der

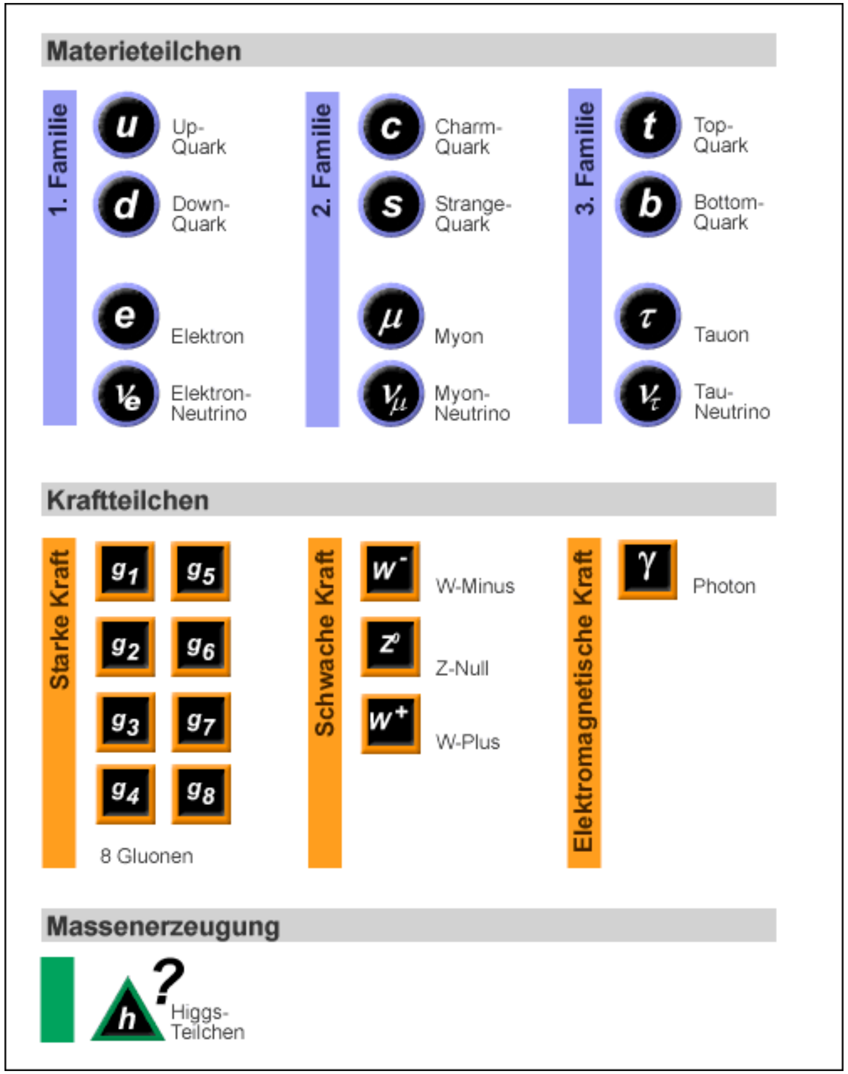
Erdbeschleunigung $\vec{g}$.

Der Betrag von $\vec{g}$ misst etwa 9,81 m/s^2 und variiert je nach Ort auf der Erdoberfläche. Die treibende Kraft ist das Gewicht $\vec{G}$, so dass sich aus dem Aktionsprinzip für einen Körper der Masse m ergibt:

Gewicht $\vec{G} = m \cdot \vec{g}$

Exp: Feder, Bleikugel

Wie entsteht Masse?
Das Higgs-Teilchen



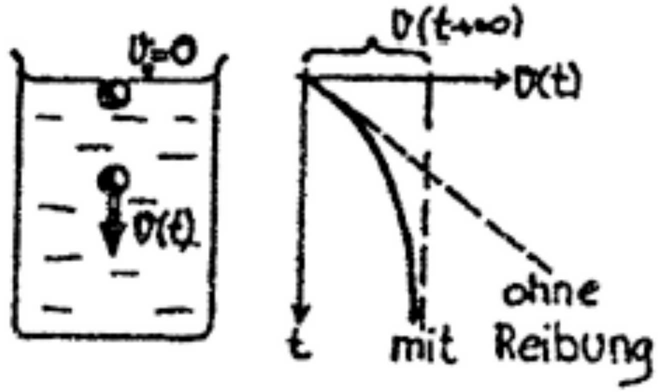
Wird heute mit dem LHC (large hadron collider) am CERN gesucht.
Es wird im Bereich von 120-200GeV erwartet.

$1eV=1.6\ 10^{-19}$ J
$1GeV=1.6\ 10^{-10}$ J

Freier Fall im Vakuum: Feder und Bleikugel fallen gleich schnell

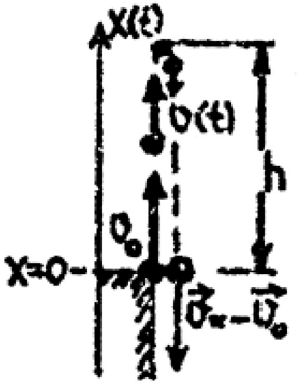
g-Bestimmung aus Fallzeit

Exp: Fallbewegung mit Reibung
Kugeln in Öl



Betrachten wir den **senkrechten Wurf** mit den Anfangsbedingungen $x_0 = 0$ und Anfangsgeschwindigkeit v_0 (positiv n. oben, negativ n. unten, x-Achse vertikal aufwärts gerichtet). Einsetzen von $a = -g$ in (1) und (2) ergibt:

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 - g \cdot t && (10) \\ x(t) &= v_0 \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2. && (11) \end{aligned}$$



Aus (10) kann für den Wurf nach oben die Steigzeit abgelesen werden (weil dann $v(t_s) = 0$ gilt). Einsetzen von t_s in (11) liefert die

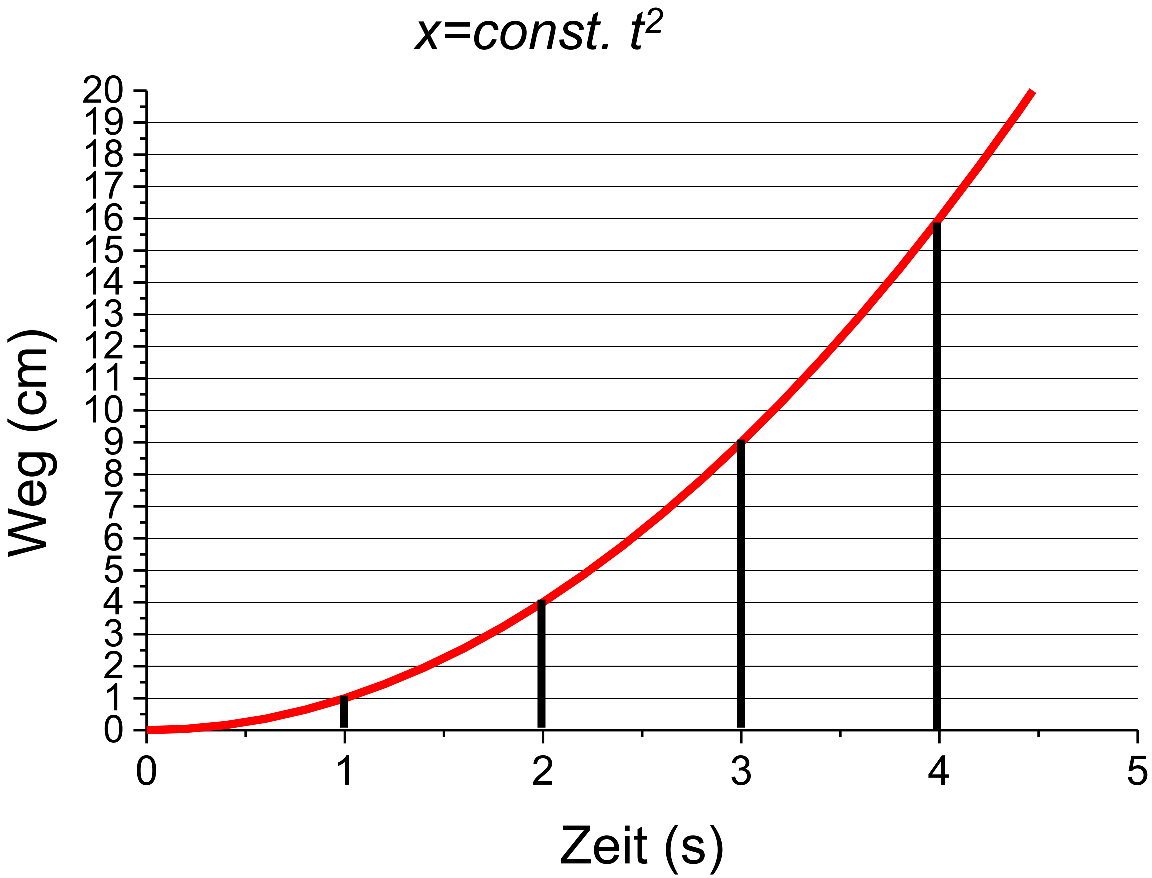
$$\text{Wurfhöhe} \quad h = v_0^2/(2 \cdot g).$$

Entsprechend führt Durchfallen der Höhe h aus der Ruhelage auf die Endgeschwindigkeit

$$v_{end} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Exp: Fallrinne von Galilei, Freier Fall

Galileische Fallrinne

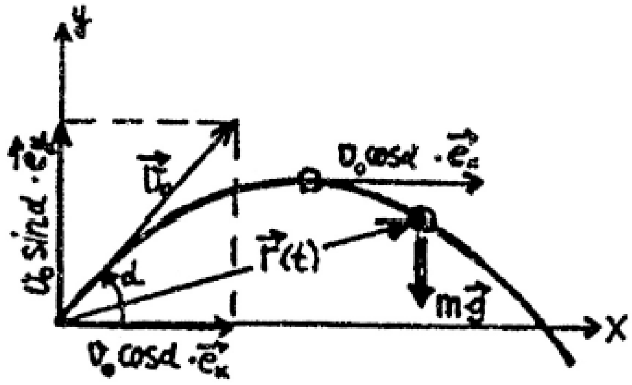


Galileo Galilei
(1564-1642)

Eine Kugel wird in einer Fallrinne beschleunigt.
Sind die Kerben im quadratischen Abstand (1,4,9,16..), so passiert die Kugel die Kerben in gleichen Zeitabständen.

2.2.2.2 Schiefer Wurf

Hier bildet die Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ mit der Horizontalebene den **Elevationswinkel** α. Die y-Achse zeige senkrecht nach oben, die x-Achse liege in der von $\vec{v}_0$ und y-Achse aufgespannten Ebene. Die Gewichtskraft zeigt vertikal nach unten, also



$$\vec{F} = (0, -m \cdot g, 0).$$

Die Bewegungsgleichung (9), in Komponenten geschrieben, lautet dann

$$m(d^2x/dt^2, d^2y/dt^2, d^2z/dt^2) = m(0, -g, 0).$$

Die entsprechenden Komponenten von linker und rechter Seite der Gleichung müssen übereinstimmen, d.h.

$$
\begin{aligned}
d^2x/dt^2 &= 0 && \rightarrow \text{ gleichförmige Bewegung in x-Richtung,} \\
d^2y/dt^2 &= -g && \rightarrow \text{ gleichförmig beschleunigt nach unten,} \\
d^2z/dt^2 &= 0 && \rightarrow \text{ gleichförmige Bewegung in z-Richtung.}
\end{aligned}
$$

Mit den Anfangsbedingungen

$$\vec{r}_0 = \quad (0,0,0) \text{ und } \vec{v}_0 = v_0(\cos\alpha, \sin\alpha, 0) \text{ wird}$$

$$
\begin{aligned}
x(t) &= v_0 \cos\alpha \cdot t, & v_x &= v_0 \cos\alpha, \\
y(t) &= v_0 \sin\alpha \cdot t - \tfrac{1}{2} g \cdot t^2, & v_y &= v_0 \sin\alpha - g \cdot t, \\
z(t) &= 0, & v_z &= 0.
\end{aligned}
$$

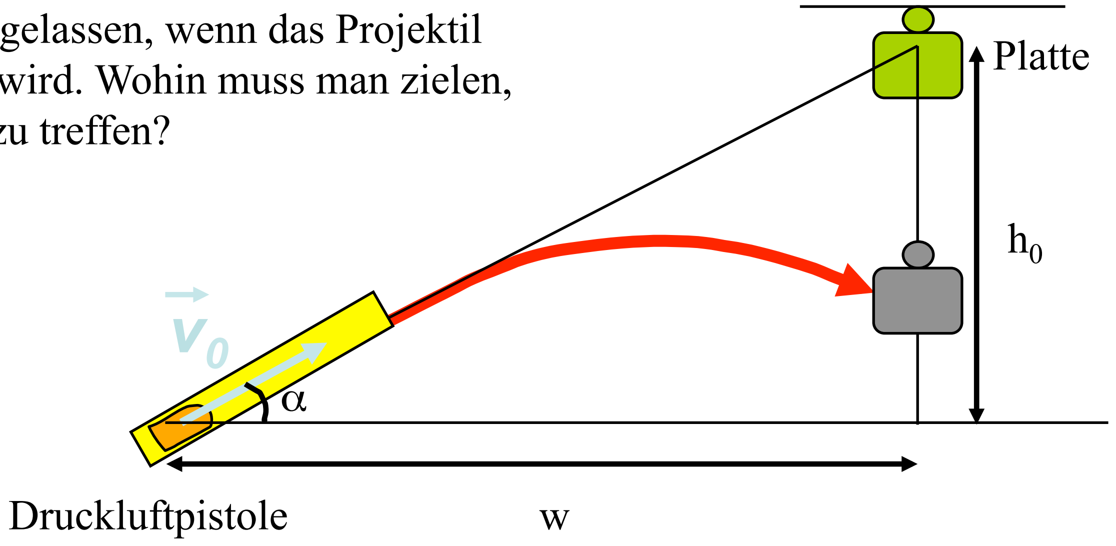
Der schiefe Wurf ist eine Überlagerung einer gleichförmigen horizontalen und einer gleichförmig beschleunigten vertikalen Bewegung (die Projektion auf die y-Achse ist eine senkrechte, freie Fallbewegung). Es ist bequem, die Bewegung vektoriell zu schreiben:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g} \cdot t \qquad \text{und} \qquad \vec{r}(t) = \vec{v}_0 \cdot t + \tfrac{1}{2}\vec{g} \cdot t^2.$$

Exp: Wasserstrahlparabel
Schuss auf fallendes Brett

Schuss auf die Platte

Platte wird losgelassen, wenn das Projektil abgeschossen wird. Wohin muss man zielen, um die Platte zu treffen?



$$y_{\text{Platte}} = h_0 - \frac{1}{2} g t^2 \qquad y_{\text{Projektil}} = \mathrm{v}_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

Bedingung: $y_{\text{Platte}} = y_{\text{Projektil}} \Longrightarrow h_0 = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t$

Bewegung in x-Richtung ergibt: $t = \dfrac{\mathrm{w}}{\mathrm{v}_0 \cdot \cos\alpha}$

$$\left.\begin{aligned} h_0 &= v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \\ t &= \frac{\mathrm{w}}{\mathrm{v}_0 \cdot \cos\alpha} \end{aligned}\right\} \tan\alpha = \frac{h_0}{w}$$

Man sollte direkt auf die Platte zielen.

2.2.2.3 Gleichförmige Kreisbewegung; Zentripetalkraft

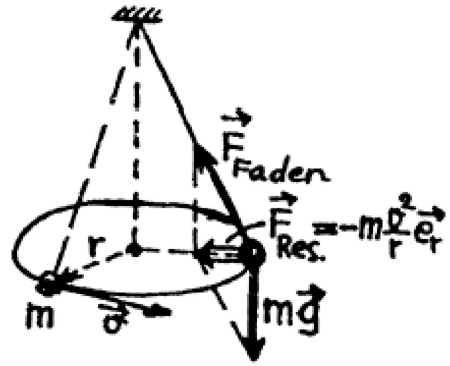
Damit ein Massenpunkt m eine gleichförmige Kreisbewegung ausführt, muss eine resultierende Kraft einwirken, welche die durch Gleichung (3) ausgedrückte Beschleunigung erzeugt. Anwendung des Aktionsprinzips führt auf die zentripetal gerichtete Kraft

$$\vec{F}_z = -m \cdot \frac{v^2}{r} \cdot \vec{e}_r \quad \text{oder} \quad \vec{F}_z = -m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \vec{e}_r,$$ **die Zentripetalkraft.**

Exp: Tangentielles Wegfliegen von Kugeln auf Kreisbahn
Exp: Eisen schleifen

Konisches Pendel:

Ein Fadenpendel wird derart angestossen, dass der Faden die Mantelfläche eines aufrechten Kreiskegels bestreicht; d.h. die Masse bewegt sich gleichförmig auf einer horizontalen Kreisbahn. Welche Kräfte wirken **auf den Massenpunkt**? Offenbar greifen an m zwei Kräfte an, nämlich das Gewicht $m \cdot \vec{g}$ und die Fadenkraft $\vec{F}_{Faden}$. Andere auf m wirkende Kräfte existieren nicht. Damit die geforderte Kreisbewegung entsteht, muss die Resultierende



$$m \cdot \vec{g} + \vec{F}_{Faden} = -m \cdot \frac{v^2}{r} \cdot \vec{e}_r \quad \text{sein.}$$

2.2.2.4 Geradlinige harmonische Schwingung

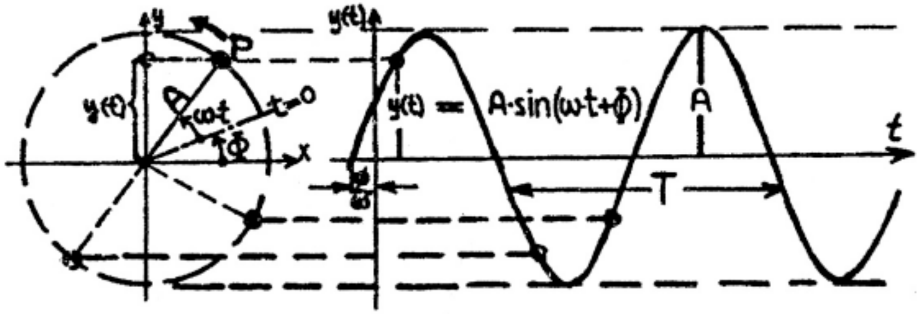
Wir denken uns einen Punkt P, der sich auf einer Kreisbahn vom Radius A mit der Winkelgeschwindigkeit ω gleichförmig bewegt. Durch Normalprojektion auf einen Bahndurchmesser (mit der y-Achse zusammenfallend), erhalten wir eine geradlinige Bewegung

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi).$$

Es handelt sich um einen periodischen Vorgang mit der

Periode oder Schwingungsdauer $\quad T = 2 \cdot \pi / \omega,$

denn $y(t+T) = y(t)$. Man nennt $y(t)$ die **Auslenkung** zur Zeit t, A die **Amplitude** (maximale Ausdehnung) und ϕ die **Phase** zur Zeit $t = 0$. A und ϕ sind Konstanten, welche durch die Anfangsbedingungen festgelegt werden.



Exp: Projektion von Kreisbahn

Durch zweimaliges differenzieren der Ortsfunktion $y(t)$ nach der Zeit erhalten wir Geschwindigkeit $\mathrm{v}(t)$ und Beschleunigung $a(t)$:

$$(14) \quad dy/dt \quad \text{oder} \quad \boxed{\mathrm{v}(t) = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi),}$$

$$(15) \quad d^2y/dt^2 \quad \text{oder} \quad \boxed{a(t) = -\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi).}$$

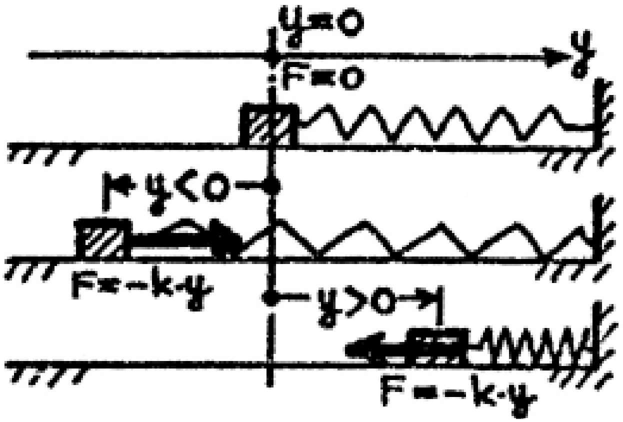
Eine wesentliche Eigenschaft der harmonischen Funktion (Sinus- oder Cosinusfunktion) ist, dass durch zweimaliges differenzieren die Funktion mit dem Minuszeichen reproduziert wird, so dass (15) lautet

$$(16) \quad a = -\omega^2 \cdot y.$$

Um einen Massenpunkt zu veranlassen, eine harmonische Bewegung in y-Richtung auszuführen, ist somit nach Newton II eine Kraft erforderlich der Form

$$F = -m \cdot \omega^2 \cdot y \quad \text{oder mit} \quad m \cdot \omega^2 = k :$$

$$\boxed{(17) \quad F = -ky; \quad \textbf{Kraftgesetz des harmonischen Oszillators.}}$$



Dieses Kraftgesetz wird zum Beispiel durch das **Federpendel** realisiert. Wird eine Spiralfeder durch eine äussere Kraft F_a ausgezogen oder zusammengedrückt, so ist die Längenänderung ΔL proportional der wirkenden Kraft F_a (für nicht zu grosse Kräfte), also

$F_a/\Delta L = k,$ **Federkonstante k.**

Nach Newton III übt somit die Feder auf die Masse m gerade die Kraft $F = -k \cdot y$ aus, welche zur harmonischen Schwingung führt. Federkonstante k und Masse m bestimmen Kreisfrequenz bzw. Schwingungsdauer:

$\omega = \sqrt{k/m},$ **Kreisfrequenz, und**

$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{m/k},$ **Schwingungsdauer des Federpendel**

Exp: Federpendel I

Eine grundsätzliche Bemerkung zum Aktionsprinzip:

Die Fragestellung in der Physik ist häufig anders, indem das Kraftgesetz vorgegeben ist und nach der resultierenden Bewegung gefragt wird, wenn bestimmte Anfangsbedingungen vorliegen. Im Falle des Federpendels würde das heissen: Gegeben das Kraftgesetz $F(y) = -k \cdot y$; wie lautet die Gleichung $y(t)$ der Bewegung, wenn $y(t = 0)$ und $v(t = 0)$ vorgeschrieben sind? Das Aktionsprinzip sagt uns:

$$(18) \quad m \cdot d^2y/dt^2 = -k \cdot y(t).$$

Die Funktion $y(t)$ ist zunächst nicht bekannt, sondern nur die durch (18) ausgedrückte Beziehung zwischen der Funktion und ihrer zweiten Ableitung. Es stellt sich nun die Aufgabe, $y(t)$ derart zu finden, dass die Beziehung (18) erfüllt ist und bestimmte Anfangsbedingungen, also Werte von $y(t = 0)$ und $dy/dt(t = 0)$ angenommen werden. Dies ist die Fragestellung einer Differentialgleichung. Mit $k/m = \omega^2$ können wir schreiben

$$(19) \quad d^2y/dt^2 + \omega^2 \cdot y = 0.$$

Das ist die Differentialgleichung der harmonischen Schwingung,

denn wie sich leicht verifizieren lässt, ist

$$y(t) = a \cdot sin(\omega \cdot t + \phi) \tag{20}$$

die allgemeine Lösung von (19). Sie enthält zwei beliebige Konstanten A und ϕ. Wir können also sagen,

> Bei gegebenem Kraftgesetz ist das II. Newton'sche Axiom eine Differentialgleichung für die Bewegung, die so genannte **„Bewegungsgleichung"**

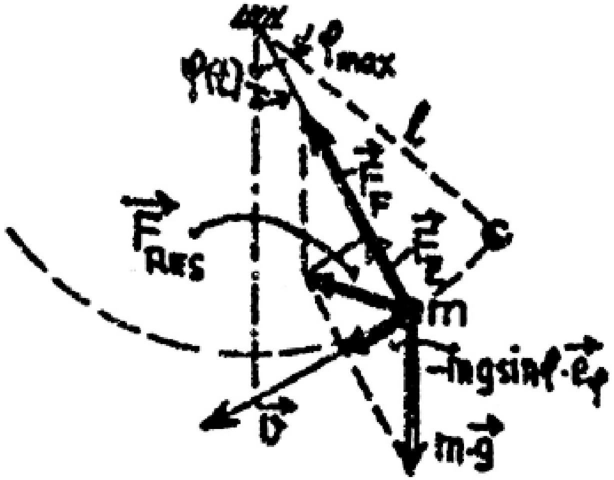
In der Physik tritt immer wieder das Problem auf, für ein bestimmtes Kraftgesetz die Bewegungsgleichung zu lösen. Im Allgemeinen benötigt man dazu spezielle mathematische Methoden. Aber bei den Kraftgesetzen, die wir in dieser Vorlesung ins Auge fassen, kann die Lösung immer leicht erraten werden. Durch differenzieren kann die Richtigkeit einer vermuteten Lösung ohnehin immer überprüft werden.

Geg: Kraftgesetz und Newton II

Ges: Allgemeine Lösung $\Rightarrow$
Mit Anfangsbedingungen $x(t=0)=x_0$ und $v(t=0)=v_0$
ergibt sich eindeutige Lösung

(determistisches Prinzip)

Mathematisches Pendel



Rücktreibende Kraft:

$$-m \cdot g \cdot \sin\varphi \cdot \vec{e}_\varphi$$

Für kleine Winkel φ gilt:

$$(21) \quad F = -m \cdot g \cdot \varphi,$$

Die Bogenlänge der Bahnkurve, von der Gleichgewichtslage $\varphi = 0$ aus gemessen, ist $l \cdot \varphi(t)$, die Beschleunigung $a = l \cdot d^2\varphi/dt^2$. (21) in Newton II eingesetzt ergibt dann

$$(22) \quad d^2\varphi/dt^2 + \frac{g}{l} \cdot \varphi(t) = 0.$$

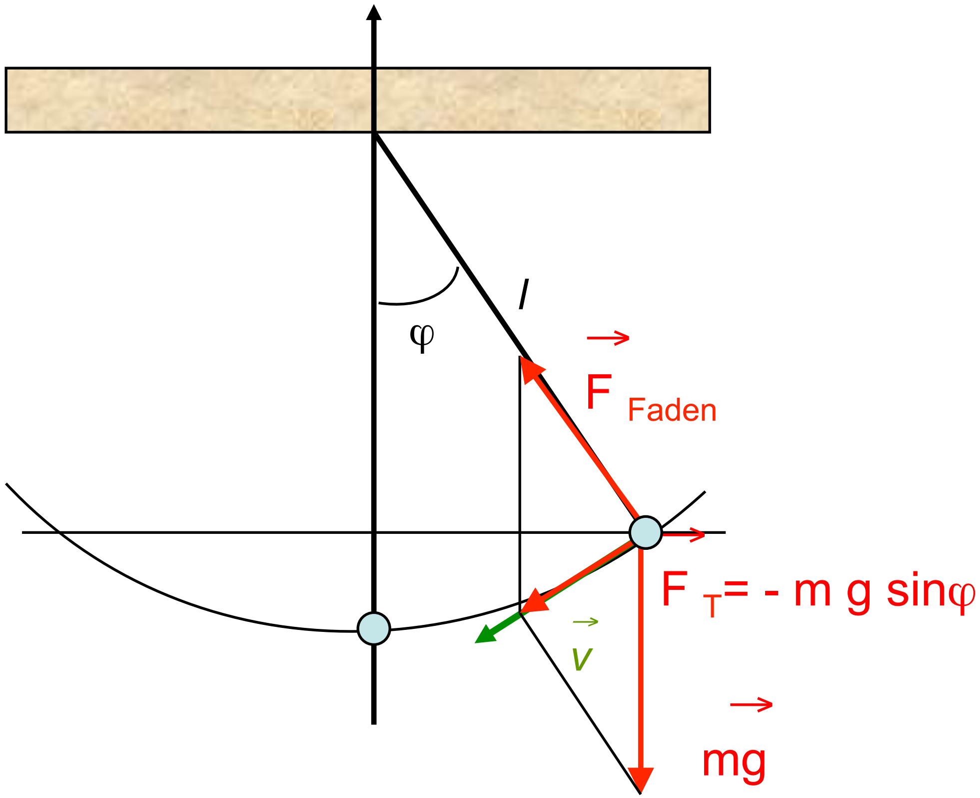
Dies ist wiederum die Differentialgleichung für die harmonische Schwingung, mit der Lösung

$$(23) \quad \varphi(t) = \varphi_{max} \cdot \sin(\sqrt{g/l} \cdot t + \phi);$$

$$(24) \quad T = 2 \cdot \pi \sqrt{l/g}.$$

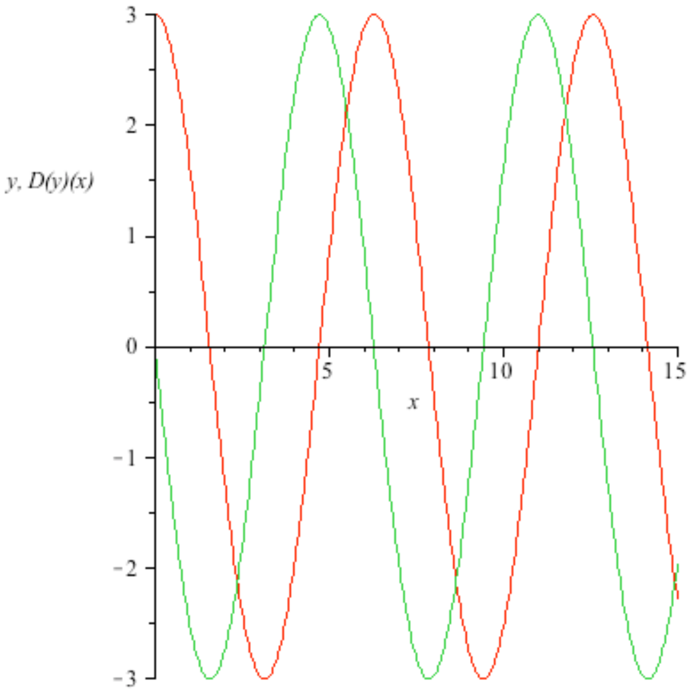
Die Schwingungsdauer hängt nicht von der Pendelmasse ab. Formel (24) gilt nur approximativ für kleine Amplitude. Im Allgemeinen hängt T von der Winkelamplitude φ_{max} ab.

Mathematisches Pendel



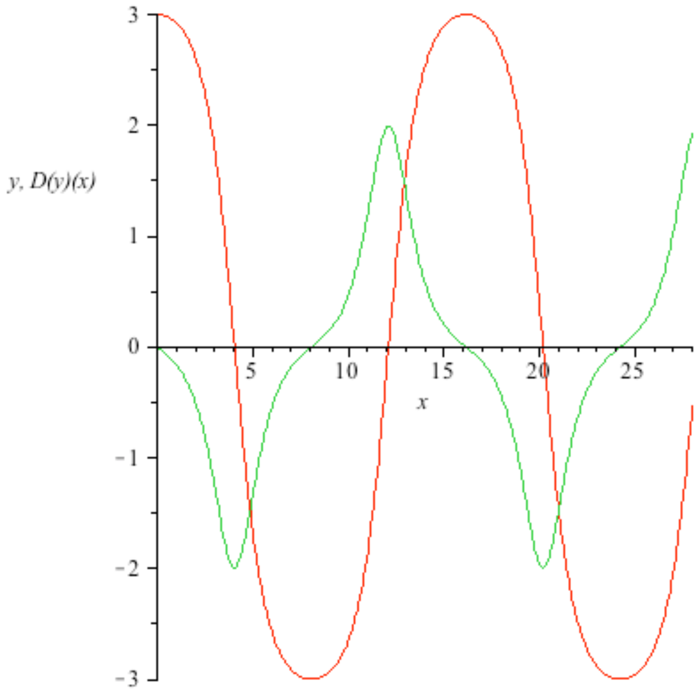
Exp: Sekundenpendel
Doppelpendel

Numerische Lösung der Bewegungsgleichung des Fadenpendels mit grossen Amplituden



Harmonischer Oszillator

$$\ddot{x} = -x$$



Anharmonischer Oszillator

$$\ddot{x} = -\sin(x)$$

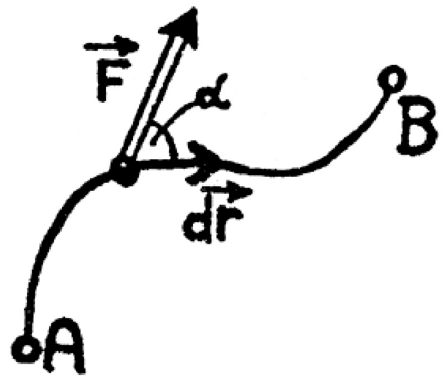
Rot: x(t) Ort als Funktion der Zeit; Grün: v(t) Geschwindigkeit

2.3 Arbeit, kinetische Energie, potentielle Energie, Leistung

Bisher haben wir folgende physikalische Grössen kennengelernt: **Länge**, **Zeit** und **Masse** als Basisgrössen. Daraus ergaben sich die abgeleiteten, kinematischen Grössen **Geschwindigkeit** und **Beschleunigung**. Das Aktionsprinzip von Newton hat uns dann auf den Begriff der **Kraft** und damit zur Dynamik geführt.

Empirisch gefundene Gesetzmässigkeiten der Mechanik drängen uns dazu, einen neuen physikalischen Begriff einzuführen, der sich als sehr fruchtbar erweisen wird, nämlich den Begriff der **Arbeit**.

Wir wollen uns vorstellen, dass eine ortsabhängige Kraft $\vec{F}(x, y, z)$ auf einen Massenpunkt m wirkt, der sich längs einer Bahnkurve von A nach B bewegt. Für jedes differentiell kleine Wegstück $d\vec{r}$ bilden wir mit der an dieser Stelle wirkenden Kraft $\vec{F}$ das skalare Produkt



$$(25) \quad dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \text{oder} \quad dW = F \cdot \cos(\alpha) dr.$$

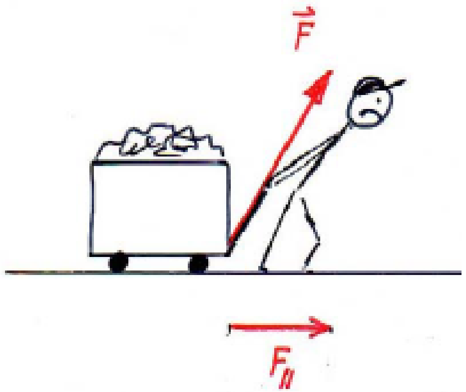
Durch Gleichung (25) ist die von $\vec{F}$ auf dem Wegstück $d\vec{r}$ geleistete Arbeit dW definiert. Summieren wir alle Beiträge dW von A nach B auf, so erhalten wir

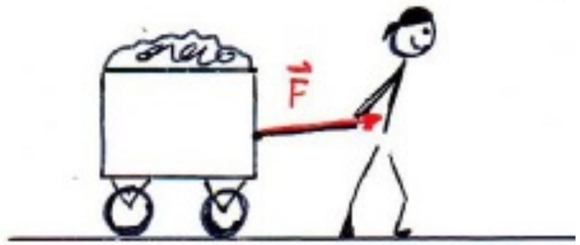
$$(26) \quad W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \textbf{das Linienintegral der Kraft}$$

oder die von $\vec{F}$ längs des Weges $A \to B$ geleistete Arbeit $W_{A\to B}$. Daraus folgt für die

Dimension der Arbeit: Masse · (Länge/Zeit)^2
Einheit: N · m

Die Einheit der Arbeit heisst auch Joule (J): 1 J = 1 N · m.

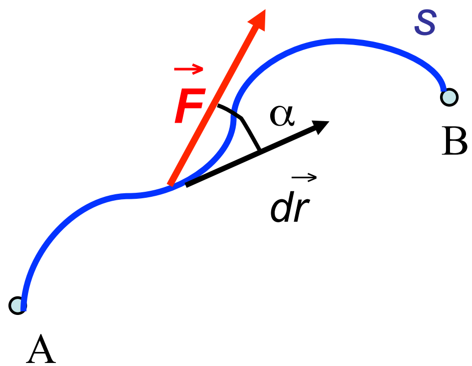




Exp: Wagen

Arbeit

Eine Kraft $\vec{F}$ verschiebt einen Körper längs eines Weges *s*. Dabei verrichtet die Kraft eine Arbeit *W*.



Definition der Arbeit:

$$\boxed{\text{Arbeit} \qquad dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = |F| \cdot |dr| \cdot \cos\alpha}$$

Einheit: 1 Nm=1 Joule   (nach J.P. Joule 1818-1889)
(alte Einheit: 1cal = 4.187 J)

W ist eine skalare Grösse.
Längs des ganzen Weges A → B wird die Arbeit verrichtet:

$$\boxed{W = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

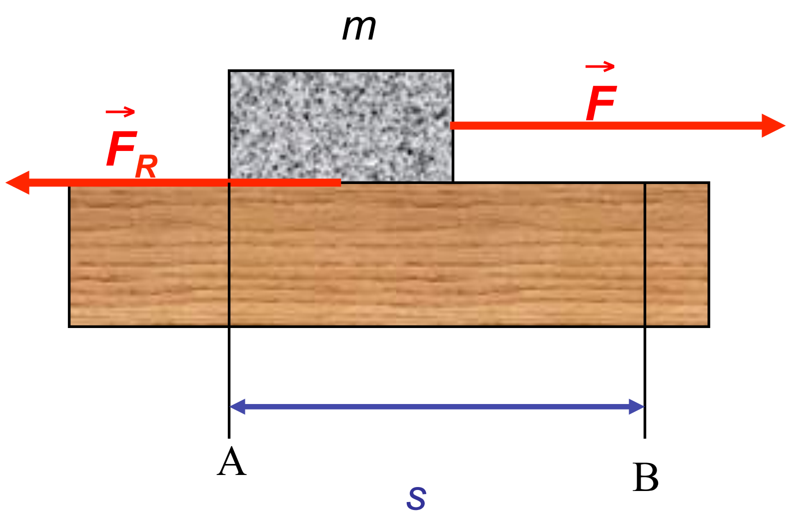
Verschiebung eines Körpers

Masse m wird auf einer Unterlage gegen Reibung bewegt:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_A^B F \cdot dr$$

$$= \underbrace{F}_{\text{Kraft}} \cdot \underbrace{s}_{\text{Weg}}$$

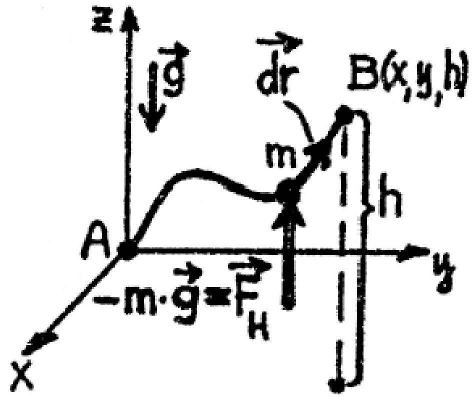


Gilt wenn $\vec{F}$ = konst.

und $\vec{F} \parallel \vec{s}$

2.3.1 Hubarbeit

Welche Arbeit muss verrichtet werden, um einen Massenpunkt m von A(0,0,0) einem um h höher liegenden Punkt B(x,y,h) zu bringen?



Offenbar muss an jeder Stelle des Weges die nach oben gerichtete Kraft $\vec{F}_H = (0, 0, m \cdot g)$ aufgewendet werden, um das Gewicht $-m \cdot g \cdot \vec{e}_z$ zu kompensieren. Die Arbeit auf dem Wegstück $\vec{dr} = (dx, dy, dz)$ beträgt

$$\begin{aligned} dW &= (0, 0, m \cdot g) \cdot (dx, dy, dz), \quad \text{oder} \\ dW &= m \cdot g \cdot dz. \end{aligned}$$

Die Hubarbeit dW hängt nicht von den x-und y-Komponenten des Wegelementes $\vec{dr}$ ab, sondern nur vom Höhenunterschied dz. Dies bedeutet, dass auch die gesamte

Hubarbeit

$$\begin{aligned} W_{A\to B} &= \int_A^B m \cdot g \cdot dz \quad \text{oder} \\ W_{A\to B} &= m \cdot g \cdot h \qquad (27) \end{aligned}$$

unabhängig vom Weg allein durch die Höhendifferenz h der Endpunkte bestimmt ist.

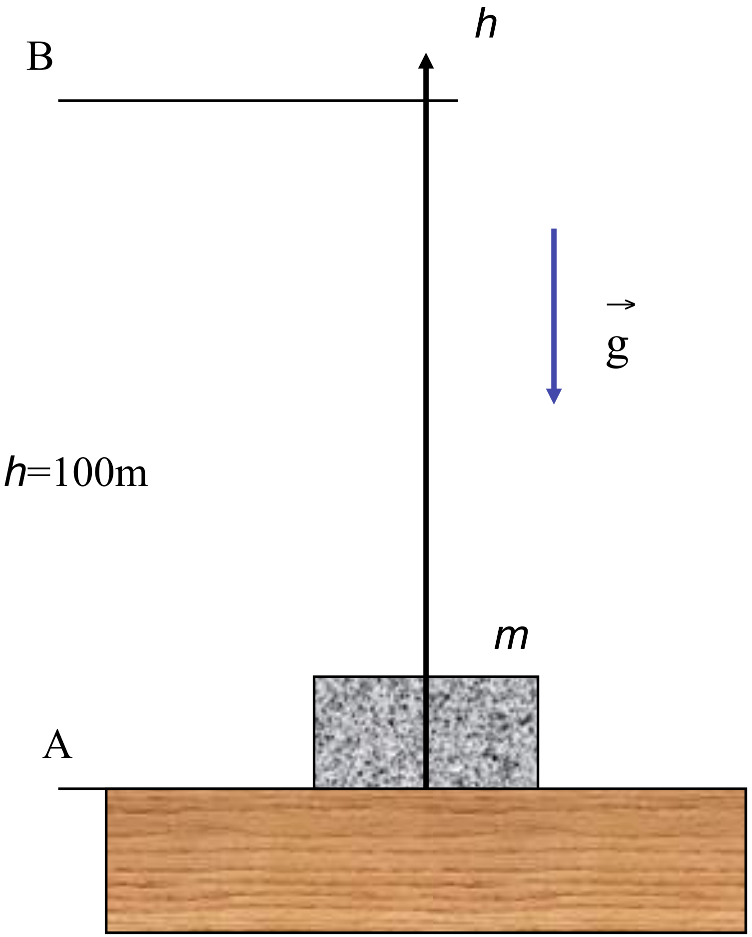
Hubarbeit

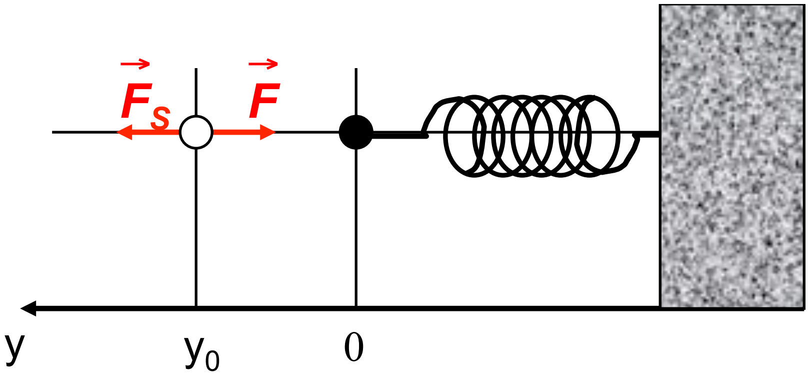
$\vec{F} = -m\vec{g} = \text{konst.}$

$\vec{F} \parallel \text{Weg}$

$$\boxed{W = m|\vec{g}|h}$$

z.B. Heben einer Masse m=100kg um die Höhe h=100m
W=100·9.8·100J=9.8 ·10^4J=98kJ=23.4 kcal
(1kcal=4.187kJ)





2.3.2 Spannarbeit

Um ein Federpendel (siehe S.27) aus der Ruhelage zu bringen, muss eine der Auslenkung proportionale

Spannkraft $\quad F_S = k \cdot y$

aufgewendet werden, welche die Federkraft $F = -k \cdot y$ gerade kompensiert. Wird die Feder bis zur Auslenkung y_0 ausgedehnt oder zusammengedrückt, so hat die Spannkraft F_S die Arbeit

$$\int_0^{y_0} F_S \cdot dy, \quad \text{also} \quad \int_0^{y_0} k \cdot y \cdot dy = \tfrac{1}{2} k \cdot y_0^2$$

verrichtet. Die der Feder zugeführte Arbeit wächst quadratisch mit der Auslenkung:

Spannarbeit $\quad (28) \quad W(y) = \frac{1}{2} k \cdot y^2.$

Bei der Berechnung von Hub- und Spannarbeit ist in jedem Moment Kräftegleichgewicht zwischen Hubkraft und Gewicht, bzw. Spannkraft und Federkraft vorausgesetzt. Die resultierende Kraft ist immer beliebig klein, es entsteht keine Beschleunigung. Hub- und Spannbewegung erfolgen beliebig langsam.

2.3.3 Beschleunigungsarbeit

Wir betrachten jetzt einen Massenpunkt m, der sich unter dem Einfluss einer variablen Kraft $\vec{F} = (F, 0, 0)$ entlang der x-Achse geradlinig beschleunigt bewegt. Auf jedem Wegelement dx leistet dann F am Massenpunkt m die Arbeit $dW = F \cdot dx$. Wie wirkt sich nun die zugeführte Arbeit dW auf den Bewegungszustand von m aus? Wir finden die Antwort, indem wir das Aktionsprinzip

$$\begin{aligned} F &= m \cdot d\mathrm{v}/dt && \text{durch multiplizieren mit v auf die Form} \\ F \cdot \mathrm{v} &= m \cdot \mathrm{v} \cdot d\mathrm{v}/dt && \text{oder} \\ F \cdot \mathrm{v} &= d(\tfrac{1}{2}m \cdot \mathrm{v}^2)/dt && \text{bringen.} \end{aligned}$$

Multiplikation mit dt ergibt:

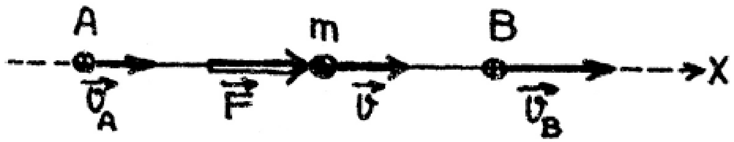
$$F \cdot \mathrm{v} \cdot dt = d(\tfrac{1}{2}m \cdot \mathrm{v}^2) \qquad \text{oder} \qquad F \cdot dx = d(\tfrac{1}{2}m \cdot \mathrm{v}^2) \tag{29}$$

Man nennt die Grösse $\frac{1}{2}m \cdot \mathrm{v}^2$, dimensionsmässig eine Arbeit, die

Kinetische Energie $\quad E_{kin} = \frac{1}{2}m \cdot \mathrm{v}^2.$

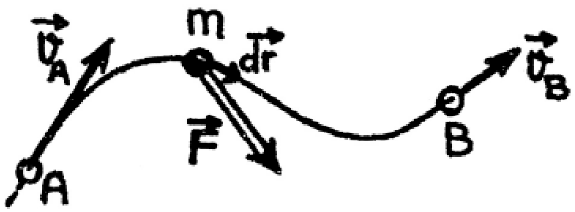
Integration der Gleichung (29) von einem Anfangspunkt A zu einem Endpunkt B liefert

$$\int_A^B F \cdot dx = m \cdot v_B^2/2 - m \cdot v_A^2/2$$



Dieses Resultat lässt sich leicht auf den Fall gekrümmter Bahnen verallgemeinern, wo die Kraft mit dem Bahnelement einen beliebigen Winkel bildet (s. Übungen). Es gilt immer:

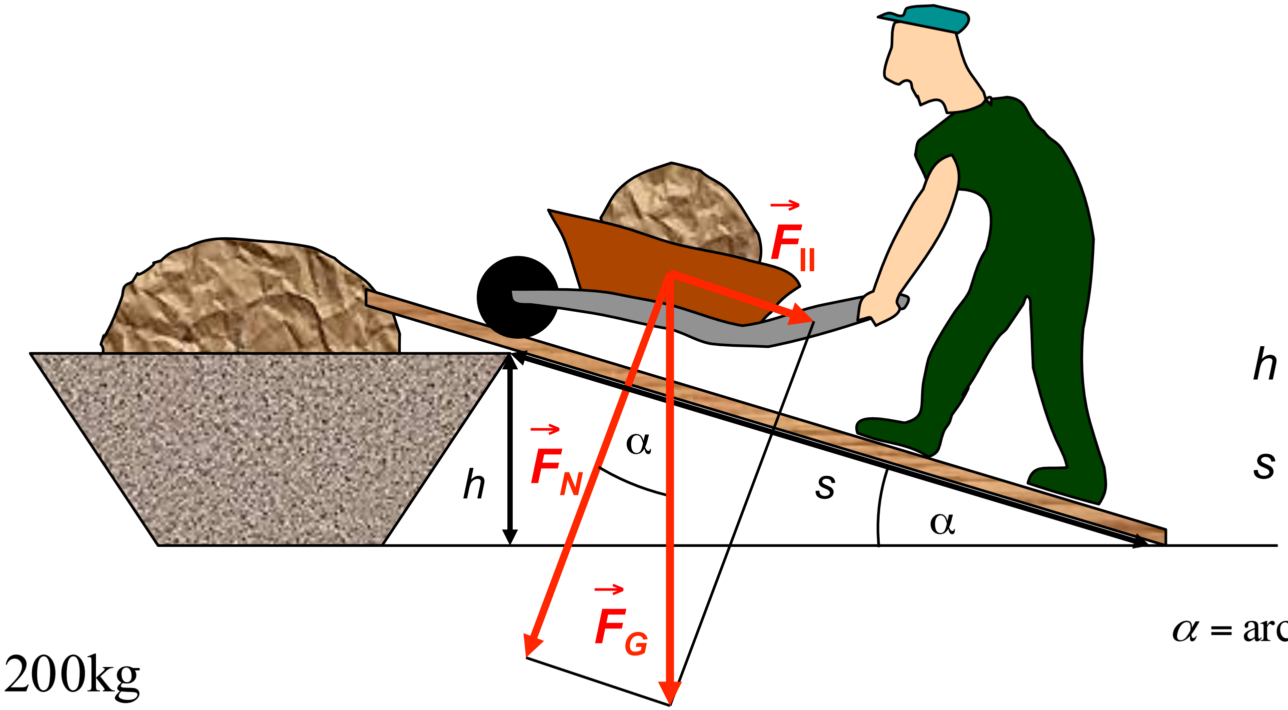
$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = m \cdot v_B^2/2 - m \cdot v_A^2/2 \qquad (30)$$



> Die von der resultierenden Kraft $\vec{F}$ an der Masse m geleistete Beschleunigungsarbeit ist gleich dem Zuwachs der kinetischen Energie.

Diese Aussage ist eine Konsequenz von Newton II und **gilt unabhängig von der Natur der beteiligten Kräfte**. Bremskräfte bedeuten negatives Vorzeichen der Arbeit und vermindern die kinetische Energie.

Schiefe Ebene



$$h = \sin\alpha \cdot s$$

$$s = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$\alpha = \arctan(1/5) \approx 10^{\circ}$$

$$m = 200\text{kg}$$

$$\mathrm{F_G} = \mathrm{mg} = 2000\mathrm{N}$$

$$F_{\parallel} = F_G \cdot \sin\alpha = 392\mathrm{N}$$

$$\mathrm{W} = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_{\parallel} \cdot s = F_{\parallel} \cdot \frac{h}{\sin\alpha} = F_G \cdot \sin\alpha \frac{h}{\sin\alpha} = F_G \cdot h = mgh$$

Die Schiebekraft auf der schiefen Ebene ist reduziert. Die zu leistende Arbeit ist aber nicht abhängig vom Winkel, sondern hängt nur von der Höhendifferenz ab (Reibung vernachlässigt).

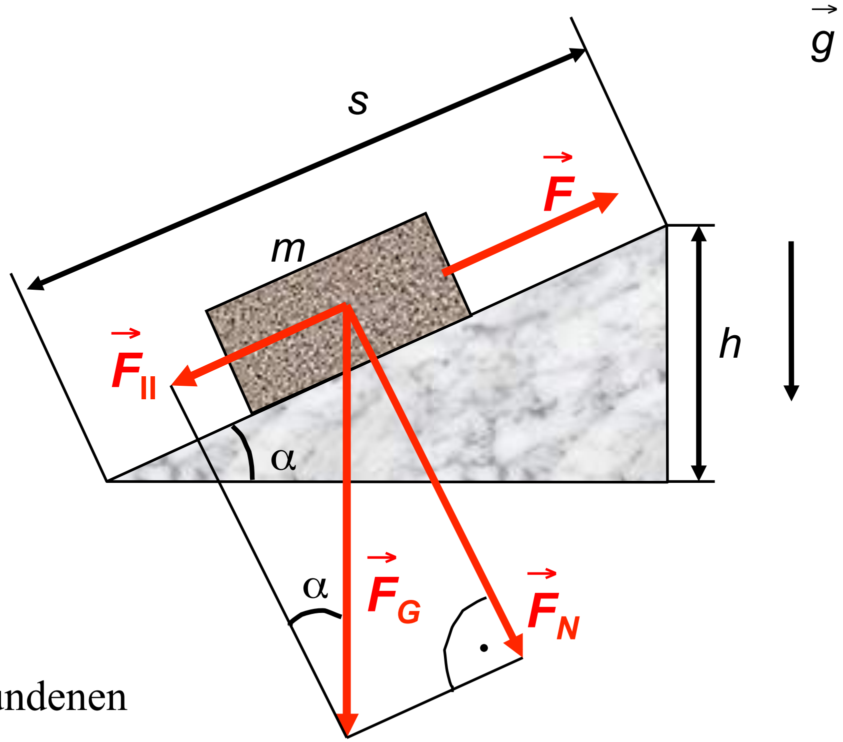
Exp: Schiefe Ebene

Hubarbeit längs einer schiefen Ebene (ohne Reibung)

$$\left|\vec{F}_{\parallel}\right| = m \cdot g \cdot \sin\alpha$$

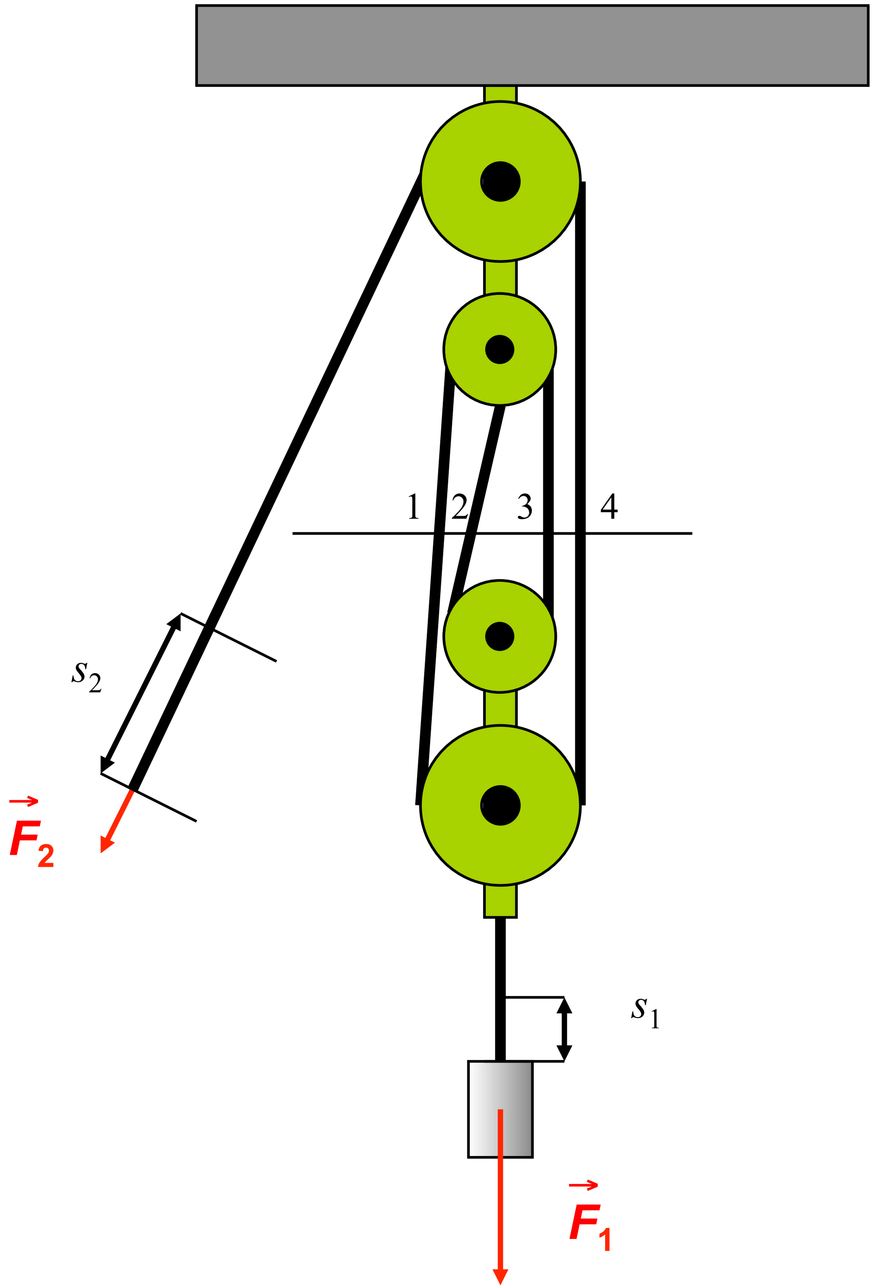
$$\left|\vec{F}\right| = \left|\vec{F}_{\parallel}\right| \qquad \Rightarrow \qquad W = \left|\vec{F}_{\parallel}\right| \cdot s$$

$$W = m \cdot g \cdot \underbrace{s \cdot \sin\alpha}_{h} = m \cdot g \cdot h$$



Die Hubarbeit hängt nur von der überwundenen Höhe h und nicht vom Weg ab.

Flaschenzug



Kraft wird gleichmässig auf n Teilstücke verteilt.

$$F_2 = \frac{F_1}{n}$$

Arbeit wird nicht gespart. Zum Heben der Last muss jedes Teilstück des Seiles verkürzt werden.

$$s_2 = \mathrm{n} \cdot s_1$$

$$\Rightarrow \quad W_2 = F_2 s_2 = \frac{F_1}{\mathrm{n}} \cdot \mathrm{n} \cdot s_1 = F_1 s_1 = W_1$$

Aus den Resultaten der Übungen a) und b) ist ersichtlich, dass die Hubarbeit mgh und die Spannarbeit $k \cdot A^2/2$ nicht verloren sind. Beim Durchfallen der Höhe h bzw. beim Entspannen der Feder wird die vorher aufgewendete Arbeit in Form kinetischer Energie zurückerstattet. Die auf h angehobene Masse und die gespannte Feder besitzen ein **Arbeitsvermögen** das durch die **Lage** bezüglich eines Nullpunktes charakterisiert ist. Wir nennen dieses Arbeitsvermögen die

Potentielle Energie E_{pot}

Im Abschnitt 2.4 wollen wir diesen Begriff der potentiellen Energie in einen allgemeineren Rahmen stellen.

Energie

Wird an einem Körper die Arbeit W verrichtet, so erhöht sich die Energie des Körpers um die Grösse W.

$$\Delta E = W$$

W : am Körper verrichtete Arbeit
Die Energie befähigt den Körper selbst wieder Arbeit zu verrichten.
'Energie ist gespeicherte Arbeit'

Die kinetische und potentielle Energie sind zwei Hauptformen der Energie.

- Kinetische Energie

$$\boxed{E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2}$$

- potentielle Energie im Schwerefeld der Erde

$$\boxed{E_{pot} = mgh}$$

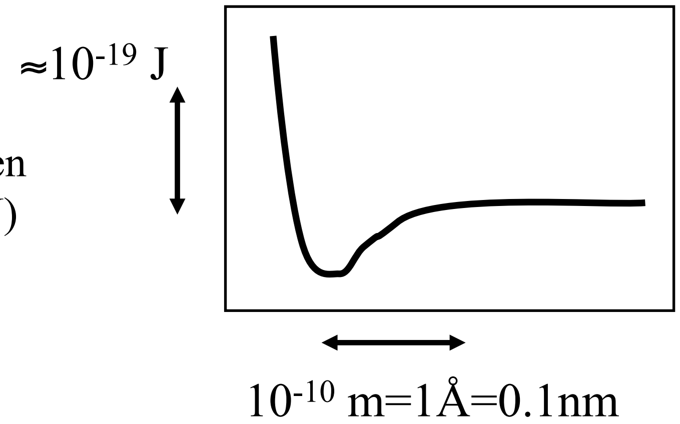
- potentielle Energie der gespannten Feder

$$\boxed{E_{pot} = \frac{1}{2} k y^2}$$

Andere Formen potentieller Energie

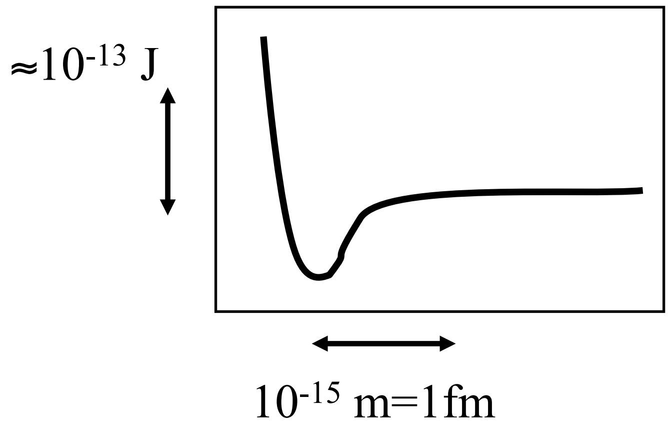
- Chemische Energie

elektromagnetische Energie der Lage von Atomen und Molekülen
Verbrennung, galvanische Elemente (Batterien) (1eV=1.6 10^{-19} J)



- Kernenergie

Energie der Lage in den Feldern der Bausteinen der Atomkerne (Nukleonen) (1MeV=10^6eV)
Kernfusion (Sonne), Kernspaltung in Kernkraftwerken



- Wärmeenergie

Schwingungsenergie von Atomen (≈0.025eV=2 $\cdot 10^{-21}$J)

- Elektrische Energie

Elektromagnetische Energie der Lage von Ladungen und magnetischen Dipolen.
Energie in elektromagnetischen Feldern.
elektrisch geladener Kondensator, Energie elektromagnetischer Wellen

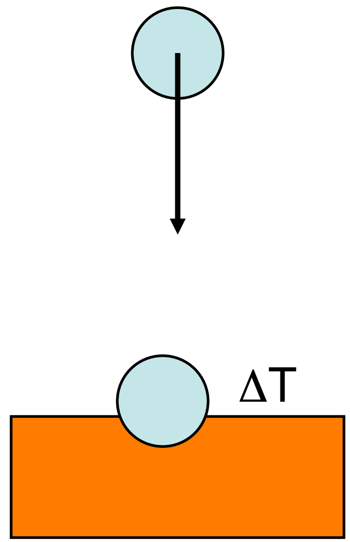
Umwandlung von Energieformen

Oftmals wird eine Form von Energie in eine andere Form umgewandelt

z.B. fallender Körper

$E_{pot} \Rightarrow E_{kin} \Rightarrow E_{def} \Rightarrow E_{Wärme}$

Exp: Deformation von Bleiplättchen durch fallende Kugel



Wird im Zeitintervall zwischen t und $t + dt$ die Arbeit dW verrichtet, so nennen wir den Quotienten dW/dt die zur Zeit t vorhandene Leistung:

Leistung $\quad P = dW/dt.$

Dimension der Leistung: Arbeit/Zeit
Einheit: J/s

Die Einheit der Leistung heisst auch das Watt (W), 1 W = 1 J/s. Die während der Zeit t aufgewendete Arbeit ergibt sich durch Integration der Leistung über die Zeit:

$$W = \int_0^t P(t) \cdot dt.$$

Verschiebt sich die Kraft $\vec{F}$ mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$, so wird die Leistung $dW/dt = \vec{F} \cdot d\vec{r}/dt$ gerade

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}.$$

Leistung

Definition der Leistung:

Die Leistung ist die Ableitung der Arbeit nach der Zeit.
$P = \frac{dW}{dt}$ Einheit: $1 \frac{J}{s} = 1$Watt

Watt: nach James Watt (1736-1819)
alte Leistungseinheit: Pferdestärke 1PS=735.3W
Aus der Leistungseinheit W wird oft die Energieeinheit Wh (Wattstunden) und kWh abgeleitet:

$1\text{kWh} = 3.6 \cdot 10^6$ J

Beispiel:
Ein Lift (Gesamtmasse 1200kg) fährt mit einer Geschwindigkeit von 5m/s nach oben. Welcher Leistung entspricht das?

$$g = 9.81\text{m/s}^2$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Fds}{dt} = m \cdot g \cdot v$$

$$P = 1200 \cdot 9.81 \cdot 5 \text{ W} = 5.886 \cdot 10^4 \text{ W}$$

$$\underline{\text{P} = 58.9\text{kW} \ (\cong 80\text{PS})}$$

Grössenordnungen von Leistungen

Nervenzellen	10^{-9} W	Kernkraftwerk	$9 \cdot 10^{8}$ W
Mensch	10^{2} W	Sonne	$3.6 \cdot 10^{29}$ W
Lokomotive	$3 \cdot 10^{6}$ W	Supernova	10^{37} W
Saturnrakete	10^{8} W		